

# ФИЗИКА

10

Часть 1

Учебник для 10 классов  
естественно-математического направления  
общеобразовательных школ

*Утверждено Министерством образования и науки  
Республики Казахстан*



Алматы "Мектеп" 2019

УДК 373.167.1

ББК 22.3я72

Ф50

*Авторы :*

**Б. А. Кронгарт, Д. М. Казахбаева,  
О. Имамбеков, Т. З. Кыстаубаев**

**Кронгарт Б. А. и др.**

Ф50      **Физика.** Учебник для 10 кл. естеств.-матем. направления общего образоват. шк. Часть 1 / Б. А. Кронгарт, Д. М. Казахбаева, О. Имамбеков, Т. З. Кыстаубаев. — Алматы: Мектеп, 2019. — 280 с. илл.

ISBN 978—601—07—1113—6

Ф 4306021200—040  
404(05)—19

УДК 373.167.1  
ББК 22.3я72

© Кронгарт Б. А., Казахбаева Д. М.,  
Имамбеков О., Кыстаубаев Т. З., 2019  
© Издательство "Мектеп"  
художественное оформление, 2019  
Все права защищены  
Имущественные права на издание  
принадлежат издательству "Мектеп"

ISBN 978—601—07—1113—6



## **Раздел I. МЕХАНИКА**

Глава 1. Кинематика

Глава 2. Динамика

Глава 3. Статика

Глава 4. Законы сохранения

Глава 5. Механика жидкостей и газов

## **Раздел II. ТЕПЛОВАЯ ФИЗИКА**

Глава 6. Основы молекулярно-кинетической теории газов

Глава 7. Газовые законы

Глава 8. Основы термодинамики

Глава 9. Жидкости и твердые тела

## ВВЕДЕНИЕ

В мире нет ничего особенного.  
Никакого волшебства.  
Только физика.

*Чак Паланик*

*Дорогие учащиеся!* Вы изучаете физику уже три года. И за это время познакомились со многими физическими явлениями, которые охватывают практически все разделы школьного курса физики. В 10 классе вам необходимо углубить ваши знания и заложить прочный фундамент для их практического применения. Напоминаем вам, что выучить физику наизусть невозможно. Чтобы применять законы физики, их надо понимать. При изучении нового материала старайтесь отнести к нему критически и понять физическую суть явления или задачи.

Благодаря работам И. Ньютона, Дж. Максвелла, А. Эйнштейна и многих других выдающихся ученых, человечество чуть шире приоткрыло дверь, за которой скрывается безбрежный океан истины. Но сколько еще неизведанного таинствует в себе окружающий нас мир!

Разгадать тайны мироздания очень сложно, но вместе с тем безумно интересно. Изучая физику, вы имеете возможность приобщиться к тому процессу вечного поиска истины, которым во все времена были заняты лучшие умы человечества во имя научно-технического прогресса. Но, для того, чтобы постигнуть красоту и гармонию в законах природы, а также оценить масштаб и величие человеческого разума, пытающегося найти ключи к разгадке ее тайн, человек должен обладать необходимыми знаниями по физике. Этих знаний можно достичь только систематическим и кропотливым трудом. Мы надеемся, что учебник, который вы держите в руках, станет для вас хорошим помощником в этом деле.

Материал учебника, который вам предлагается, построен таким образом, что многое в нем вы можете усвоить самостоятельно. Для этого в начале каждого параграфа выделены ключевые слова и обозначены цели, которых вы должны достичь после изучения учебного материала. В конце параграфа вам будут предложены вопросы, ответив на которые, вы сможете определить уровень усвоения вами теоретического материала.

В каждом параграфе есть рубрика, отмеченная синей линией. Подразумевается, что учащиеся критически и творчески подойдут к заданию, изложенному в рубрике, и самостоятельно его решат.

Каждый параграф завершается заданиями "Творческой мастерской", выполнение которых поможет вам углубить ваши знания предмета. В ней содержатся практические упражнения различной степени сложности, предназначенные для закрепления у вас навыков применения теоретических знаний при решении физических задач. В "Творческой мастерской" вы найдете также задания, которые будут способствовать формированию и развитию у вас наблюдательности и творческого подхода при изучении физических явлений. Некоторые задания направлены на самостоятельное приобретение вами навыков экспериментальной и исследовательской работы.

В заданиях творческой мастерской даны задачи разного уровня сложности:  
■ — задачи достаточного уровня; \* — задачи высокого уровня.

Авторы надеются, что учебник поможет вам понять и полюбить предмет, что, на наш взгляд, является необходимым условием для преодоления трудностей, с которыми вы, возможно, столкнетесь при изучении курса физики для 10 классов.

*Авторы*

## Роль физики в современном мире

Говоря о роли физики, выделим три основных момента. Во-первых, физика является для человека важнейшим источником знаний об окружающем мире. Во-вторых, физика, непрерывно расширяя и много-кратно умножая возможности человека, обеспечивает его уверенное продвижение по пути технического прогресса. В-третьих, физика вносит существенный вклад в развитие духовного облика человека, формирует его мировоззрение, учит ориентироваться в шкале культурных ценностей. Поэтому будем говорить соответственно о *научном, техническом и гуманитарном* потенциалах физики.

Эти три потенциала содержались в физике всегда. Но особенно ярко и весомо они проявились в физике XX столетия, что и предопределило ту исключительно важную роль, какую стала играть физика в современном мире.

**Физика как важнейший источник знаний об окружающем мире.** Как известно, физика исследует наиболее общие свойства и формы движения материи. Она ищет ответы на вопросы: как устроен окружающий мир; каким законам подчиняются происходящие в нем явления и процессы? Стремясь познать “первоначала вещей” и “первопричины явлений”, физика в процессе своего развития сформировала сначала механическую картину мира (XVIII—XIX вв.), затем, электромагнитную картину (вторая половина XIX — начало XX в.) и, наконец, современную физическую картину мира (середина XX в.).

В начале XX в. была создана *теория относительности* — сначала специальная, а затем общая. Ее можно рассматривать как великолепное завершение комплекса интенсивно проводившихся в XIX столетии исследований, которые привели к созданию так называемой классической физики. Про теорию относительности можно сказать, что это совершен-но новый набор концепций, в рамках которых находят объединение механика, электродинамика и гравитация. Они принесли с собой новое восприятие таких понятий, как пространство и время. Эта совокупность идей в каком-то смысле является вершиной и синтезом физики XIX в. Они органически связаны с классическими традициями.

Тогда же, в начале века, начала создаваться, а к концу первой трети столетия обрела достаточную стройность другая фундаментальная физическая теория XX в. — *квантовая теория*. Если теория относительности эффектно завершала предшествовавший этап развития физики, то квантовая теория открывала качественно новый этап в познании человеком материи. Квантовая теория — шаг в неизведанное, в мир явлений, которые не умещались в рамки идей физики XIX в. Надо было создать новые приемы мышления, чтобы понять мир атомов и молекул с их дискретными энергетическими состояниями и характерными особенностями спектров и химических связей.

Используя квантовую теорию, физики совершили в XX в., в буквальном смысле слова, прорыв в понимании вопросов, касающихся строения и свойств кристаллов, молекул, атомов, **атомных ядер**, взаимопревращений элементарных частиц. Возникли новые разделы физики, такие как физика твердого тела, физика плазмы, атомная и молекулярная физика, ядерная физика, физика элементарных частиц.

Физика исследует фундаментальные закономерности явлений; это предопределяет ее ведущую роль во всем цикле естественно-математических наук. Ведущая роль физики особенно ярко выявила именно в XX в. Один из наиболее убедительных примеров — объяснение периодической системы химических элементов на основе квантово-механических представлений. На стыке физики и других естественных наук возникли новые научные дисциплины. *Химическая физика* исследует электронное строение атомов и молекул, физическую природу химических связей, кинетику химических реакций. *Астрофизика* изучает многообразие физических явлений во Вселенной; она широко применяет методы спектрального анализа и радиоастрономических наблюдений.

*Биофизика* рассматривает физические и физико-химические явления в живых организмах, влияние различных физических факторов на живые системы.

**Физика как основа научно-технического прогресса.** Исследования тепловых явлений в XIX в. способствовали быстрому совершенствованию тепловых двигателей. Фундаментальные исследования в области электромагнетизма привели к возникновению и быстрому развитию *электротехники*. В первой половине XIX в. был создан телеграф, в середине века появились электрические осветители, а затем электродвигатели. Во второй половине XIX в. химические источники электрического тока стали вытесняться электрогенераторами. XIX век завершился триумфально: появился телефон, родилось радио, был создан автомобиль с бензиновым двигателем, в ряде столиц открылись линии метрополитена, зародилась авиация.

А между тем научно-технический прогресс еще только набирал темп; научно-техническая революция XX в. еще только назревала. Сначала возникла вакуумная электроника (электронные лампы, электроннолучевые трубы); в 50-х годах стала развиваться полупроводниковая электроника (в 1948 г. был изобретен транзистор); в 60-х годах родилась микрэлектроника. Прогресс в области электроники привел к созданию совершенных систем радиосвязи, радиоуправления, радиолокации. Развивается телевидение, сменяются одно за другим поколения ЭВМ (растет их быстродействие, совершенствуется память, расширяются функциональные возможности), появляются промышленные роботы. В 1957 г. состоялся вывод на околоземную орбиту первого искусственного спутника Земли; 1961 г.— полет Ю. А. Гагарина — первого космонавта планеты; 1969 г.— первые люди на Луне. Нас почти уже не удивляют поразительные успехи космической техники. Мы привыкли

к запускам искусственных спутников Земли (их число давно перевалило за тысячу); становятся все более привычными полеты космонавтов на пилотируемых космических кораблях, их многодневные вахты на орбитальных станциях. Мы познакомились с обратной стороной Луны, получили фотоснимки поверхности Венеры, Марса, Юпитера, кометы Галлея.

Фундаментальные исследования в области ядерной физики позволили вплотную приступить к решению одной из наиболее острых проблем — энергетической проблемы. Первые ядерные реакторы появились в 40-х годах, а в 1954 г. в СССР начала действовать первая в мире атомная электростанция — родилась ядерная энергетика. В настоящее время на Земле работают около 450 АЭС; они дают около 10% всей производимой в мире электрической энергии. Развернуты интенсивные исследования по термоядерному синтезу; прокладываются пути к термоядерной энергетике.

Лазерный луч выполняет разнообразные технологические операции (сваривает, режет, пробивает отверстия, закаливает, маркирует и т. д.), используется в качестве хирургического скальпеля, выполняет точнейшие измерения, трудится на строительных площадках и взлетно-посадочных полосах аэродромов, контролирует степень загрязнения атмосферы и океана. В ближайшей перспективе лазерная техника позволит реализовать в широких масштабах оптическую связь и оптическую обработку информации, произвести своеобразную революцию в химии (управление химическими процессами, получение новых веществ и, в частности, особо чистых веществ) и осуществить управляемый термоядерный синтез.

## Погрешности физических величин. Обработка результатов измерений

При выполнении лабораторных работ ученики осуществляют постановку тех или иных физических экспериментов. Целью указанных экспериментов является определение некоторых физических величин с помощью измерений. При этом существенное значение имеет точность проводимых измерений. Оценка погрешностей полученных результатов является неотъемлемой частью каждой экспериментальной работы. Поэтому в задачу лабораторного практикума по физике входит не только знакомство с методами и средствами измерений, но и обучение методам определения ошибок, возникающих в процессе проведения измерений различными измерительными приборами.

**Физические измерения.** Физические измерения делятся на прямые и косвенные. К прямым относятся измерения линейных размеров предметов различными измерительными инструментами: измерения времени секундомером, измерения электрических величин электроизмерительными приборами.

В большинстве случаев искомую величину нельзя получить непосредственно прямым измерением. Тогда измеряют некоторые другие величины, связанные определенными соотношениями. При таких измерениях, называемых косвенными, экспериментатор должен вычислить нужную величину, используя физические законы и математические формулы. К косвенным относятся, например, проводимые в учебных лабораториях измерения плотности тел.

При измерениях возможны систематические ошибки и промахи.

*Систематические ошибки* возникают от ряда факторов: влияние электрического или магнитного поля на прибор, неправильное расположение прибора или его стрелки и пр. Систематические ошибки можно учесть или устранить, например, установить корректором стрелку прибора на нуль, устранив влияние электрического поля.

*Промахи* — это грубые ошибки, допущенные при измерениях. Результаты таких измерений обычно значительно отличаются от значения искомой величины. Результаты промахов отбрасывают.

**Погрешности измерений.** Любое измерение производится с какой-то степенью точности. Это связано с несовершенством измерительных приборов, методики измерений, несовершенством органов человеческих чувств и т. п. При этом измеренная величина всегда отличается от ее истинного значения. Так возникают погрешности. Погрешности оказываются весьма значительными. Поэтому необходимо оценивать погрешности полученного результата. Без такой оценки результат опыта не имеет практической ценности. Обычно значение измеренной величины  $X$  записывают в следующем виде:  $X \pm \Delta x$ , где  $\Delta x$  — абсолютная погрешность.

**Оценка погрешностей при прямых измерениях.** Для повышения точности измерений следует по возможности устранить математические погрешности.

Можно также исключить некоторые виды систематических погрешностей, используя специальные методы измерений. Так, влияние уже упомянутой неравноплечности весов можно устраниТЬ, взвесив исследуемое тело дважды — сначала на одной чаше весов, а затем на другой. Однако всегда остается ошибка, связанная с погрешностью используемого прибора, а также случайными погрешностями, которые заранее учесть нельзя.

В том случае, если погрешность прибора заведомо больше величины случайных погрешностей, присущих данному методу при данных условиях эксперимента, достаточно выполнить измерение один раз. Тогда абсолютная погрешность измерения будет равна погрешности прибора. Если, наоборот, определяющей является случайная погрешность, надо уменьшить ее величину с помощью многократных измерений. Рассмотрим методику оценки случайной погрешности в этом случае.

Предположим, что мы произвели  $n$  прямых измерений величины  $X$ . Обозначим через  $X_1, X_2, \dots, X_n$  результаты отдельных измерений, которые вследствие наличия случайных погрешностей будут в общем случае неодинаковыми. В теории вероятностей доказывается, что ис-

тическое значение измеряемой величины (при отсутствии систематических погрешностей) равно ее среднему значению, получаемому при бесконечно большом числе измерений, т.е.

$$x_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}. \quad (1)$$

Отклонения измеренных значений  $x_i$  от  $x_{\text{ср}}$  носят случайный характер и называются *абсолютными ошибками отдельных измерений*:

$$\Delta x_i = |x_{\text{ср}} - x_i|, \quad (2)$$

где  $i = 1, \dots, n$ .

**Погрешности.** Введем следующие обозначения:  $A, B, C, \dots$  — некоторые физические величины. Тогда  $A_{\text{пр}}$  — приближенное значение физической величины, т.е. значение, полученное путем прямых или косвенных измерений, а  $\Delta$  — абсолютная погрешность измерения любой физической величины; таким образом  $\Delta A$  — абсолютная погрешность некоторой физической величины  $A$ , а  $\epsilon$  — относительная погрешность измерения некоторой физической величины, например,  $A$ :

$$\epsilon = \frac{\Delta A}{A_{\text{пр}}} \cdot 100\%.$$

Максимальная погрешность прямых измерений складывается из абсолютной инструментальной погрешности и абсолютной погрешности отсчета при отсутствии других погрешностей:

$$\Delta A = \Delta_i A + \Delta_o A,$$

где  $\Delta_i A$  — абсолютная инструментальная погрешность, определяемая конструкцией прибора,  $\Delta_o A$  — абсолютная погрешность отсчета (получающаяся от недостаточно точного отсчета показаний средств измерения); она равна в большинстве случаев половине цены деления, при измерении времени — цене деления секундомера.

Абсолютную погрешность измерения обычно округляют до одной значащей цифры ( $\Delta A = 0,17 \approx 0,2$ ); числовое значение результата измерений округляют так, чтобы его последняя цифра оказалась в том же разряде, что и цифра погрешности ( $A = 10,332 \approx 10,3$ ).

**Относительная погрешность.** Допустим, что при измерении двух физических величин получены следующие значения:  $A = 2,5 \pm 0,05$ ,  $B = 0,025 \pm 0,001$ . Спрашивается, какая из этих величин измерена с большей точностью? Можно заметить, что граница абсолютной погрешности  $\Delta A = 0,05$  больше  $\Delta B = 0,001$  в 50 раз.

Однако из этого не следует, что второе измерение выполнено с большей точностью. Характеристикой точности измерений является относительная погрешность  $\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$ , которая показывает, какую долю (или сколько процентов) составляет граница абсолютной погрешности от измеренной величины. В нашем случае:  $\frac{\Delta A}{A} = 0,02$ ;  $\frac{\Delta B}{B} = 0,04$ , т.е.  $\epsilon_A = 2\%$ , а  $\epsilon_B = 4\%$ , т.е. первое измерение произведено точнее.

## Раздел I. МЕХАНИКА

### Глава 1. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

#### § 1. Основные понятия и уравнения кинематики равноускоренного движения тела



**Ключевые понятия:** кинематика, радиус-вектор, вектор перемещения, скорость мгновенная и средняя, ускорение.

На этом уроке вы: познакомитесь с основными понятиями кинематики; научитесь описывать поступательное движение тел.

Кинематика — это раздел механики, который изучает механическое движение без учета причин, вызвавших его. В этом разделе мы получим ответ на вопрос, как движется тело, но мы не знаем, почему тело движется именно так.

Под *механическим движением* понимают любое изменение положения тела или отдельных его частей с течением времени в пространстве относительно других тел, которые называются *телами отсчета*.

Примерами механического движения являются: движение любых тел по поверхности Земли, полеты самолетов (рис. 1.1), течение рек, движение воздушных масс (ветер), движение звезд, комет, метеоров, планет, спутников планет, астероидов (рис. 1.2).

Чем удачнее выбрано тело отсчета, тем проще описывать и изучать механическое движение.

**А что значит изучить механическое движение? Какую задачу необходимо при этом решить?**

**Основной задачей кинематики является определение положения тела в пространстве в любой момент времени.** Для того чтобы это сделать, одного тела отсчета недостаточно. Необходима система отсчета.

Под *системой отсчета* понимают совокупность тела отсчета, системы координат и прибора, отчитывающего время. Надо понимать, что *система отсчета* и *система координат* — это не одно и то же.



Рис. 1.1



Рис. 1.2



Рис. 1.3

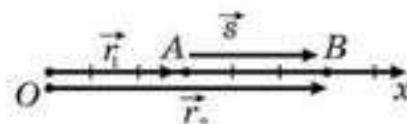


Рис. 1.4

Для того чтобы определить положение тела на прямой, плоскости или в пространстве, было введено понятие *радиус-вектор* точки.

**Радиус-вектор** точки — это вектор, соединяющий начало отсчета, т. е. точку  $O$  с местонахождением материальной точки в данный момент, т. е. с точкой  $A$  (рис. 1.3). С изменением положения материальной точки будет меняться и ее радиус-вектор, т. е. радиус-вектор как бы “следит” за положением материальной точки. Графически радиус-вектор изображается стрелкой, проведенной из начала координат  $O$  к данной точке  $A$ . Численное значение (модуль) радиус-вектора всегда равно расстоянию между точками  $O$  и  $A$  (рис. 1.3).

Рассмотрим процесс перемещения материальной точки вдоль выбранного направления  $Ox$  из положения  $A$  в положение  $B$  (рис. 1.4).

Величина

$$\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.1)$$

получила название *вектор перемещения* (рис. 1.4, 1.5).

Под *вектором перемещения* понимают вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела.

Переходя к проекции вектора перемещения на ось  $Ox$ , получим, что

$$x = x_0 + s_x, \quad (1.2)$$

где  $x$  и  $x_0$  — конечная и начальная координаты тела;  $s_x$  — величина, определяемая законом движения тела. Если рассматривать движение тела в плоскости, то получим картину перемещения тела, изображенную на рисунке 1.5, где  $s_x$  и  $s_y$  — это проекции вектора перемещения на осях  $Ox$  и  $Oy$ , соответственно. Как видно из рисунка 1.5, модули этих проекций соответственно равны:

$$s_x = x - x_0 \text{ и } s_y = y - y_0.$$

По рисунку 1.5 видно, что  $s_y > s_x$ , т. е. перемещение, совершенное телом вдоль оси  $Oy$ , большие перемещения, совершенного им вдоль оси  $Ox$ . Следовательно, если движение тела происходит в двух или нескольких направлениях, то мы видим лишь результирующее движение. Это означает, что любое сложное движение можно разложить на простые составляющие по направлениям, т. е. по координатным осям системы координат. Можно сделать вывод: движения по разным направлениям происходят независимо друг от друга. В этом состоит суть

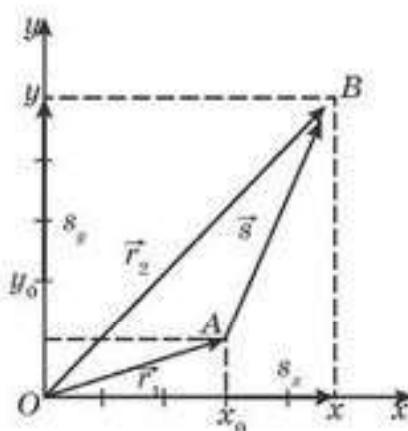


Рис. 1.5

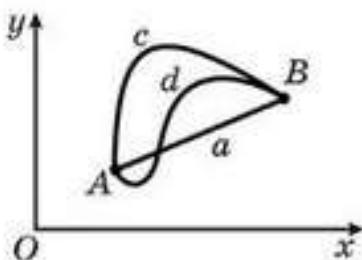


Рис. 1.6

**принципа независимости движений:** движения, в которых одновременно участвует тело в данной системе отсчета, не влияют друг на друга и изучаются отдельно друг от друга.

Подумайте над тем, как можно использовать принцип независимости движений при изучении движения тел.

Тело может попасть из точки *A* в точку *B*, перемещаясь произвольно: либо по линии *AcB*, либо по линии *AdB*, либо по линии *AaB* (рис. 1.6).

**Линия, в каждой точке которой последовательно побывало тело в процессе своего движения, называется траекторией движения.**

Траектории движения самолета и поезда (рис. 1.7) различны, хотя пункты отправления и прибытия одинаковы. Траектория может быть *прямолинейной* и *криволинейной*.

**Длина траектории называется пройденным путем** и обозначается символом *l*.

**Путь** — это скалярная величина, не имеющая направления. Она характеризуется только численным значением и определяется расстоянием, пройденным телом.



Рис. 1.7

Модули пути и перемещения равны в случае прямолинейного движения тела в одном направлении. Траектория движения в этом случае — прямая линия. Во всех других случаях путь больше перемещения.

Тело в пространстве может двигаться быстро или медленно. Для характеристики быстроты изменения вектора перемещения ввели особую физическую величину — *скорость перемещения*.

**Скорость перемещения** определяется перемещением, совершенным телом за единицу времени:

$$\bar{v} = \frac{\bar{s}}{\Delta t}. \quad (1.3)$$

Для характеристики быстроты движения по траектории ввели другую физическую величину — *путевая скорость*.

**Путевая скорость** определяется путем, пройденным телом за единицу времени:

$$v = \frac{l}{t}. \quad (1.4)$$

Для характеристики состояния материальной точки в данный момент времени вводится понятие — *мгновенная скорость*.

**Мгновенная скорость** — это скорость тела в данный момент времени.

Необходимо помнить, что чаще всего при движении тела скорость изменяется. Движение с изменяющейся скоростью называют *неравномерным*.

Для того чтобы наиболее полно описать неравномерное движение и узнать закон изменения скорости, вводят новую физическую величину — *ускорение*.

**Ускорение — это физическая величина, характеризующая скорость изменения вектора скорости, т. е.**

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}, \quad (1.5)$$

Измеряется ускорение *в метрах на секунду в квадрате*:  $[\vec{a}] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

Если тело переместилось из точки 1 в точку 2 (рис. 1.8), изменив при этом скорость как по величине, так и по направлению, то вектор разности скоростей находят по правилу вычитания векторов  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ . Величина полного ускорения в этом случае будет равна:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}. \quad (1.6)$$

Изменение вектора скорости означает, что происходит изменение скорости как по величине, так и по направлению. Поэтому удобно разложить вектор полного ускорения  $\vec{a}$  на два составляющих вектора, которые взаимно перпендикулярны друг другу: вектор *тангенциального* (касательного) ускорения  $\vec{a}_t$  и *нормального* (центробежного) ускорения  $\vec{a}_n$  (рис. 1.9).

Под *тангенциальным ускорением* понимают составляющую полного ускорения, характеризующую быстроту изменения скорости по величине; оно всегда направлено по касательной к данной точке траектории. Модуль этого ускорения находят так:

$$a_t = \frac{v - v_0}{t}. \quad (1.6, a)$$

Под *нормальным ускорением* понимают составляющую полного ускорения, характеризующую быстроту изменения скорости по направлению; оно всегда направлено по радиусу к центру кривизны данной точки траектории.

Поэтому его еще называют *центростремительным* (нормальным) *ускорением*. Модуль этого ускорения находят так:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (1.6, b)$$

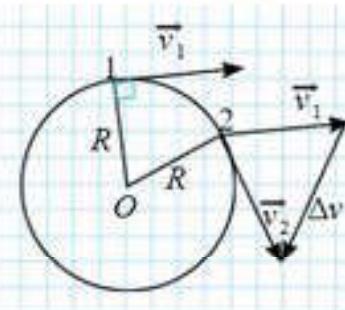


Рис. 1.8

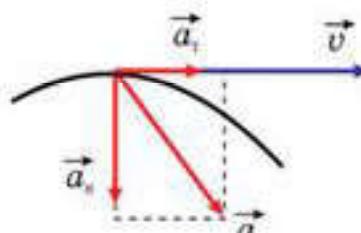


Рис. 1.9

С учетом этого вектор полного ускорения тела будет определяться векторной суммой тангенциального  $\vec{a}_t$  и нормального  $\vec{a}_n$  ускорений, т. е.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n. \quad (1.7)$$

Так как векторы  $\vec{a}_t$  и  $\vec{a}_n$  всегда взаимно перпендикулярны (рис. 1.9), то модуль полного ускорения можно найти по теореме Пифагора:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}. \quad (1.8)$$

По значениям нормального и тангенциального ускорений можно узнать характер движения тела.

Например, если  $a_t = 0$  и  $a_n = 0$ , то движение равномерное прямолинейное, а если  $a_t \neq 0$  и  $a_n = 0$ , то движение неравномерное, но прямолинейное.

**Относительность механического движения.** Любое механическое движение носит относительный характер. Это связано с выбором системы отсчета. Так, пассажир самолета, летящего в условиях густой облачности, не может определить, перемещается самолет, или нет. Это объясняется тем, что у пассажира нет тела отсчета. Как только самолет выйдет из полосы облаков, пассажир сможет определить, что относительно земли он движется, а относительно самолета он как был, так и остался неподвижным. Следовательно, скорость движения является относительной величиной.

Также относительной величиной является и перемещение. Траектория движения тоже носит относительный характер.

**Все механические процессы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета.**

В этом состоит принцип относительности в механике. Его еще называют *принципом относительности Галилея*.

**Инвариантные и относительные величины.** Инвариантность означает неизменность физической величины или закона при определенных преобразованиях или изменениях условий. Например, масса космонавта одинакова на Земле и на Луне; также и сила удара мяча о стенку не зависит от того, в какой инерциальной системе отсчета находится наблюдатель: человек, стоящий рядом, или пассажир равномерно движущегося автобуса.

**Инвариантными при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой являются ускорение, масса и сила, время. Также инвариантными будут законы Ньютона, о чем и говорит принцип относительности Галилея.**

В то же время уравнения движения тел в разных инерциальных системах отсчета будут выглядеть по-разному.

**Величины, изменяющиеся при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, являются относительными (неинвариантными).**

Кинематические величины, такие как скорость, перемещение, траектория движения — примеры относительных величин.

Если тело одновременно является участником нескольких движений (например, пассажир теплохода, плывущего по реке, перемещается по палубе), то результирующее перемещение равно векторной сумме перемещений, совершаемых им в каждом из движений, т. е.  $\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2$ . Но тогда и скорость результирующего движения будет представлять собой векторную сумму скорости тела относительно подвижной системы отсчета и скорости самой подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы отсчета, т. е.  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ . Данный закон сложения скоростей был установлен Галилео Галилеем. Он справедлив для движения тел со скоростями гораздо меньшими, чем скорость света.

Например, пассажир теплохода, плывущего со скоростью 12 км/ч, двигаясь со скоростью 12 км/ч в сторону, противоположную движению теплохода, относительно берега остается неподвижным, т. е. его скорость относительно берега равна нулю. Следовательно, относительно берега пассажир не перемещается. Если же пассажир будет перемещаться по теплоходу по направлению его движения, то относительно берега он будет перемещаться со скоростью:

$$v = v_t + v_n = 24 \text{ км/ч.}$$

Поэтому относительно берега он пройдет расстояние в два раза большее, чем проплынет теплоход.

Этот пример доказывает, что скорость и перемещение являются относительными величинами.



### Вопросы для самоконтроля

- Что вы понимаете под системой отсчета?
- Для чего необходима система отсчета?
- Что понимают под радиус-вектором?
- Какие кинематические величины зависят от выбора системы отсчета?
- Чем отличается путь от перемещения?
- Может ли перемещение быть больше пройденного пути? равным ему? меньше?  
Ответ обосновать.
- Что понимают под траекторией движения?
- В каких случаях тело можно принять за материальную точку?
- В чем состоит принцип независимости движений?
- Дайте полную характеристику ускорению движения?
- Чем отличается скорость перемещения от путевой скорости?
- В чем состоит физический смысл тангенциального ускорения?
- В чем состоит физический смысл нормального ускорения?



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

Рассмотрите падение пластилинового шарика в воздухе и в воде. Опишите движение шарика в обоих случаях.

### Объясните

1. Айдар и Айсар идут по дороге, которая завела их в туман. Сможет ли Айсар в тумане определить местонахождение Айдара?
2. Почему говорят, что Солнце восходит и заходит? Какое тело в этом случае является телом отсчета?
3. По улице мимо светофора строго в противоположных направлениях движутся автомобиль и колонна автобусов с детьми. Движутся ли автобусы относительно друг друга? А относительно автомобиля или светофора? Движется или покойится светофор?

### Иследуйте

Дан график зависимости  $v(t)$  при прямолинейном движении тела (рис. 1.10). Исследуйте характер движения тела. Найдите путь, пройденный телом за 9 с, и модуль перемещения за это время.

(Ответ: 7,5 м; 1,5 м)

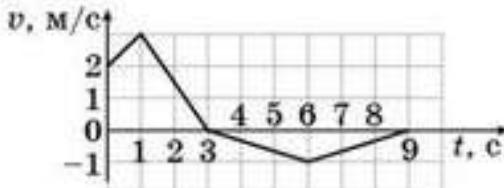


Рис. 1.10

### Анализируйте

1. Пешеход за 1 ч 20 мин прошел расстояние 7,2 км. При этом за первые 20 мин он прошел участок проселочной дороги длиной 1,8 км, двигаясь в одном темпе. Затем он прошел с постоянной скоростью остаток пути по шоссе. К какому типу можно отнести его движение на всем пути? Приведите расчеты.
2. Поезд движется от одной станции до другой, изменения скорость согласно расписанию. Как соотносятся пути, пройденные за время движения первым, третьим и шестым вагонами? Приведите расчеты.

### Творите

Придумайте задачу практического содержания на движение автобуса в городе.

### Решайте

1. Конный отряд длиной 20 м движется вдоль оврага равномерно со скоростью 18 км/ч. За какое время отряд пройдет овраг? Длина оврага 40 м.

(Ответ: 12 с)

2. От перекрестка одновременно отъехали два автобуса: первый — со скоростью 40 км/ч, второй — со скоростью 30 км/ч, в направлении, перпендикулярном движению первого. С какой относительной скоростью (в км/ч) они удаляются друг от друга?

(Ответ: 50 км/ч)

- 3. Водитель легкового автомобиля начинает обгон трейлера при скорости 90 км/ч в тот момент времени, когда расстояние между машинами 20 м, и, обогнав, переходит (перестраивается) в прежний ряд, когда расстояние между машинами стало 15 м. Определить время, за которое легковой автомобиль обогнал трейлер, движущийся со скоростью 72 км/ч. Длина легкового автомобиля 4 м, трейлера — 16 м.

(Ответ: 11 с)

- \*4. Человек плывет на моторной лодке вверх по течению реки и роняет под мостом в воду надувную камеру. Через час он это обнаруживает и, повернув назад, догоняет камеру на расстоянии 6 км от моста. Какова скорость течения реки, если скорость лодки относительно воды была постоянной?

(Ответ: 3 км/ч)

- \*5. Талгат, поднимаясь по движущемуся вверх эскалатору со скоростью  $v$ , затратил на подъем 6 мин. Если же он пойдет по эскалатору в 3 раза быстрее, то время подъема уменьшается в 2 раза. За какое время Талгат поднимется по неподвижному эскалатору, двигаясь со скоростью  $2v$ ?

(Ответ: 6 мин)

- \*6. Чтобы проплыть на моторной лодке от причала А до причала В требуется час, а обратная дорога занимает три часа. Скорость лодки относительно воды остается постоянной. Во сколько раз эта скорость больше скорости течения?

(Ответ: в 2 раза)

- 7. Поезд движется на север со скоростью 20 м/с. Пассажиру вертолета, пролетающего над поездом, кажется, что поезд движется на запад со скоростью 20 м/с. Найти скорость вертолета и направление его полета.

(Ответ: 28 км/ч на северо-восток под углом 45°)



### Рефлексия

- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать пробел по новому материалу?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? Где возникли затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 2. Прямолинейное движение



**Ключевые понятия:** прямолинейное равномерное и равноизменное движение, перемещение, скорость при прямолинейном движении.

На этом уроке вы познакомитесь с прямолинейным движением и научитесь применять уравнения координаты и скорости для решения основной задачи механики.

Остановимся более подробно на прямолинейном движении.

**Прямолинейное равномерное движение.** Тела могут перемещаться в пространстве по-разному: как с постоянно изменяющейся скоростью, так и с неизменной скоростью, как по криволинейной траектории, так и по прямолинейной.

**Прямолинейным равномерным движением называется движение, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения, не изменяя направление движения.**

Почему в определении равномерного движения важную роль играет слово “любые”?

При таком движении вектор скорости тела остается неизменным как по величине, так и по направлению, т. е.

$$\vec{v} = \text{const.}$$

Прямолинейное равномерное движение встречается в природе довольно редко, но в течение небольшого времени многие тела могут двигаться с неизменной скоростью по прямолинейной траектории.

Присмотритесь к окружающему вас миру, и вы обнаружите, что такое движение встречается не часто. Сможете ли вы привести примеры прямолинейного равномерного движения?

Рассмотрим процесс перемещения электровоза по прямолинейному железнодорожному полотну. Пусть он движется равномерно. Тогда величины перемещения и пройденного пути будут одинаковыми. Найти их мы сможем по формуле:

$$s_x = v_x t. \quad (2.1)$$

На рисунке 2.1 отмечено начальное положение электровоза  $x_0$  и его конечное положение  $x$  и вектор перемещения  $\vec{s}$ . При этом электровоз мы приняли за материальную точку.

Из данного рисунка видно, что перемещение и путь (движение-то прямолинейное) можно найти как разность конечной и начальной координат:

$$s_x = x - x_0. \quad (2.2)$$

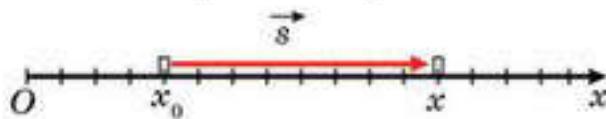


Рис. 2.1

Отсюда следует, что для нахождения координаты электровоза  $x$  в любой момент времени необходимо к его начальной координате  $x_0$  прибавить величину перемещения:

$$x = x_0 + s_x. \quad (2.3)$$

Подставив в формулу (2.3) перемещение из формулы (2.1), получим:

$$x = x_0 + v_x t. \quad (2.4)$$

Это выражение называется *законом равномерного прямолинейного движения* материальной точки.

По формуле (2.4) можно найти координату любого тела, движущегося прямолинейно и равномерно **в любой момент времени**.

Механическое движение можно изобразить графически. Это дает возможность представить движение более наглядно. Для этого по оси абсцисс откладываем время движения, а по оси ординат — значения координат тела в выбранном масштабе. Далее, используя закон движения тела, строим график.

**Попробуйте** построить графики зависимости координаты, скорости и ускорения при равномерном прямолинейном движении.

Рассмотрим движение трех тел, причем легковой автомобиль 1 и мотоцикл 2 движутся в направлении, принятом положительным, а автобус 3 — им навстречу (рис. 2.2).

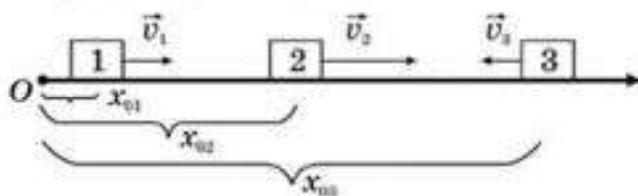


Рис. 2.2

Зависимость кинематических величин от времени представим графически. Изобразим графики скоростей, перемещения, пути и координаты для трех тел: 1, 2, 3 (рис. 2.3, 2.4, 2.5, 2.6). Тела 1 и 2 движутся в положительном направлении оси  $Ox$ , причем  $v_2 > v_1$ ; тело 3 движется в направлении, противоположном оси  $Ox$ ; их начальные координаты даны на рисунке 2.6. Графики скорости представлены на рисунке. Площадь заштрихованного прямоугольника (рис. 2.3) численно равна пути  $s$  (модулю перемещения), пройденному телом 1 за время  $t_1$ .

С помощью графиков движения можно определить: 1) координаты тела в любой момент времени; 2) путь, пройденный телом за некото-

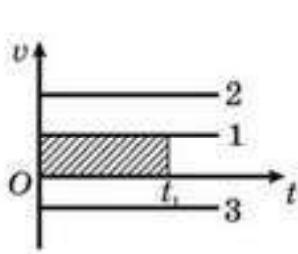


Рис. 2.3

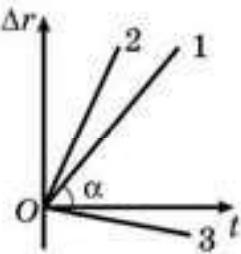


Рис. 2.4

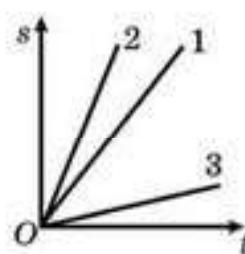


Рис. 2.5

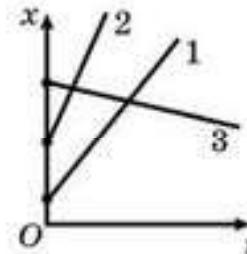


Рис. 2.6

рый промежуток времени; 3) время, за которое пройден какой-то путь; 4) кратчайшее расстояние между телами в любой момент времени; 5) момент и место встречи тел и многое др.

**Прямолинейное неравномерное движение.** *Неравномерным прямолинейным движением называется движение по прямолинейной траектории с меняющейся скоростью.* Рассмотрим частный случай такого движения — равнопеременное движение.

**Равнопеременным прямолинейным движением** называют движение тела, при котором его скорость за любые равные промежутки времени изменяется на одну и ту же величину, а траекторией является прямая линия.

Для характеристики такого движения вводят особую физическую величину — **ускорение**. Она показывает, как быстро меняется скорость.

Например, пуля, вылетающая из ствола охотниччьего ружья, за доли секунды успевает увеличить свою скорость до 500 м/с. То есть ускорение пули очень велико. Поезд, трогающийся с места, за достаточно большой промежуток времени изменяет свою скорость незначительно. Это говорит о том, что ускорение поезда намного меньше ускорения пули.

В случае прямолинейного равнопеременного движения величина и направление вектора ускорения не изменяются, т. е.

$$\ddot{a} = \text{const.}$$

В том случае, когда величина скорости будет постоянно возрастать, величина ускорения будет положительной. Такое равнопеременное движение называется *равноускоренным*.

Если же величина скорости будет уменьшаться, то величина ускорения будет отрицательной. Такое равнопеременное движение называется *равнозамедленным*.

При равнопеременном движении скорость тела все время изменяется. А для того, чтобы найти скорость тела в любой момент времени, можно воспользоваться определением ускорения, которое дано в предыдущем параграфе:

$$\ddot{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}. \quad (2.5)$$

Отсюда скорость тела при равноускоренном движении в любой момент времени равна:

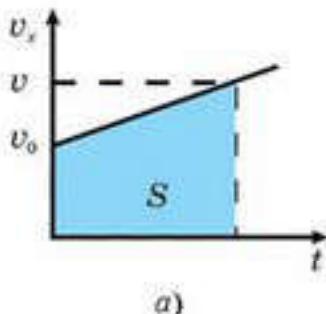
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \ddot{a}t. \quad (2.6)$$

Если движение тела происходит в положительном направлении, то, перейдя к проекциям, получим:

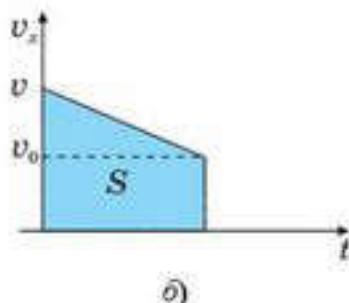
$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (2.7)$$

Следовательно, можно сказать, что при равноускоренном движении скорость тела изменяется со временем линейно.

Изобразим на графике скорости (рис. 2.7, а) зависимость, определяемую формулой (2.7).



a)



б)

Рис. 2.7

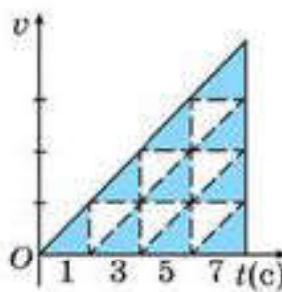


Рис. 2.8

Площадь заштрихованной фигуры (трапеция) равна перемещению или пройденному пути при равноускоренном прямолинейном движении, что позволяет рассчитать этот путь:

$$s = \frac{v + v_0}{2} t = \frac{v_0 + at + v_0}{2} t = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (2.8)$$

Если движение равнозамедленное (рис. 2.7, б), то получим:

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}. \quad (2.9)$$

Из графика зависимости скорости от времени при равноускоренном движении (рис. 2.8) видно, что пути, проходимые телом за равные промежутки времени, относятся друг к другу как ряд нечетных чисел, если начальная скорость равна нулю, т. е.

$$s_1 : s_2 : s_3 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots \quad (2.10)$$

**Докажите формулу (2.10), используя формулу (2.8).**

Рассмотрим равнопеременное движение трех тел (рис. 2.9): тело 1 движется в положительном направлении с положительным ускорением, тело 2 движется в положительном направлении с отрицательным ускорением, тело 3 движется в отрицательном направлении с положительным ускорением.

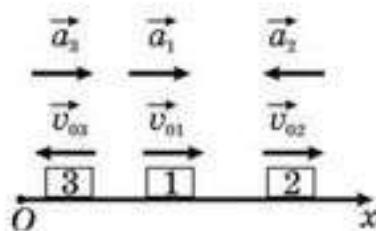


Рис. 2.9

Зависимости перемещения от времени для этих трех тел изображены на графиках (рис. 2.10). Предлагаем вам самостоятельно изобразить зависимость скоростей этих тел и пройденного ими пути от времени.

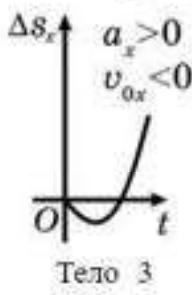
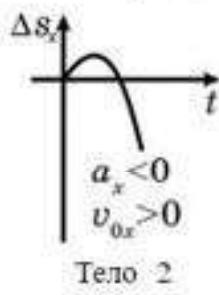
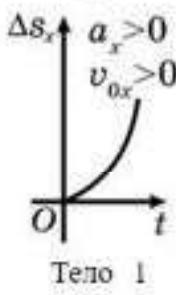


Рис. 2.10

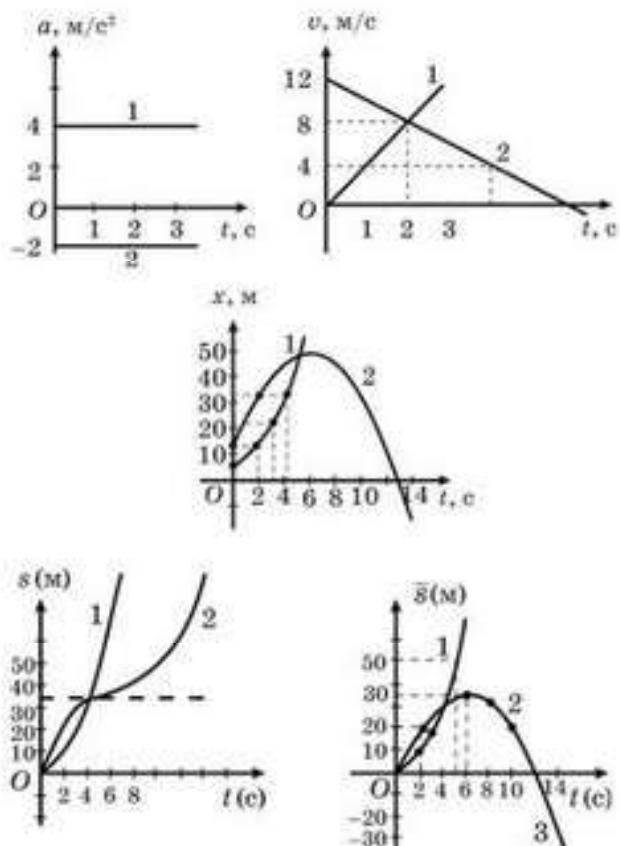


Рис. 2.11

На рисунке 2.11 представлены графики равнопеременного движения для ускорения, скорости, координаты, пути и перемещения для тела 1, у которого  $x_0 = 4 \text{ м}$ ,  $v_0 = 0$  и  $a = 4 \text{ м/с}^2$  и для тела 2, у которого  $x_0 = 12 \text{ м}$ ,  $v_0 = 12 \text{ м/с}^2$  и  $a = -2 \text{ м/с}^2$ . Очень часто при неравномерном движении необходимо знать время прибытия в конечный пункт, зная расстояние до него. В таком случае неравномерное движение удобнее представить в виде равномерного движения с некоторой скоростью. Эту скорость называют *средней скоростью неравномерного движения*.

**Под средней скоростью неравномерного движения понимают скорость такого равномерного движения, при котором за тот же промежуток времени будет пройден такой же путь:**

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t}. \quad (2.11)$$

Обращаем ваше внимание на то, что не следует путать среднюю скорость со средней арифметической скоростью, которую находят как и любую среднюю арифметическую величину:

$$v_{\text{ср.ар}} = \frac{v_1 + v_2}{2}. \quad (2.12)$$

По формуле (2.12) можно рассчитывать среднюю скорость при равномерном движении.



### Вопросы для самоконтроля

- Какое движение называется *равномерным прямолинейным*?
- Каким образом рассчитывают путь при равномерном прямолинейном движении?
- Что называется *законом движения*?
- Опишите характер движения тела, закон движения которого выглядит так:  
а)  $x = -5 + 2t$ ; б)  $x = -5 - 2t$ .
- Каким образом можно рассчитать скорость тела при равнозамедленном прямолинейном движении (рис. 2.7, б)?
- Можно ли утверждать, что величина пути и перемещения всегда равны при прямолинейном равнопеременном движении? Ответ обоснуйте.
- Опишите характер движения тела, закон движения которого выглядит так:  
а)  $v = 5 + 4t$ ; б)  $v = 5 - 2t$ ; в)  $v = -5 - 2t$ .
- Опишите характер движения тела, закон движения которого выглядит так:  
а)  $x = 5t + 4t^2$ ; б)  $x = 2t^2$ ; в)  $x = 2t - 4t^2$ ; г)  $x = -2t - 4t^2$ ; д)  $x = -2t + 4t^2$ .
- Что означает выражение "изобразите движение тела графически"?
- Объясните выражение "прочтайте график движения тела".

## Примеры решения задач

В этом параграфе мы рассмотрим примеры решения задач на механическое движение. Напоминаем вам, что прежде чем начать решать задачу, необходимо внимательно прочитать ее условие и представить явление, описанное в задаче.

Затем необходимо найти законы, описывающие это явление и записать эти законы на языке математики. После этого записываем условие задачи в краткой форме, принятой в физике. Желательно решение задач сопровождать рисунками, схемами или графиками, а единицы измерения физических величин выразить в системе международной СИ.

**Задача 1.** Скорость катера относительно воды в  $n$  раз больше скорости течения реки. Во сколько раз больше по времени займет поездка на катере между двумя пристанями против течения, чем по течению?

*Решение.* Обозначим расстояние между пристанями  $s$ . Пусть  $t_1$  и  $t_2$  — время движения катера против и по течению реки, соответственно. Тогда относительно берега скорости катера против течения и по течению будут находиться как разность и как сумма скоростей катера и течения реки, соответственно:  $v_1 = v_k - v_m$  и  $v_2 = v_k + v_m$ .

Расстояние между пристанями можно найти так:  $s = v_1 t_1$  (плывем против течения) и  $s = v_2 t_2$  (плывем по течению).

Тогда:

$$s = (v_k - v_m)t_1 = (v_m - v_m)t_1 = v_m(n - 1)t_1;$$

$$s = (v_k + v_m)t_2 = (v_m + v_m)t_2 = v_m(n + 1)t_2.$$

Отсюда:  $t_1 = \frac{s}{v_m(n - 1)}$  и  $t_2 = \frac{s}{v_m(n + 1)}$ . Следовательно,  $\frac{t_1}{t_2} = \frac{n + 1}{n - 1}$ .

$$\text{Ответ: } \frac{t_1}{t_2} = \frac{n + 1}{n - 1}.$$

**Задача 2.** По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за 4 мин, а эскалатор неподвижно стоящего на нем пассажира поднимает за 2 мин. Сколько времени будет подниматься идущий вверх пассажир по движущемуся эскалатору?

*Решение.* Обозначим длину эскалатора  $s$ .

Тогда:

$$\text{скорость пассажира равна: } v_1 = \frac{s}{t_1};$$

$$\text{скорость эскалатора равна: } v_2 = \frac{s}{t_2};$$

скорость пассажира, идущего по движущемуся эскалатору, равна:  
 $v_3 = \frac{s}{t_3}$ .

Так как  $v_3 = v_2 + v_1$ , то получим, что:  $\frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2} = \frac{s}{t_3}$ .

Отсюда следует, что  $t_3 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$ . Проверим размерность  $[t_3] = \frac{c \cdot c}{c + c} = c$ .

Произведем вычисления:  $t_3 = \frac{4 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 60}{6 \cdot 60} = \frac{4 \cdot 60}{3} = 80$  с.

*Ответ:*  $t_3 = 80$  с.

**Задача 3.** Движения машины и велосипедиста описываются уравнениями:  $x_1 = -100 + 10t$  и  $x_2 = 40 - 5t + 2t^2$ . Запишите уравнения скоростей для обоих тел. На оси  $Ox$  указать положение тел, направление их скоростей и ускорений в начальный момент. В какой момент времени скорости тел станут одинаковыми?

*Решение.* Сравнив уравнения движения обоих тел с законом изменения координаты, который выглядит так:  $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , мы можем сказать следующее: начальные координаты тел равны  $x_{01} = -100$  м и  $x_{02} = 40$  м, начальные скорости  $v_{01} = 10$  м/с и  $v_{02} = -5$  м/с (тело движется в направлении, которое противоположно направлению, принятому за положительное), ускорение первого тела  $a_1 = 0$  м/с<sup>2</sup> (движение равномерное), ускорение второго тела  $a_2 = 4$  м/с<sup>2</sup>. Так как уравнение для скорости выглядит следующим образом:

$$v = v_0 + at,$$

то для первого тела имеем:  $v_1 = 10$  м/с, а для второго  $v_2 = -5 + 4t$ .

Теперь изобразим на оси  $Ox$  положение тел, направление их скоростей и ускорений в начальный момент (см. рис. 2.12):

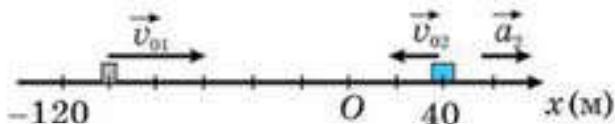


Рис. 2.12

Для того чтобы найти момент, когда скорости тел станут одинаковыми, приравняем  $v_1$  и  $v_2$ :

$$10 = -5 + 4t.$$

Отсюда получим, что  $t = 3,75$  с. Значит, через 3,75 с скорости тел станут одинаковыми.

*Ответ:*  $v_1 = 10$  м/с,  $v_2 = -5 + 4t$ ,  $t = 3,75$  с.

Попробуйте самостоятельно доказать, что машина и велосипедист не встретятся.

**Задача 4.** Спортсмены бегут колонной длиной  $l_0$  с одинаковыми скоростями  $v$ . Навстречу бежит тренер со скоростью  $u$  ( $u < 0,5v$ ). Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и бежит в обратную сторону с той же по величине скоростью. Найдите длину колонны  $l$ , когда все спортсмены будут бежать в направлении, противоположном первоначальному. Как изменится ответ, если каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и бежит в обратную сторону со скоростью а)  $0,5v$ ; б)  $2v$ .

*Решение.* Проще решить задачу, если систему отсчета связать с тренером. Скорость спортсменов, бегущих навстречу тренеру, равна  $v_1 = v + u$ . Скорость спортсменов, бегущих в направлении движения тренера, равна  $v_2 = v - u$ . Время, за которое последний спортсмен, бегущий навстречу тренеру, поравняется с ним, равно времени, за которое первый спортсмен, поравнявшись с тренером, убежит от него. Выразив это время через расстояния, пройденные колоннами спортсменов и скорости их относительного движения (по отношению к тренеру), мы получим следующее выражение:  $\frac{l_0}{v+u} = \frac{l}{v-u}$ . Отсюда  $l = \frac{v-u}{v+u} l_0$ .

Решать задачу будем аналогично решению, предложенному выше, приравняв время, за которое последний спортсмен, бегущий навстречу тренеру, поравняется с ним, ко времени, за которое первый спортсмен, поравнявшись с тренером, убежит от него. Выразив это время через расстояния, пройденные колоннами спортсменов и скорости их относительного движения (по отношению к тренеру), в случае а) имеем

$\frac{l_0}{v+u} = \frac{2l}{v-2u}$ . Тогда  $l_1 = \frac{v-2u}{2(v+u)} l_0$ , (необходимо понимать, что решение имеет смысл, если  $u < 0,5v$ ), а в случае б) получим  $l_2 = \frac{2v-u}{v+u} l_0$ .



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Пронаблюдайте за движением маршрутных автобусов, автомобилей на городских дорогах. Найдите общее в их движении.

### Объясните

Объясните, как по графику зависимости скорости равнопеременного движения от времени можно определить величину перемещения тела?

### Иследуйте

Используя рисунок 2.13 охарактеризуйте характер движения тела I и тела II. Что означает точка пересечения графиков?

### Анализируйте

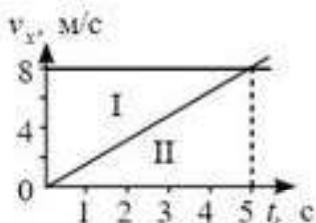


Рис. 2.13

- Проанализируйте движение тела, уравнение движения которого  $x = 12 - 3t$ . Через какой промежуток времени тело окажется в начале координат?
- Какая линия (рис. 2.14) соответствует прямолинейному равноускоренному движению с начальной скоростью, а какая — равномерному движению?
- Какой вид движения описывается линиями 1 и 2 на рисунке 2.14?
- На рисунке 2.15 дан график зависимости проекции скорости тела от времени. На каких участках проекции ускорения и скорости имеют одинаковый знак?
- На рисунке 2.16 дан график зависимости координаты тела, движущегося прямолинейно, от времени. Какому типу движения соответствуют участки А и Б?

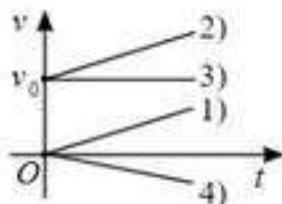


Рис. 2.14

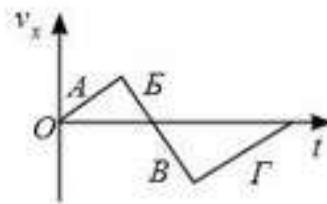


Рис. 2.15

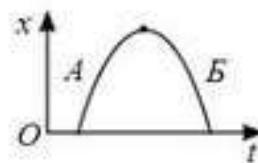
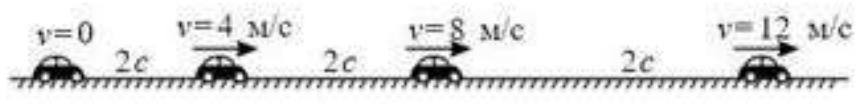
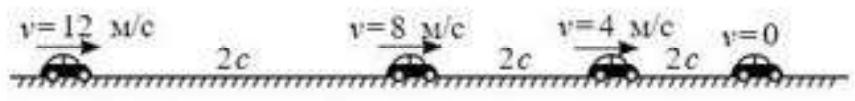


Рис. 2.16

- Рассмотрите движение тел, изображенных на рисунке 2.17, а и б. Найдите сходства и различия в их движении.



а)



б)

Рис. 2.17

**Решайте**

1. Тело соскальзывает по наклонной плоскости, проходя за 10 с путь 2 м. Начальная скорость тела равна нулю. Определите модуль ускорения тела.

(Ответ: 4 см/с<sup>2</sup>)

\*2. Два поезда прошли одинаковый путь за одно и то же время. Однако один поезд, трогаясь с места, прошел весь путь равноускоренно с ускорением 3 см/с<sup>2</sup>. Другой поезд первую половину пути шел со скоростью 18 км/ч, а вторую половину — со скоростью 54 км/ч. Найдите пройденный путь.

(Ответ: 3,75 км)

■3. Два тела движутся прямолинейно вдоль оси ОХ так, что их координаты следующим образом зависят от времени:  $x_1 = 2 + 2t + t^2$  (м),  $x_2 = -7 - 6t + 2t^2$  (м). Определите модуль относительной скорости тел в момент их встречи. Тела начали двигаться одновременно.

(Ответ:  $v_{\text{отн.}} = 10$  м/с)

\*4. Тело, вышедшее из некоторой точки, двигалось с постоянным по модулю и направлению ускорением. Скорость его в конце четвертой секунды была 1,2 м/с, в конце седьмой секунды тело остановилось. Найдите путь, пройденный телом.

(Ответ: 9,8 м)

■5. Два автобуса трогаются с места с одинаковыми ускорениями 4 м/с<sup>2</sup> навстречу друг другу из пунктов А и В, между которыми 100 м. Какова их относительная скорость в момент их встречи?

(Ответ: 40 м/с)

6. Тело движется в отрицательном направлении со скоростью 5 м/с. Постройте график его скорости.

**Рефлексия**

- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать пробел по новому материалу?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? Где возникли затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

### § 3. Свободное падение тел.

#### Ускорение свободного падения



**Ключевые понятия:** свободное падение, ускорение свободного падения, трубка Ньютона.

На этом уроке вы: познакомитесь со свободным падением тел и научитесь применять уравнения координаты и скорости для решения основной задачи механики для этого движения.



Рис. 3.1

Частным случаем равнопеременного движения является падение тел в поле тяготения Земли. Его называют *свободным падением*. Законы для этого движения выглядят так же, как для равнопеременного движения. В этом случае ускорение является постоянной величиной, равной  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Величина этого ускорения зависит от силы тяжести на данной планете. На Земле величину ускорения свободного падения впервые рассчитал Г. Галилей, бросая с Пизанской башни ядро и мушкетную пулю (рис. 3.1). Он установил, что все тела падают на поверхность Земли под действием земного притяжения при отсутствии сил сопротивления с одинаковым ускорением, т. е. **ускорение свободного падения не зависит от массы тела**.

Убедиться в этом можно, используя трубку Ньютона или стробоскопический метод.

Трубка Ньютона представляет собой длинную стеклянную трубку длиной около 1,5 м, один конец которой запаян, а другой снабжен краном (рис. 3.2). В трубку помещают дробинку, пробку и птичье перо. Если трубку быстро перевернуть, то все три тела упадут на дно трубки, но в разное время: сначала дробинка, затем пробка и, наконец, перо. Но так падают тела в том случае, когда в трубке есть воздух (рис. 3.3, *а*). Стоит только воздух откачать насосом и снова перевернуть трубку, мы увидим, что все три тела упадут одновременно (рис. 3.3, *б*).

В земных условиях ускорение свободного падения зависит от географической широты

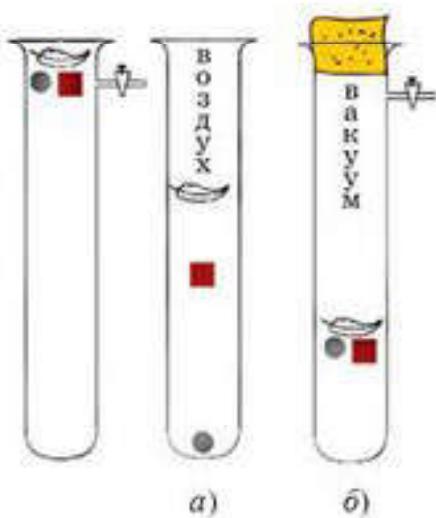


Рис. 3.2



Рис. 3.3

местности. Наибольшее значение оно имеет на полюсе  $g_p = 9,81 \text{ м/с}^2$ , наименьшее — на экваторе  $g_e = 9,75 \text{ м/с}^2$ .

Это объясняется: 1) суточным вращением Земли вокруг своей оси; 2) несферичностью формы Земли; 3) неоднородным распределением плотности земных пород.

Уравнения для скорости и координаты при свободном падении выглядят так:

$$\pm v = \pm v_0 \pm at, \quad (3.1)$$

$$h = h_0 \pm v_0 t \pm \frac{gt^2}{2}. \quad (3.2)$$

Знаки уравнений 3.1 и 3.2 определяются выбором системы отсчета.

Свободно падающее тело может двигаться прямолинейно или по криволинейной траектории. Это зависит от начальных условий. Рассмотрим это подробнее.

**Движение тела, брошенного вертикально вниз.** Пусть тело находится на высоте  $h$  от поверхности Земли (рис. 3.3, а). Его отпустили и оно падает вниз без начальной скорости. В выбранной системе координат движение тела описывается уравнениями:  $v = gt$  и  $h = \frac{gt^2}{2}$ . Из последней формулы можно найти время падения тела с высоты  $h$ :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Подставляя найденное время в формулу для скорости, получим модуль скорости тела в момент падения:  $v = \sqrt{2gh}$ .

**Движение тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью.**

В выбранной системе координат (рис. 3.3, б) движение тела описывается уравнениями:

$$v = v_0 - gt \text{ и } h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (3.3)$$

Из уравнения скорости видно, что тело движется равнозамедленно вверх, достигает максимальной высоты, а затем движется равноускоренно вниз.

Причем время подъема и время падения одинаковы, если не учитывать сопротивление воздуха. Докажите это.

Подумайте, каким образом принцип независимости движений поможет нам определить уравнения движения тела, брошенного горизонтально и под углом к горизонту?

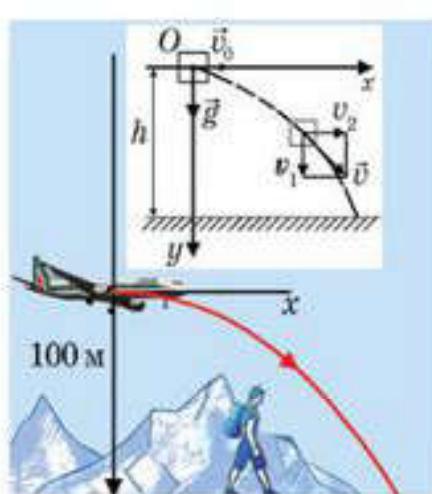


Рис. 3.4

**Движение тела, брошенного горизонтально.** При изучении движения тела, брошенного горизонтально, необходимо учитывать принцип независимости движений. С учетом этого принципа движение по разным координатным осям будем рассматривать независимо друг от друга: движение в горизонтальном направлении происходит равномерно, а в вертикальном направлении — равнопеременно. Уравнения этих движений легко записать, выбрав систему отсчета (рис. 3.4) и воспользовавшись формулами

$$x = v_0 t \text{ и } y = \frac{gt^2}{2}. \quad (3.4)$$

Отсюда следует, что

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2. \quad (3.5)$$

Это уравнение параболы. Следовательно, тело, брошенное горизонтально, движется по параболе. Скорость тела в любой момент времени направлена по касательной к параболе (см. рис. 3.5). Модуль скорости можно рассчитать по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}. \quad (3.6)$$

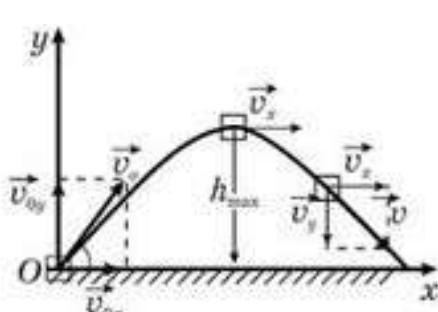


Рис. 3.5

**Движение тела, брошенного под углом к горизонту.** Пусть тело брошено под углом  $\alpha$  к горизонту со скоростью  $v_0$ . Для описания движения необходимо выбрать две оси координат —  $Ox$  и  $Oy$  (рис. 3.5). Начало отсчета совместим с начальным положением тела. Воспользуемся принципом независимости движения и разложим вектор начальной скорости на две составляющие

$$v_{ox} = v_0 \cos \alpha, \quad (3.7)$$

$$v_{oy} = v_0 \sin \alpha. \quad (3.8)$$

и

Уравнения движения тела по выбранным осям координат выглядят так:

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad (3.9)$$

и

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (3.10)$$

Выразив из (3.9) время и подставив его значение в (3.10), получим уравнение траектории

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (3.11)$$

Это уравнение параболы.

Для того, чтобы рассчитать время и дальность полета, необходимо в формуле (3.10) учесть, что перемещение тела по оси  $Oy$  будет равно нулю и поэтому конечная координата по оси  $Oy$   $y = 0$ . Тогда время полета будет равно:

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad (3.12)$$

дальность полета будет равна:

$$l = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (3.13)$$

Для определения высоты подъема в формулу  $h = \frac{gt^2}{2}$  подставим половину времени полета  $t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ , после чего получим:

$$y_{\max} = h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (3.14)$$



### Вопросы для самоконтроля

1. Для чего нужна трубка Ньютона?
2. Как выглядит траектория движения тела, брошенного горизонтально?
3. Как выглядит траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту?
4. Как Галилей рассчитал ускорение свободного падения на Земле?
5. Почему ускорение свободного падения уменьшается с приближением к экватору?

## Примеры решения задач

**Задача 1.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Когда оно достигло высшей точки подъема, из того же начального положения с той же начальной скоростью вертикально вверх было брошено второе тело. На какой высоте от начального положения они встретятся?

Дано:

$$v_{01} = v_0$$

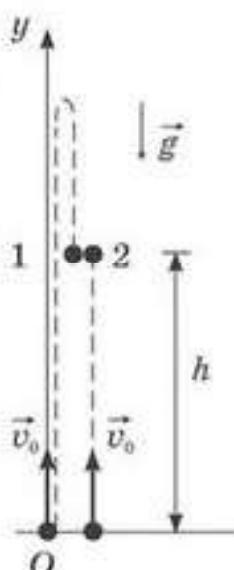
$$v_{02} = v_0$$

$$g$$

$$h - ?$$

*Решение.* Понятно, что второе тело начало движение позже на время, равное времени подъема первого тела до максимальной высоты. Так как движение тел — это свободное падение, т. е. ускорение по модулю равно  $g$ , то это время найдем, используя уравнение скорости (учитываем, что в верхней точке подъема скорость равна нулю):

$$0 = v_0 - gt_0, \text{ отсюда } t_0 = \frac{v_0}{g}. \quad (1)$$



Теперь опишем движение обоих тел до момента встречи (рис. 3.6), используя уравнение движения для равноускоренного движения и учитывая тот факт, что уравнение движения описывает всю "историю" движения. Связем систему отсчета с землей.

$$\text{1-е тело: } h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad (2)$$

$$\text{2-е тело: } h = v_0(t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2}, \quad (3)$$

$$\text{или } h = v_0 t - v_0 t_0 - \frac{gt^2}{2} + 2 \frac{gt t_0}{2} - \frac{gt_0^2}{2}, \text{ или}$$

$$h = h - v_0 t_0 + g t t_0 - \frac{gt_0^2}{2}, \text{ или } v_0 + \frac{gt_0}{2} = gt.$$

Отсюда

$$t = \frac{v_0}{g} + \frac{t_0}{2}. \quad (4)$$

Подставив (1) в (4), получим, что

$$t = \frac{3v_0}{2g}. \quad (5)$$

$$\text{Тогда: } h = v_0 \cdot \left( \frac{3v_0}{2g} \right) - \frac{gv_0^2 \cdot 9}{2 \cdot 4g^2} = \frac{3v_0^2}{8g}.$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{3v_0^2}{8g}.$$

**Задача 2.** Два тела брошены горизонтально с одинаковыми скоростями с разных высот, причем  $h_2 = 4h_1$ . Как соотносятся дальности полета этих тел?

Дано:

$$v_{01} = v_{02} = v_0$$

$$h_2 = 4h_1$$

$$\frac{l_2}{l_1} = ?$$

*Решение.* Воспользуемся принципом независимости движений (рис. 3.7)  $Ox$ :  $l = v_0 t$ ;  $Oy$ :  $h = \frac{gt^2}{2}$ .

$$\text{Отсюда } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ и } l = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

$$\text{Тогда } \frac{l_2}{l_1} = \frac{v_0 \sqrt{\frac{2h_2}{g}}}{v_0 \sqrt{\frac{2h_1}{g}}} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{4} = 2.$$

$$\text{Ответ: } \frac{l_2}{l_1} = 2.$$

**Задача 3.** Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы максимальная высота подъема была в четыре раза больше дальности полета? Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:

$$H = 4l$$

$$g$$

$$\alpha = ?$$

*Решение.* Воспользуемся принципом независимости движений (рис. 3.8):

$$Ox: l = v_{0x} t = v_0 t \cos \alpha; Oy: -v_{0y} = v_{0y} - gt;$$

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \text{ — время полета.}$$

Тогда  $l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$ . Время подъема при свободном падении равно времени падения,  $t_1 = t_2 = \frac{t}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ .

Максимальная высота подъема будет равна:  $H = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$  (воспользуемся обратимостью движения).

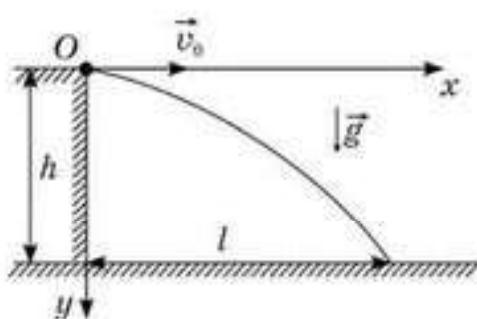


Рис. 3.7

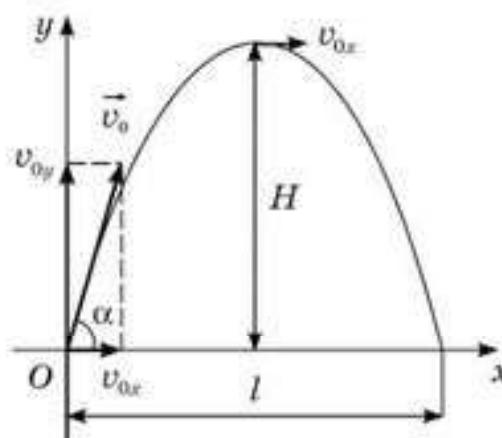


Рис. 3.8

По условию задачи  $H = 4l$ , т. е.  $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{8v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$ .

Отсюда  $\tan \alpha = 16$ , т. е.  $\alpha = 86^\circ$ .

*Ответ* :  $\alpha = 86^\circ$ .

**Задача 4.** Шарик бросают под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 14$  м/с. На расстоянии  $s = 11$  м от точки бросания шарик упруго ударяется о вертикальную стенку. На каком расстоянии  $l$  от стенки шарик упадет на землю?

**Дано:**

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 14 \text{ м/с}$$

$$s = 11 \text{ м}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$l = ?$$

Из (2) имеем:

**Решение**. Определим дальность полета шарика для случая, когда на его пути не встречается преграда в виде вертикальной стенки. Для этого рассмотрим движение шарика по горизонтали (ось  $Ox$ ) и вертикали (ось  $Oy$ ) (рис. 3.9):

$$Ox: L = v_0 t \cos \alpha, \text{ где } t \text{ — время полета; } \quad (1)$$

$$Oy: 0 = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad (3)$$

Подставив (3) в (1), получим:  $L = \frac{1}{g} 2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$ , или  $L = \frac{1}{g} v_0^2 \sin 2\alpha = 17,3 \text{ м.}$

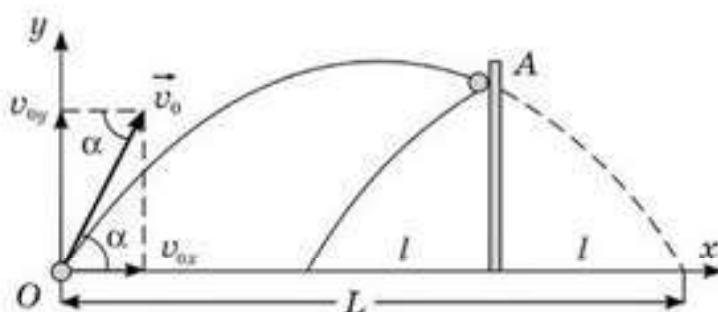


Рис. 3.9

Но так как на пути шарика находится стенка, то шарик, “зеркально” (упруго) отразившись от нее, отлетит на расстояние, которое он не долетел из-за “встречи” со стенкой:  $l = L - s = (17,3 - 11) \text{ м} = 6,3 \text{ м.}$

*Ответ* : 6,3 м.



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Пронаблюдайте падение листьев с деревьев. Опишите и попытайтесь объяснить их движение.

### Экспериментируйте

- Бросьте вниз с одинаковой высоты два листка бумаги — один скомканный, а другой нет. Сделайте вывод.
- Бросьте вниз с одинаковой высоты перышко и теннисный шарик. Сделайте вывод.
- С одинаковой высоты (уровень стола) бросьте два ластика — один вертикально вниз без начальной скорости, а другой горизонтально со скоростью  $v_0$ . Сравните время падения ластиков.
- Определите ускорение свободного падения в вашей местности в домашних условиях. Продумайте методику вашего эксперимента.
- С помощью баллистического пистолета выстреливайте шарик под разными углами к горизонту. Сравните дальность и высоту полета при разных углах.

### Объясните

- На рисунке 3.1 изображены опыты Г. Галилея по изучению падения тел с Пизанской башни. Объясните, почему мушкетная пуля и пушечное ядро упали на землю одновременно.
- Объясните, почему снежинки во время снегопада падают медленно, а сокол, сложивший крылья, быстро?

### Исследуйте

- Используя рисунок 3.1, исследуйте, как будут падать с Пизанской башни теннисный и стальной шарики одинакового объема?
- Исследуйте движение тела, уравнение движения которого  $y = 125 - 5t^2$ . Через какой промежуток времени тело окажется в начале координат?

### Анализируйте

- Проанализируйте график зависимости координаты от времени, изображенный на рисунке 3.10. Какое движение на нем изображено? Как менялось движение тела?
- Используя график зависимости координаты от времени (см. рис. 3.10), постройте график зависимости пути от времени.

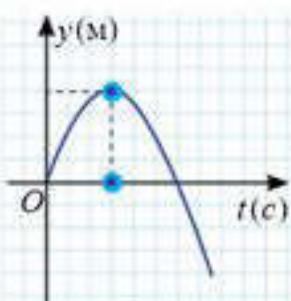


Рис. 3.10

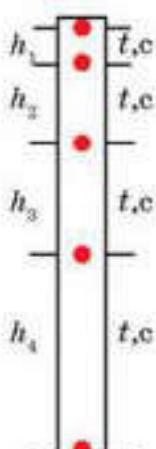

**Решайте**


Рис. 3.11

1. Тело свободно падает без начальной скорости с высоты  $H = 32$  м (рис. 3.11). Определите величины  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  и  $h_4$ .

(Ответ:  $h_1 = 2$  м;  $h_2 = 6$  м;  $h_3 = 10$  м;  $h_4 = 14$  м)

2. С крыши дома бросили камень горизонтально со скоростью  $v_0$ . Как изменится время падения камня, если его бросить со скоростью  $4v_0$ ?

(Ответ:  $t_1 = t_2$ )

3. Двое играют в мяч, бросая его друг другу. Какой наибольшей высоты достигает мяч во время игры, если он от одного игрока к другому летит 4 с?

(Ответ: 20 м)

- 4. С аэростата, поднимающегося вертикально со скоростью 10 м/с, падает болт, который достигает поверхности земли через 16 с. На какой высоте находился аэростат в момент отрыва от него болта? Считать  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, силой сопротивления воздуха пренебречь.

(Ответ: 1120 м)

5. Шарик бросили горизонтально с высоты 20 м. Он упал на землю на расстоянии 12 м. Сколько времени падал шарик и с какой скоростью он был брошен?

(Ответ:  $t = 2$  с;  $v = 6$  м/с)

- \*6. Ракета стартует и движется вертикально вверх с ускорением  $a = 2g$ . Через 10 с полета двигатель отключается. Через какое время с момента старта ракета упадет на землю?

(Ответ: 55,5 с)

7. Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии 5,1 км друг от друга. За какое время снаряд с начальной скоростью 240 м/с достигнет цели?  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

(Ответ: 25 с и 41 с)

- 8. С самолета, летящего на высоте 500 м, производится бомбометание по движущейся цели. Направление движения самолета и цели совпадают. Скорость самолета 300 м/с, а цели 20 м/с. На каком расстоянии от цели по горизонтали нужно сбросить бомбу, чтобы поразить цель? Под каким углом к горизонту упадет бомба? Сопротивление воздуха не учитывать.

(Ответ: 2,8 км; 18°)

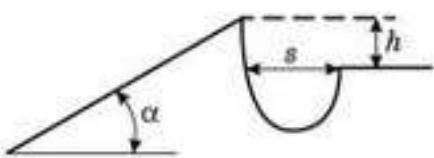


Рис. 3.12

- \*9. Мотоциклист въезжает на высокий берег рва (см. рис. 3.12). Какую минимальную скорость должен иметь мотоциклист в момент отрыва от берега, чтобы перескочить ров? Величины, указанные на рисунке, считать известными.

(Ответ:  $v_0 = \frac{s}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2(h + stg \alpha)}}$ )


**Рефлексия**

- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать пробел по новому материалу?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? Где возникли затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 4. Криволинейное движение. Движение по окружности



**Ключевые понятия:** криволинейное движение, тангенциальное и нормальное ускорение.

На этом уроке вы: изучите особенности криволинейного движения.

Вам уже известно, что в зависимости от формы траектории, различают прямолинейное и криволинейное движение. Остановимся подробнее на криволинейном движении. При этом движении вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории и его направление постоянно меняется. Рассмотрим движение тела, которое мы будем считать материальной точкой, по произвольной криволинейной траектории (рис. 4.1). Пусть при движении тела из точки  $A$  в точку  $B$  модуль ее скорости увеличится с  $v_1$  до  $v_2$ . Понятно, что наше тело движется с ускорением. При криволинейном движении необходимо учитывать, что скорость меняется не только по величине, но и по направлению. При этом движении скорость всегда направлена по касательной к траектории. Значит, при криволинейном движении присутствует как тангенциальное, так и нормальное ускорение. Вектор полного ускорения в этом случае будет определяться изменением вектора скорости за единицу времени, т. е.

$$\ddot{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (4.1)$$

При прямолинейном движении нет изменения скорости по направлению, значит, нормальное ускорение при этом движении отсутствует. А модуль тангенциального ускорения можно рассчитать по формуле

$$a_t = \frac{v - v_0}{t}. \quad (4.2)$$

Эта формула дана в § 1. Для того, чтобы определить величину нормального ускорения, рассмотрим равномерное движение точки по окружности (рис. 4.2). В этом случае величина полного ускорения будет

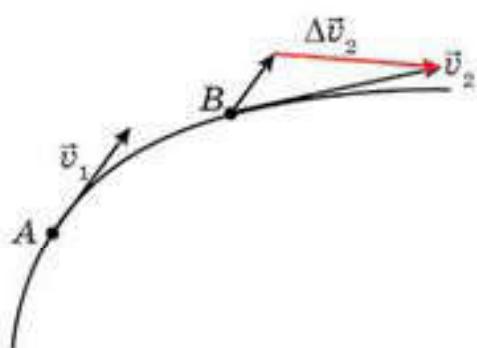


Рис. 4.1

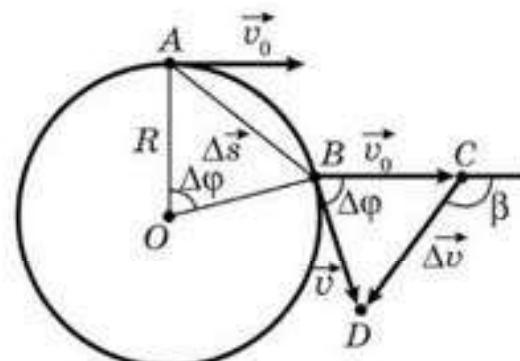


Рис. 4.2

равна нормальному ускорению. А по определению полное ускорение равно:  $\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ .

Следовательно, в данном случае по этой формуле можно рассчитать величину нормального ускорения. Рассмотрим треугольники  $OAB$  и  $BCD$ . Они равнобедренные. Углы при вершинах — одинаковые (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Отсюда следует, что  $\triangle OAB$  подобен  $\triangle DBC$ . Из подобия треугольников следует:

$$\frac{|\Delta \bar{v}|}{v} = \frac{|s|}{R} \Rightarrow |\Delta \bar{v}| = \frac{v \cdot |s|}{R}.$$

Пусть точки  $A$  и  $B$  находятся очень близко друг к другу. Тогда можно считать, что длина дуги между ними и вектор перемещения  $\Delta s$  практически совпадают. В этом случае модуль вектора перемещения можно найти так:  $|\Delta s| = v \Delta t$ , тогда:  $|\bar{a}| = \frac{|\Delta \bar{v}|}{\Delta t} = \frac{v v \Delta t}{R \Delta t} = \frac{v^2}{R}$ , т. е. модуль нормального ускорения рассчитывают по формуле:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (4.3)$$

Это ускорение называют *центростремительным*, так как оно направлено к центру окружности, по которой движется материальная точка. Обращаем ваше внимание на следующее: несмотря на то, что модуль нормального ускорения при равномерном движении точки по окружности остается постоянным, само движение точки будет равноускоренным из-за того, что направление нормального ускорения непрерывно меняется.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какое движение называется *криволинейным*?
2. Является ли движение по кривой линии с неизменной скоростью *равномерным*? Ответ обоснуйте.
3. Как направлено ускорение при криволинейном движении?
4. Как направлена мгновенная скорость точки при криволинейном движении?
5. Является ли равномерное движение точки по окружности *равноускоренным*?
6. Приведите пример криволинейного движения, при котором тангенциальное ускорение равно нулю.



### Рефлексия

1. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
2. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать пробел по новому материалу?
3. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? Где возникли затруднения?
4. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 5. Вращательное движение



**Ключевые понятия:** вращательное движение, угловое перемещение, скорость и ускорение, период и частота вращения.

На этом уроке вы: познакомитесь с вращательным движением и величинами его характеризующими.

**Вращательным движением** называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, являющейся осью вращения.

Укажите сходство и различие криволинейного и вращательного движений.

При вращательном движении различные точки тела описывают различные траектории, движутся с различными линейными скоростями и ускорениями; за равные промежутки времени совершают различные перемещения и проходят различные пути. Однаковыми для всех точек тела являются угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение, которые, следовательно, и характеризуют движение всего тела.

Под **угловым перемещением** понимают угол, на который поворачивается тело за данный промежуток времени. Угловое перемещение обозначается буквой  $\Phi$  и измеряется в радианах, т. е.  $[\Phi] = \text{рад}$ .

Под **угловой скоростью** понимают физическую величину, характеризующую быстроту вращения и определяемую изменением угла поворота, совершенным в единицу времени, т. е.

$$\omega = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (5.1)$$

Единицей измерения угловой скорости является:  $[\omega] = \text{рад/с}$ .

Если любая точка тела за любые равные промежутки времени совершает одинаковые угловые перемещения, то такое вращательное движение называется **равномерным**, т. е.  $\omega = \text{const}$ . Уравнением равномерного вращательного движения будет

$$\Phi = \Phi_0 + \omega t. \quad (5.2)$$

Если в процессе вращения угловая скорость меняется, то вращательное движение называется **переменным**. Быстроту изменения угловой скорости во времени принято характеризовать физической величиной, которую назвали **угловым ускорением**  $\epsilon$ .

Под **угловым ускорением** понимают физическую величину, определяемую изменением угловой скорости, совершенным в единицу времени, т. е.

$$\epsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}. \quad (5.3)$$

Единицей измерения углового ускорения является:  $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$ .

Если любая точка тела за любые равные промежутки времени изменяет свою угловую скорость на одну и ту же величину, то такое вращательное движение называется *равнопеременным*, т. е.  $\varepsilon = \text{const}$ .

Уравнения угловой скорости и углового перемещения для равнопеременного вращательного движения будут выглядеть следующим образом:

$$\omega = \pm \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad (5.4)$$

$$\phi = \Phi_0 \pm \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (5.5)$$

При вращательном движении материальная точка описывает окружность определенного радиуса. В случае равномерного вращательного движения повторение происходит циклически. Промежуток времени, за которое совершается один полный оборот, называется **периодом вращения  $T$** . Если за время  $t$  совершено  $N$  оборотов, то период определяется по формуле:

$$T = \frac{t}{N}. \quad (5.6)$$

Равномерное вращение различных тел может отличаться друг от друга числом оборотов, совершаемых этими телами в единицу времени. Поэтому вводят еще одну характеристику равномерного вращательного движения — частоту **вращения  $V$** . Если за время  $t$  совершено  $N$  оборотов, то частота определяется по формуле:

$$V = \frac{N}{t}. \quad (5.7)$$

Видно, что период и частота величины обратно пропорциональные, т. е.  $V = \frac{1}{T}$ .

Угловую скорость равномерного вращательного движения часто называют *циклической частотой*, имея в виду тот факт, что один оборот тело совершает за время, равное периоду, т. е.

$$\omega = \frac{\Phi}{t} = \frac{2\pi}{T}. \quad (5.8)$$

Линейные и угловые кинематические величины связаны между собой. Из геометрии вам известно, что длина дуги, опирающаяся на два радиуса, угол между которыми равен  $\Phi$ , равна  $s = \Phi R$ . В нашем случае  $\Phi$  — это угол, на который повернулось тело за время  $t$  (угловое перемещение), а  $s$  — путь, пройденный данной точкой тела за это время.

Линейную скорость данной точки тела определим по формуле:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\Phi R}{t} = \omega R. \quad (5.9)$$

Существует связь между тангенциальным и угловым ускорениями:

$$a_t = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega R}{\Delta t} = \varepsilon R. \quad (5.10)$$

Так же легко выразить нормальное (центробежное) ускорение через угловые параметры:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R = v\omega. \quad (5.11)$$

Вектор полного ускорения тоже можно выразить через угловые величины:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + \epsilon^2 R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \epsilon^2}. \quad (5.12)$$

Линейные величины можно выразить и через период вращения, например, линейная скорость может быть рассчитана по формуле

$$v = \frac{2\pi R}{T}, \quad (5.13)$$

а нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (5.14)$$

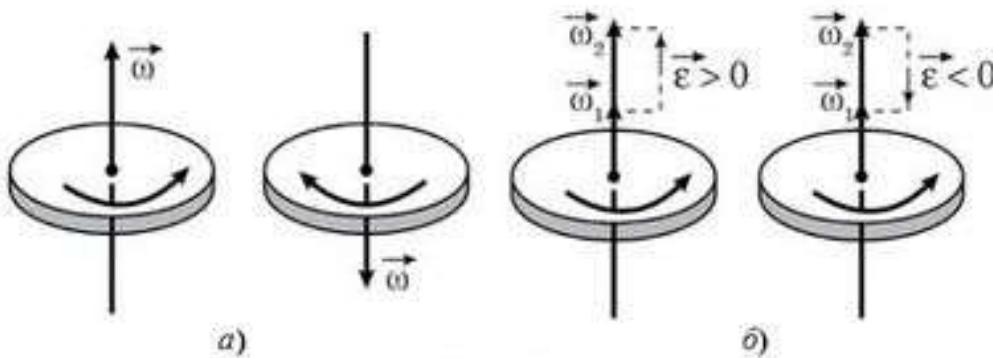


Рис. 5.1

Необходимо помнить, что угловые величины — это векторные величины. Это связано с направлением вращения тела. Вектор угловой скорости откладывается вдоль оси вращения из любой ее точки. Направление вектора угловой скорости определяется таким образом, что если смотреть из его конца на любую точку тела, не лежащую на оси вращения, то вращение нашего тела должно происходить против часовой стрелки. Вектор углового ускорения тоже откладывается вдоль оси вращения из любой ее точки, направление которой определяется направлением вектора разности угловых скоростей  $\Delta\omega$  (рис. 5.1, а, б).



### Вопросы для самоконтроля

1. В чем отличие криволинейного движения от вращательного?
2. Почему возникла необходимость введения угловых величин?
3. Как связаны между собой угловые и линейные величины?
4. Что понимают под периодом и частотой обращения? Как они связаны между собой?
5. Как определить направление векторов угловой скорости и углового ускорения?

## Примеры решения задач

**Задача 1.** Каково центростремительное ускорение точек земного экватора?

Дано:

$$R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$T = 24 \text{ ч}$$

$$a_n = ?$$

*Решение.* Нормальное (центростремительное) ускорение находится по формуле:  $a_n = \frac{v^2}{R}$ , где  $v$  — линейная скорость точки (в нашем случае точек экватора). Так как линейная скорость связана с угловой скоростью соотношением  $v = \omega \cdot R$ , а угловую скорость можно выразить через период вращения:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , то  $a_n = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R$ , где  $T$  — период вращения Земли вокруг своей оси. Тогда:

$$a_n = \frac{4(3,14)^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}}{(24 \cdot 3600)^2 \text{ с}^2} = 0,034 \text{ м/с}^2 = 3,4 \text{ см/с}^2.$$

*Ответ:*  $a_n = 3,4 \text{ см/с}^2$ .

**Задача 2.** Частица равномерно вращается по окружности радиусом  $R = 2 \text{ м}$  так, что за время  $t = 4 \text{ с}$  ее вектор скорости поворачивается на угол  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . Определите центростремительное ускорение частицы.

Дано:

$$R = 2 \text{ м}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

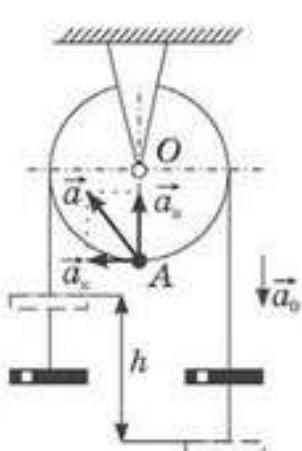
$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

$$a_n = ?$$

$$\text{Решение. } a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \left(\frac{\phi}{t}\right)^2 R = \frac{\pi^2 R}{4t^2}.$$

$$a_n = \frac{(3,14)^2 \cdot 2 \text{ м}}{4 \cdot 16 \text{ с}^2} = 0,308 \text{ м/с}^2 = 30,8 \text{ см/с}^2.$$

*Ответ:*  $a_n = 30,8 \text{ см/с}^2$ .



**Задача 3.** Через блок (рис. 5.2) переброшена нить, на концах которой находятся два груза, установленные на одном уровне. Без воздействия на них каких-либо сил грузы приходят в равноускоренное движение, и спустя время  $t$  один из них оказывается над другим на высоте  $h$ . Определите угол поворота блока, его угловую скорость и величину полного линейного ускорения точки  $A$  в конце времени  $t$ . Пренебречь проскальзыванием нити по блоку.

Рис. 5.2

Дано:

 $h$  $t$  $R$  $\phi = ?$  $\omega = ?$  $a = ?$ 

*Решение.* а) Проставляем на чертеже перемещение грузов  $h$  за время  $t$  и, приняв за начало отсчета точку  $O$ , расставляем векторы касательного  $\vec{a}_n$ , нормального  $\vec{a}_t$  и полного ускорений точки  $A$ . Так как по условию задачи нить по блоку не проскальзывает, то касательное ускорение всех точек, лежащих на ободе, по абсолютной величине равно ускорению грузов  $a_n = a_0$ .

б) Поскольку движение грузов равноускоренное и за время  $t$  они смещаются относительно друг друга на расстояние  $h$ , уравнение движения для каждого груза будет иметь вид:  $\frac{h}{2} = \frac{a_0 t^2}{2}$ , так как ускорение у них одинаковое и каждый груз проходит расстояние  $\frac{h}{2}$ .

в) Записываем уравнения вращательного движения блока:

$$\omega = \varepsilon t \text{ и } \phi = \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (1)$$

учитывая, что блок вращается равноускоренно.

Угловая скорость  $\omega$  и угловое ускорение  $\varepsilon$  блока связаны с нормальным и касательным ускорениями точки  $A$  формулами:

$$\varepsilon = \frac{a_n}{R} \text{ и } a_n = \omega^2 R. \quad (2)$$

Полное ускорение точки  $A$  равно:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}. \quad (3)$$

г) По условию задачи нам даны  $R$ ,  $t$  и  $h$ , поэтому в составленной системе уравнений неизвестными являются  $a_0$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$ ,  $\phi$ ,  $a_n$  и  $a$ . Решая уравнения совместно относительно искомых неизвестных  $\phi$ ,  $\omega$  и  $a$ , получим:

$$\phi = \frac{h}{2R}; \quad \omega = \frac{h}{Rt}; \quad a = \frac{h\sqrt{h^2 + R^2}}{Rt^2}.$$



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Юноша равномерно вращает шарик, привязанный к веревке, в вертикальной плоскости. Этот же шарик вращается на гладком столе относительно вертикальной оси (рис. 5.3). Опишите движение шарика в обоих случаях и попытайтесь найти сходство и различие в его движениях.

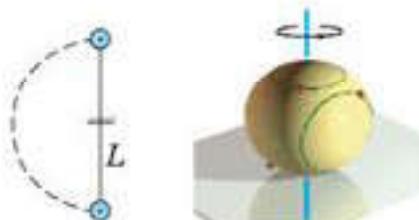


Рис. 5.3

### Экспериментируйте

Привяжите шарик к нити. Держа один конец нити в руке, приподнимите шарик над линейкой и приведите его в равномерное движение по окружности так, чтобы он при вращении всегда проходил через нулевое и, например, десятое деление шкалы линейки (см. рис. 5.4). Определите модули угловой, линейной скоростей шарика, период его обращения и модуль центростремительного ускорения.

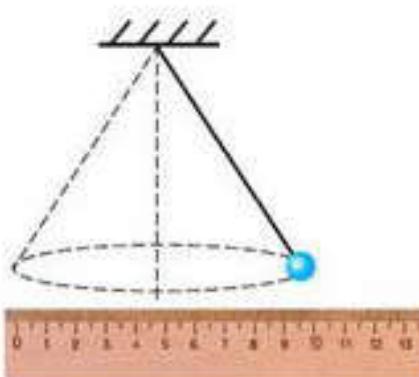


Рис. 5.4

### Объясните

1. Как вы думаете, все ли точки катящегося колеса имеют одинаковые скорости относительно земли?
2. Объясните, почему верхние спицы катящегося колеса иногда сливаются для глаз, а нижние видны раздельно?
3. Почему обтачивание на токарных станках изделий большего диаметра производится с меньшей угловой скоростью, чем изделий малого диаметра?

### Анализируйте

1. Движение самолета изображено на рисунке 5.5. Какое движение на нем изображено? Как менялось движение самолета? В каких точках касательное и нормальное ускорения максимальны?

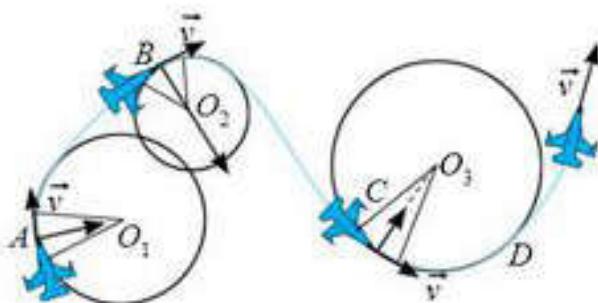


Рис. 5.5

2. Заполните таблицу, написав формулы для нахождения величин, описывающих каждый вид движения.

Поступательное ускоренное прямолинейное движение тела	Криволинейное движение	Вращательное движение

**Решайте**

1. Колесо велосипеда имеет радиус 40 см. С какой скоростью едет велосипед, если колесо делает 120 об/мин? Чему равен период вращения колеса?

(Ответ: 5,44 м/с; 0,5 с)

2. Большой шкив ременной передачи имеет радиус 32 см и вращается с частотой 120 об/мин. Малый шкив имеет радиус 24 см. Найдите угловую скорость, число оборотов в минуту малого шкива и линейную скорость точек ремня, который движется без проскальзывания.

(Ответ:  $\omega_2 = 16,75 \text{ с}^{-1}$ ; 160 об/мин; 4 м/с)

■ 3. Две точки  $M$  и  $K$  движутся по окружности с постоянными угловыми скоростями 0,2 рад/с и 0,3 рад/с, соответственно (рис. 5.6). В начальный момент времени угол между радиусами этих точек равен  $\pi/3$ . В какой момент времени точки встретятся?  
(Ответ: 52,3 с)

■ 4. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 2 рад/с<sup>2</sup>. Через 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса стало 13,6 м/с<sup>2</sup>. Найти радиус колеса.

(Ответ: 6,1 м)

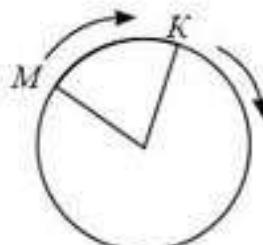


Рис. 5.6

■ 5. Вентилятор вращается с частотой 15 с<sup>-1</sup>. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

(Ответ: 10 с)

6. Найти радиус вращающегося колеса, если линейная скорость точек, лежащих на его ободе, в 2,5 раз больше линейной скорости точек, лежащих на 5 см ближе к оси колеса.

(Ответ: 10 см)

7. Шлифовальный камень радиусом 30 см совершает 20 оборотов за 12 с. Какова линейная скорость точек на ободе камня?

(Ответ: 3,14 м/с)

**Рефлексия**

- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать пробел по новому материалу?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? Где возникли затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?



**Кинематика** — раздел механики, изучающий механическое движение без учета причин, его вызвавших. Основная задача кинематики — определить положение тела (точки) в пространстве в любой момент времени. Для этого выбирают систему отсчета, состоящую из тела отсчета, системы координат и прибора, отчитывающего время. Положение тела относительно выбранной системы отсчета можно задать с помощью координат или радиус-вектора  $\vec{r}$ .

В случае равноускоренного прямолинейного движения справедливы следующие формулы:

$$1. x = \pm x_0 \pm v_{0x}t \pm \frac{a_x t^2}{2};$$

$$2. v_x = \pm v_{0x} \pm a_x t;$$

$$3. y = \pm y_0 \pm v_{0y}t \pm \frac{a_y t^2}{2};$$

$$4. v_y = \pm v_{0y} \pm a_y t.$$

В случае равномерного прямолинейного движения эти формулы трансформируются в такие:

$$1. x = \pm x_0 \pm v_{0x}t; 2. v_x = \pm v_{0x}; 3. y = \pm y_0 \pm v_{0y}t; 4. v_y = \pm v_{0y}.$$

Свободное падение — это частный случай равноускоренного движения, происходящее под действием одной единственной силы — силы тяжести. На Земле ускорение свободного падения равно  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

Если тело движется криволинейно, то используется принцип независимости движений, заключающийся в том, что движения тела по осям  $Ox$  и  $Oy$  рассматриваются независимо друг от друга.

При изучении криволинейного движения удобно пользоваться тангенциальным (касательным) ускорением, направленным по касательной к траектории, и нормальным (центростремительным) ускорением, направленным по радиусу кривизны к ее центру:  $a_t = \frac{v - v_0}{t}$  и  $a_n = \frac{v^2}{R}$ .

При вращательном движении все точки тела описывают окружности, центры которых находятся на одной прямой, называемой *осью вращения*. Для изучения вращательного движения вводят угловые перемещение, скорость и ускорение, которые связаны с линейными величинами следующими соотношениями:  $s = \Phi R$ ;  $v = \omega R$ ;  $a_t = \epsilon R$ , где  $s$ ,  $v$ ,  $a_t$  — линейные перемещение, скорость и касательное ускорение,  $\Phi$ ,  $\omega$ ,  $\epsilon$  — угловые перемещение, скорость и ускорение.

В случае равномерного движения тела по окружности справедливы следующие формулы:  $\omega = \frac{\Phi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ ;  $\epsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$ ;  $a_n = \omega^2 R$ .

Полное ускорение равно векторной сумме нормального и касательного ускорений:  $a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + (\epsilon R)^2} = R\sqrt{\omega^4 + \epsilon^2}$ .

## Глава 2. ДИНАМИКА

### § 6. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета



**Ключевые понятия:** инерциальная система, движение и покой, свободное тело, инертность, инерция, первый закон Ньютона.

На этом уроке вы: узнаете, что покой состояния тел, об инерциальных системах отсчета, о первом законе Ньютона.

Динамика — это раздел механики, который изучает механическое движение с учетом причин, его вызвавших.

Человечество с древних пор пыталось ответить на вопрос: что является причиной движения? Первым в этом попытался разобраться Аристотель. По Аристотелю, естественным состоянием тел относительно Земли является покой, который может длиться сколь угодно долго. Движение же не присуще телу как таковому, т.е. оно не является естественным состоянием для тела. Движение всегда требует причины. Без причины — воздействия извне — движение не начинается и не длится сколь угодно долго. Знаменитый опыт Галилея со скатыванием тела с наклонной плоскости (см. рис. 6.1) показал, что движение этого тела после скатывания на горизонтальную поверхность зависит от того, по какой горизонтальной поверхности тело продолжило свое движение. Если эта поверхность покрыта песком, то движение прекращается довольно быстро, а если поверхностью является стекло или хорошо отшлифованный мрамор, то движение продолжается достаточно долго. Если мысленно сделать поверхность идеально гладкой, то движение тела могло бы вообще не прекращаться. Просто Аристотель не сразу увидел, что причиной остановки тела является трение между телом и поверхностью.

В том, что движение также присуще телу, как и покой, и не требует для себя причины, потребовались мысленные эксперименты Галилея и его гениальное утверждение: **“Свободное тело относительно Земли движется равномерно и прямолинейно”**.

Из экспериментов Галилея следовало, что движение является таким же естественным состоянием тела, как и состояние покоя.

Ньютон, проанализировав эксперименты и выводы Галилея, доказал, что покой или равномерное прямолинейное движение не требуют для своего поддержания каких-либо внешних воздействий.

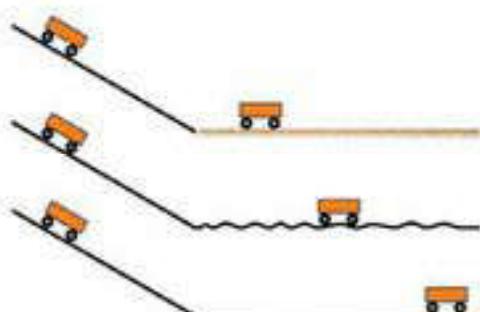


Рис. 6.1

В этом проявляется особое динамическое свойство тел, называемое **инертностью**.

**Инертия** — это свойство тела препятствовать любым попыткам изменить состояние его движения.

Именно поэтому первый закон Ньютона называют **законом инерции**, а движение тела в отсутствие воздействий со стороны других тел — **движением по инерции**.

Механическое движение относительно: его характер для одного и того же тела может быть различным в разных системах отсчета, движущихся друг относительно друга. Например, космонавт, находящийся на борту искусственного спутника Земли, неподвижен в системе отсчета, связанной со спутником. В то же время по отношению к Земле он движется вместе со спутником по эллиптической орбите, т. е. не равномерно и не прямолинейно.

Следовательно, первый закон Ньютона должен выполняться не во всякой системе отсчета. Например, шар, лежащий на гладком полу вагона поезда, который движется прямолинейно и равномерно, может прийти в движение по полу без всякого воздействия на него со стороны каких-либо тел. Для этого достаточно, чтобы скорость поезда начала изменяться.

Если тело будет двигаться прямолинейно и равномерно в отсутствие действия на него других тел, то такая система отсчета будет для нас предпочтительней.

Ньютон после обобщения опытных фактов распространил утверждение Галилея не только для системы отсчета, связанной с Землей, но и на бесконечное количество **инерциальных систем отсчета**.

**Под инерциальными системами отсчета понимают системы отсчета, в которых тело, без воздействия других тел извне, либо движется равномерно и прямолинейно, либо поконится.** В этом и состоит суть первого закона Ньютона.

Первый закон Ньютона гласит:

**Существуют такие системы отсчета (инерциальные), в которых тело либо поконится, либо движется прямолинейно и равномерно, если на него не действуют силы, или силы, действующие на него, скомпенсированы.**

Из первого закона Ньютона следует, что **естественным состоянием любого свободного тела являются покой или же равномерное прямолинейное движение**.

Это означает, что покой и равномерное прямолинейное движение — это равноправные состояния свободного тела.

Содержание первого закона Ньютона сводится по существу к двум утверждениям: во-первых, что все тела обладают свойством инертности и, во-вторых, что существуют инерциальные системы отсчета.



**Рис. 6.2.** Трактор движется равномерно и прямолинейно



**Рис. 6.3.** Автомобиль тормозит



**Рис. 6.4.** Самолет летит с постоянной скоростью на одной и той же высоте

Если систему отсчета связать с телами, изображенными на рисунках 6.2, 6.3 и 6.4, то какие системы можно считать инерциальными?

Любые две инерциальные системы отсчета могут двигаться друг относительно друга только поступательно и притом равномерно и прямолинейно. Экспериментально установлено, что систему отсчета, связанную с Солнцем, можно считать инерциальной.

**Лабораторная система отсчета**, оси координат которой жестко связаны с Землей, не является инерциальной главным образом из-за суточного вращения Земли. Однако Земля вращается столь медленно, что максимальное нормальное ускорение точек ее поверхности в суточном вращении не превышает  $34 \text{ мм/с}^2$ . Поэтому в большинстве практических задач лабораторную систему отсчета можно приближенно считать инерциальной.

Инерциальные системы отсчета играют особую роль не только в механике, но также и во всех других разделах физики. Это связано с тем, что, согласно принципу относительности Эйнштейна, математическое выражение любого физического закона должно иметь один и тот же вид во всех инерциальных системах отсчета.

Но в природе существуют и другие системы отсчета — неинерциальные. Это системы отсчета, которые движутся относительно инерциальных систем с ускорением. Для того, чтобы в них выполнялись законы Ньютона, требуется введение особых сил — сил инерции. О них мы поговорим в дальнейшем.



### Вопросы для самоконтроля

- Почему тело не может само собой остановиться и само по себе разогнаться?
- Какое явление называется *инерцией*?
- К каким выводам пришел Г. Галилей после проведения экспериментов с тележками?
- Какие системы отсчета называются *инерциальными*?
- Какие системы отсчета называются *неинерциальными*?
- Как объяснить падение пассажиров при резком торможении автобуса, или при резком увеличении скорости этим же автобусом?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

На книге, лежащей на столе, находится теннисный шарик. Толкните книгу. Что вы наблюдаете? Объясните.

### Объясните

- Почему с размаху легче разрубить полено?
- Система отсчета связана с автомобилем. Будет ли она инерциальной, если автомобиль движется: 1) равномерно и прямолинейно по горизонтальной поверхности; 2) ускоренно по горизонтальной поверхности; 3) равномерно по окружности; 4) равномерно в гору; 5) равномерно с горы; 6) ускоренно с горы?
- Как вы думаете, как бы повели себя Луна и Земля, если бы исчезло явление инерции?
- На чем основано освобождение ковра от пыли путем его выколачивания? Путем встряхивания?

### Иследуйте

В каком направлении наклоняются люди, стоящие в движущемся вагоне, при внезапной остановке вагона?

### Анализируйте

- Автомобиль движется по горизонтальному шоссе с выключенным двигателем. Можно ли его движение считать движением по инерции?
- По поведению капель определите, как движется тележка с капельницей (рис. 6.5, а, б, в)?

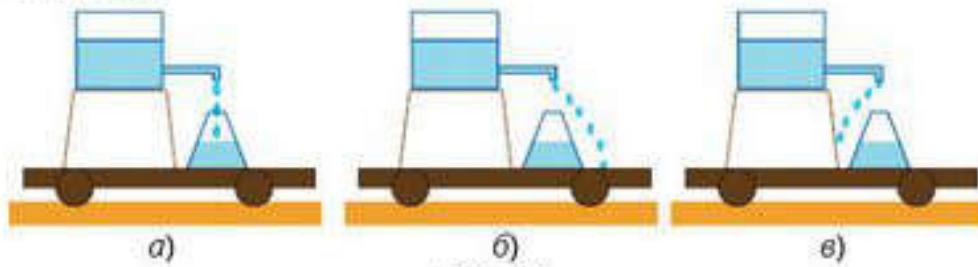


Рис. 6.5

### Творите

Придумайте задачу практического содержания на явление инерции.

### Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 7. Масса тел. Сила. Второй закон Ньютона



**Ключевые понятия:** масса тела, сила, второй закон Ньютона, ускорения.

На этом уроке вы: научитесь объяснять физический смысл инертной и гравитационной массы; применять второй закон Ньютона.

В динамике для изучения механического движения вводят особые физические величины: масса и сила.

**Масса тела.** При воздействии одних тел на другие тела изменяют свою скорость — приобретают ускорение. При этом разные тела при данном воздействии приобретают разное ускорение, т. е. оказывают разное сопротивление внешнему воздействию.

**Свойство тел препятствовать любым попыткам изменить состояние движения или покоя называется инертностью.** Следовательно, для изменения скорости тела на заданную величину нужно, чтобы на него действовало другое тело и это действие длилось некоторое время.

Инертность — это свойство, присущее всем телам. Для того, чтобы количественно охарактеризовать инертность тела, ввели понятие **инертной массы**.

О теле, которое в результате взаимодействия меньше изменяет свою скорость, говорят, что оно более инертно, и его масса больше, т. е. тело с большей массой приобретает меньшее ускорение:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}. \quad (7.1)$$

Формулу (7.1) легко получить, если провести эксперимент по столкновению двух тележек разной массы с последующим измерением расстояний, на которые они разъедутся. Предлагаем вам вспомнить этот опыт, который был рассмотрен в курсе физики 7 класса.

В СИ единицей массы тела является килограмм (кг).

Масса — это сложное физическое понятие. Она отражает различные физические свойства материи. Ранее мы сталкивались с массой как с **мерой количества вещества**, находящегося в данном объеме тела.

Теперь мы познакомились с массой, являющейся мерой инертности тела.

Но существует и **гравитационная масса**, которая является мерой гравитационного взаимодействия. Эта масса входит в закон всемирного тяготения.

Установленная теорией относительности взаимосвязь между массой и энергией  $E = mc^2$  показывает, что масса является **мерой полной энергии тел**. Эта знаменитая формула называется формулой Эйнштейна.

Эксперименты и расчеты показывают, что численные значения этих масс оказались одинаковыми, несмотря на то, что они отражают разные свойства материи.

Масса тела обладает свойством *аддитивности* (сложения): при соединении двух тел в одно массы этих тел складываются.

Существуют два основных способа определения массы тела:

1) путем сравнения ускорений тела неизвестной массы и эталона массы при их взаимодействии  $\left(m_t = \frac{a_s}{a_t} m_s\right)$ ;

2) путем взвешивания на рычажных весах.

В классической механике Ньютона принято считать, что:

- 1) масса тела не зависит от скорости его движения;
- 2) масса тела равна сумме масс всех частиц (или материальных точек), из которых оно состоит;

3) для данной системы тел выполняется закон сохранения массы: при любых процессах, происходящих в системе тел, их масса остается неизменной.

**Сила.** При действии на тело других тел может изменяться либо форма или размеры тела (тело деформируется), либо скорость тела (тело приобретает ускорение), либо одновременно возможно и то, и другое.

**Физическая величина, характеризующая действие одного тела на другое, в результате которого тела приобретают ускорения или деформируются, называется силой.**

Следовательно, за появление силы отвечает конкретная тело. На тело действует столько сил, со сколькими телами оно взаимодействует.

Сила  $\vec{F}$  — величина векторная. Она характеризуется модулем (численным значением), точкой приложения, направлением в пространстве, временем действия и площадью, на которую она действует.

Прямая, вдоль которой направлен вектор силы, называется *линией действия силы*.

Точку приложения силы в твердом теле можно переносить только вдоль линии ее действия  $OO'$ , не изменяя результата ее действия на тело.

Единицей измерения силы в СИ является ньютон (Н). Силу измеряют динамометром.

**Взаимодействие тел.** Примеров взаимодействия тел можно привести сколько угодно. Когда вы, находясь в лодке, начнете за веревку подтягивать другую лодку, то и ваша лодка обязательно продвинется вперед. Действуя на вторую лодку, вы заставляете ее действовать на вашу лодку.

Если вы ударите ногой по мячу, то сразу же ощутите действие мяча на ногу.

При соударении двух бильярдных шаров изменяют свою скорость оба шара.

Все это проявления взаимодействия тел.

Действия тел друг на друга носят характер взаимодействия не только при непосредственном контакте тел.

Земля притягивает Луну (сила всемирного тяготения) и заставляет ее двигаться по криволинейной траектории; в свою очередь Луна

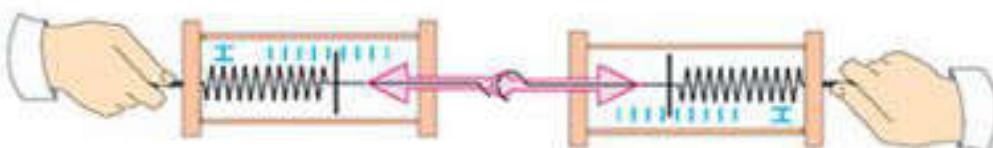


Рис. 7.1

также притягивают Землю (тоже сила всемирного тяготения). Хотя, естественно, в системе отсчета, связанной с Землей, ускорение Земли, вызываемое этой силой, нельзя обнаружить непосредственно, но оно проявляется в виде приливов.

Выясним с помощью опыта, как связаны между собой силы взаимодействия двух тел. Это можно произвести на следующих опытах:

**Опыт 1.** Возьмем два динамометра, зацепим друг за друга их крючки (рис. 7.1), и, взявшись за кольца, будем растягивать их, следя за показаниями обоих динамометров. Мы увидим, что при любых расстояниях показания обоих динамометров будут одинаковы; значит, сила, с которой первый динамометр действует на второй, равна силе, с которой второй динамометр действует на первый.

**Опыт 2.** На двух тележках, которые могут катиться по рельсам, стоят два человека А и В (рис. 7.2). Они держат в руках концы веревки. Легко обнаружить, что, независимо от того, кто натягивает веревку, А или В или оба вместе, тележки всегда приходят в движение одновременно и при этом в противоположных направлениях. Измеряя ускорения тележек, можно убедиться, что ускорения обратно пропорциональны массам каждой из тележек (вместе с человеком). Отсюда следует, что силы, действующие на тележки, равны по модулю.

Если же разорвать веревку и в месте разрыва поместить два динамометра, то мы обнаружим, что их показания будут одинаковыми. Это еще раз подтверждает, что силы взаимодействия равны.

**Второй закон Ньютона.** В каких же случаях скорость тела изменяется? Ньютон доказывает, что *причиной изменения скорости тела является результирующая сила, действующая на него*. Результатом этого действия будет ускорение, которое получит либо тело как целое, либо части тела, что приведет к его деформации.

Ньютон, проведя многочисленные опыты и наблюдения, устанавливает *основной закон движения* тел. Проиллюстрировать его можно с помощью опыта, схема которого изображена на рисунке 7.3. Измеряя

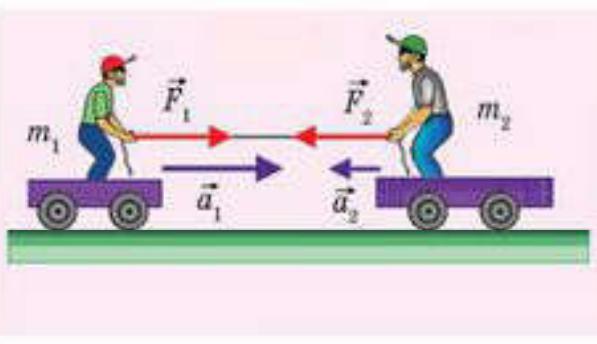


Рис. 7.2

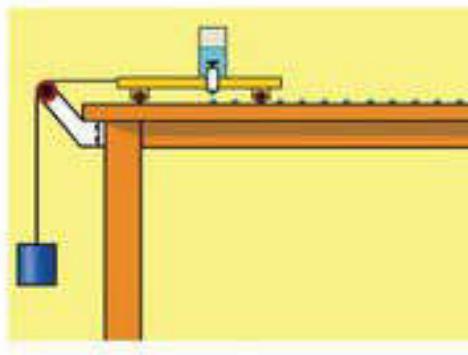


Рис. 7.3

расстояния между каплями, вытекающими из капельницы через равное время, легко определить величину ускорения тележки. Именно таким образом И. Ньютона установил связь между силой, вызвавшей ускоренное движение тела, и его ускорением.

Второй закон Ньютона гласит: величина ускорения, с которым движется тело, прямо пропорциональна величине результирующей силы, действующей на тело, и обратно пропорциональна массе тела, а вектор ускорения направлен в сторону действия результирующей силы.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (7.2)$$

Под результирующей силой понимают такую силу, которая оказывает такое же действие, что все силы, приложенные к телу. Находят результирующую силу как векторную сумму всех сил, действующих на тело:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad (7.3)$$

Из формулы (7.2) следует, что результирующая сила может быть найдена как произведение массы тела на приобретаемое им ускорение:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (7.4)$$

Выражение (7.4) получило название **основного закона динамики**.

Именно второй закон Ньютона придает всей классической механике ее особую красоту — начинает казаться, будто весь физический мир устроен, как напоточнейший хронометр. Если нам известны пространственные координаты и скорости всех материальных точек во Вселенной и указаны направление и величины всех действующих в ней сил, то можно предсказать любое ее будущее состояние. И такой взгляд на природу вещей во Вселенной бытовал вплоть до появления квантовой механики.



### Вопросы для самоконтроля

- Что называется взаимодействием тел?
- Что происходит с телами при взаимодействии?
- Что называется инертностью?
- Какая величина характеризует инертность количественно?
- В чем заключается многогранность понятия масса?
- Что понимают под силой?
- Что надо знать, чтобы дать полную характеристику действия силы?
- Как узнать, сколько сил действуют на тело?
- В чем состоит суть второго закона Ньютона?
- Как находят результирующую силу?
- Объясните, почему кометы, пролетающие недалеко от Солнца или Земли, не падают на них?
- Почему нельзя мгновенно остановиться или мгновенно набрать большую скорость?



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

В Вашем распоряжении имеются легкая коробочка и два шарика разной массы. Как узнать, какой из них имеет большую массу?

### Объясните

1. Может ли равнодействующая из трех равных по модулю сил, приложенных в одной точке, быть равной нулю?
2. При каком условии тело: а) движется равномерно; б) движется с ускорением?

### Решайте

1. Тело массой 2 кг приобретает под действием некоторой силы ускорение  $2 \text{ м/с}^2$ . С каким ускорением под действием этой же силы будет двигаться тело массой 5 кг?

(Ответ:  $0,2 \text{ м/с}^2$ )

2. Скорость автомобиля меняется по закону  $v_x = 10 + 0,5t$ . Масса автомобиля 1,8 т. Чему равна результирующая сила, действующая на него?

(Ответ: 900 Н)

3. Под действием силы 20 Н тело движется с ускорением  $2,5 \text{ м/с}^2$ . Какова масса тела?

(Ответ: 8 кг)

4. Движение тела массой 1,5 кг описывается уравнением  $x = 2t + 0,4t^2$ . Каков модуль силы, вызвавший это движение?

(Ответ: 1,2 Н)

5. Тело массой 60 кг движется под действием двух сил: первая величиной 60 Н направлена против перемещения, а другая величиной 150 Н направлена по движению тела. С каким ускорением движется тело?

(Ответы:  $1,5 \text{ м/с}^2$ )

■ 6. На материальную точку массой 600 г действуют две силы:  $F_1 = 2 \text{ Н}$  и  $F_2 = 3 \text{ Н}$ . Определите угол между этими силами, если под их действием точка движется с ускорением  $8 \text{ м/с}^2$ ?

(Ответ:  $33^\circ$ )

### Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 8. Третий закон Ньютона



**Ключевые понятия:** взаимодействие тел, третий закон Ньютона.

На этом уроке вы: научитесь применять третий закон Ньютона.

Причиной изменения движения тел является внешнее воздействие. Воздействие — это есть результат взаимодействия тел. Количественной мерой взаимодействия тел является сила. Ньютон продолжил изучение движения тел и посмотрел на движение с другой точки зрения. Он решил выяснить, что происходит с телами при взаимодействии их друг с другом и как связаны силы, появляющиеся при взаимодействии между собой? Для этого он провел ряд опытов.

**Опыт 1.** Возьмем небольшую тележку с прикрепленной к ней упругой пружиной. Пружина ската и связана нитью. Тележка поконится относительно стола. Интересно, начнет ли она двигаться после пережигания нити? После пережигания нити мы увидим, что пружина разожмется, но тележка останется на месте (рис. 8.1, а и 8.1, б).

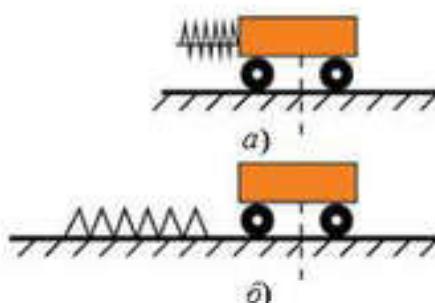


Рис. 8.1

**Опыт 2.** Теперь поместим рядом с первой тележкой вторую точно такую же тележку, соприкасающуюся с другим концом пружины. Снова пережжем нить. Что же теперь будет происходить? После того, как пружина разожмется, тележки разъедутся на одинаковые расстояния, но в противоположные стороны (рис. 8.2, а и 8.2, б). То есть тележки стали разъезжаться только тогда, когда они стали действовать друг на друга посредством пружины. **Пружина в этом случае играет роль посредника**, т. е. с ее помощью одна тележка действует на другую.

**Опыт 3.** Если же на правую тележку поместить гирю, масса которой в два раза больше массы тележки, то после пережигания нити тележки снова разъедутся в противоположные стороны, но теперь на разные расстояния (рис. 8.3, а и 8.3, б).

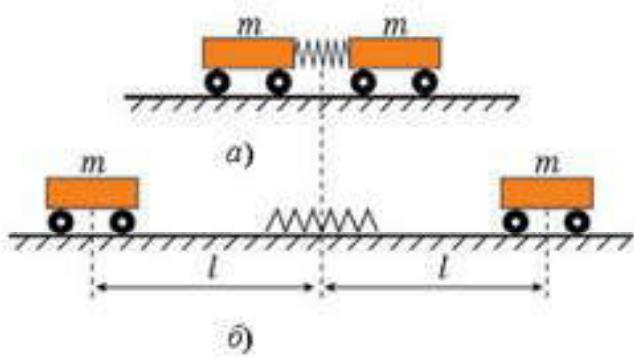


Рис. 8.2

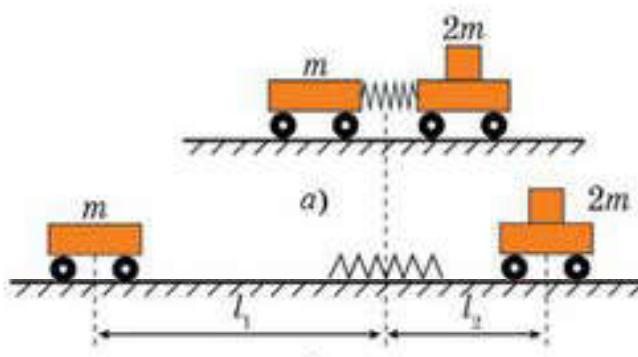


Рис. 8.3

Из опытов, описанных в этой главе, следует, что при взаимодействии тележек с разными массами, ускорения, приобретаемые ими, тоже различны. Об этом свидетельствуют разные расстояния, пройденные тележками до остановки: расстояние, пройденное до остановки тележкой с грузом, оказалось в три раза меньше, чем у тележки без груза. Рассчитав ускорения тележек и зная их массы, можно определить величины сил, действующих на каждую тележку по формуле (8.1). Расчеты покажут, что эти силы равны по величине, так как

$$m_1 a_1 = m_2 a_2. \quad (8.1)$$

Тележки разъехались в противоположные стороны, следовательно, направление сил, вызвавших их движение, противоположное. Из опыта видно, что силы возникают при взаимодействии тел и возникают парами:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (8.2)$$

Знак “−” в этом равенстве указывает на то, что направление сил противоположно.

Силы, возникающие при взаимодействии, приложены к разным телам, поэтому их складывать нельзя.

Обобщая результаты этих опытов, Ньютон сформулировал еще один закон движения тел, который получил название **третьего закона Ньютона**:

**Силы в природе возникают при взаимодействии тел, причем возникают парами; модули этих сил одинаковы, а направления строго противоположны и лежат на одной прямой, соединяющей эти тела; природа происхождения этих сил одинакова.**

Формула (8.2) является математической записью этого закона.

Третий закон Ньютона справедлив в инерциальных системах отсчета.

Третий закон Ньютона позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике произвольной механической системы (системы материальных точек). Из третьего закона Ньютона следует, что в любой механической системе геометрическая сумма всех внутренних сил равна нулю.



### Вопросы для самоконтроля

- Что называется *взаимодействием тел*?
- Как будет меняться движение тел при их взаимодействии?
- Что можно сказать о величинах сил, появившихся при взаимодействии тел?
- Что можно сказать о направлениях сил, появившихся при взаимодействии тел?
- Сформулируйте третий закон Ньютона.
- Всегда ли справедлив третий закон Ньютона?



## Творческая мастерская

## Экспериментируйте

Между двумя динамометрами поместили третий. Потяните за два крайних. Каковы показания динамометров?

## Объясните

Когда натяжение каната будет больше: 1) два человека тянут канат за концы с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению; 2) один конец каната прикреплен к стене, а другой человек тянет с той же силой?

## Анализируйте

Лебедь, рак и щука в известной басне Крылова тянут воз с одинаковыми по модулю силами. "А воз и ныне там". Как направлены эти силы? Приведите расчеты.

## Решайте

1. Два мальчика растягивают динамометр. Каждый прилагает силу 10 Н. Каковы показания динамометров?

2. На пружинный динамометр в противоположных направлениях действуют две силы 4 Н и 7 Н. Каковы показания динамометра? Что покажет динамометр, если на него в противоположные стороны будут действовать две силы по 5 Н каждая?

(Ответ: 3 Н; 5 Н)

3. Разорвется ли веревка, которая может выдержать силу натяжения 150 Н, если два человека будут тянуть ее в противоположные стороны с силами по 120 Н?

(Ответ: выдержит)

4. На весах уравновешен неполный стакан с водой. Нарушится ли равновесие весов, если в воду погрузить карандаш и держать его в руке, не касаясь стакана?

(Ответ: да)

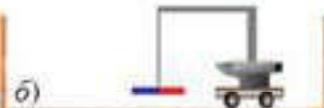


Рис. 8.4

■ 5. На рисунке 8.4, а показаны две тележки: на одной находится стальная наковальня, а на другой — сильный полосовой магнит. На рисунке 8.4, б показана тележка со стальной наковальней и к ней же подвешен полосовой магнит. В каком случае тележка с наковальней придет в движение?



## Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 9. Сила упругости. Закон Гука. Сила реакции опоры



**Ключевые понятия:** деформация, сила упругости, закон Гука, механическое напряжение, модуль Юнга.

На этом уроке вы: научитесь различать виды деформаций, применять закон Гука при решении задач.

Если взаимодействие тел не приводит к появлению у тел ускорений, то тела будут деформироваться. В этом случае проявляется статическое действие силы.

**Любое изменение размеров и формы тела, происходящее под действием внешних сил, называется деформацией** (от лат. *deformatio* — “искажение”).

При растягивании эспандера деформируются не только его пружины, но и мышцы человека, растягивающего его.

Деформации, которые испытывают тела, бывают двух видов: упругая и пластичная.

**Деформация называется упругой**, если после прекращения действия внешней силы тело восстанавливает свои прежние размеры и форму.

**Деформация называется пластичной**, если после прекращения действия внешней силы тело не восстанавливает свои прежние размеры и форму.

Материалы, из которых изготавливают мосты, балки, стены зданий, детали машин, должны обладать упругими свойствами.

А материалы, подвергающиеся процессам ковки, штамповки, лепки, должны обладать пластичными свойствами.

Характер деформации зависит от величины и длительности действия силы, от природы материала вещества, от его температуры и других факторов.

Существуют разные виды упругих деформаций: деформации расстяжения и сжатия, деформации изгиба, сдвига и кручения.

Возьмем мягкую резинку для карандаша, нанесем на нее карандашом параллельные линии и нажмем на нее пальцем (рис. 9.1). Палец, нажимающий на резинку, перемещает верхние слои резинки; нижний слой, лежащий на столе, остается неподвижным, так как он соприкасается с гораздо более жесткой, чем резинка, поверхностью стола. Разные части резинки смешаются по-разному, и резинка меняет свою форму: возникает деформация.



Рис. 9.1

Деформированная резинка действует на соприкасающиеся с ней тела с некоторой силой. Палец отчетливо чувствует давление резинки. Если палец убрать, то резинка примет прежнюю форму.

При деформациях твердого тела его частицы (атомы, молекулы, ионы), находящиеся из своих положений равновесия. Этому смещению противодействуют между частицами твердого тела, удерживающие эти частицы на определенном расстоянии друг от друга. Поэтому при любом виде упругой деформации в теле возникают внутренние силы, препятствующие его деформации.

*Силы, возникающие в теле при его упругой деформации и направленные против направления смещения частиц тела, вызываемого деформацией, называют силами упругости.*

Силы упругости препятствуют изменению размеров и формы тела. Силы упругости действуют в любом сечении деформированного тела, а также в месте его контакта с телом, вызывающим деформации. Например, со стороны упруго деформированной доски  $D$  на бруск  $C$ , лежащий на ней, действует сила упругости  $F_{\text{упр}}$ , которую называют *силой реакции опоры* (рис. 9.2).

Важная особенность силы упругости состоит в том, что она **направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения** тел, а если речь идет о таких телах, как деформированные пружины, сжатые или растянутые стержни, шнуры, нити, то сила упругости направлена вдоль их осей. В случае одностороннего растяжения или сжатия сила упругости направлена вдоль прямой, по которой действует внешняя сила, вызывающая деформацию тела, противоположно направлению этой силы и перпендикулярно поверхности тела.

*Силу, действующую на тело со стороны опоры или подвеса, называют силой реакции опоры или силой натяжения подвеса.* На рисунке 9.3 приведены примеры приложения к телам сил реакции опоры (силы  $\bar{N}_1$ ,  $\bar{N}_2$ ,  $\bar{N}_3$ ,  $\bar{N}_4$  и  $\bar{N}_5$ ) и сил натяжения подвесов (силы  $\bar{T}_1$ ,  $\bar{T}_2$ ,  $\bar{T}_3$  и  $\bar{T}_4$ ).

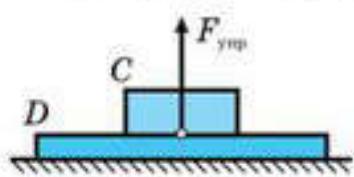


Рис. 9.2

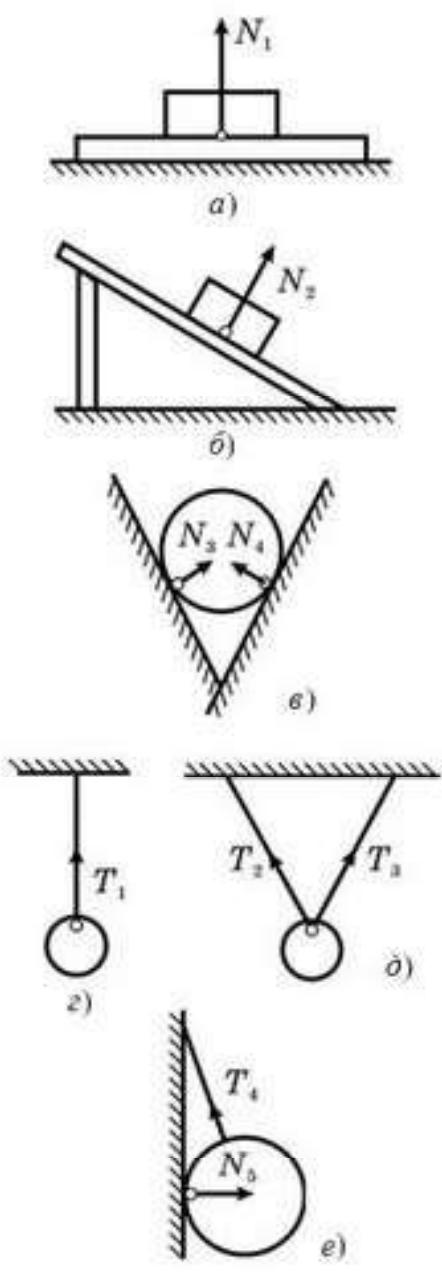


Рис. 9.3

**Линейная деформация** (деформация растяжения) — деформация, при которой происходит изменение только одного линейного размера тела. Количественно она характеризуется *абсолютным*  $\Delta l$  и *относительным*  $\epsilon$  удлинением (рис. 9.4):

$$\Delta l = |l - l_0|, \quad (9.1)$$

где  $\Delta l$  — абсолютное удлинение (м);  $l$  и  $l_0$  — конечная и начальная длина тела.

**Относительное удлинение** — это величина, определяемая удлинением стержня в единицу длины, т. е.

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (9.2)$$

где  $\epsilon$  — относительное удлинение тела;  $\Delta l$  — абсолютное удлинение тела (м);  $l_0$  — начальная длина тела (м).

Связь между силой упругости и упругой деформацией тела (при малых деформациях) была экспериментально установлена современником Ньютона английским физиком Гуком. Математическое выражение закона Гука для деформации растяжения (сжатия) имеет вид:

$$F_{\text{упр.}} = -k \Delta l, \quad (9.3)$$

где  $F_{\text{упр.}}$  — модуль силы упругости, возникающей в теле при деформации ( $\text{Н}$ );  $\Delta l$  — абсолютное удлинение тела (м).

Коэффициент  $k$  называется *жесткостью тела* — коэффициент пропорциональности между деформирующей силой и деформацией в законе Гука. Он характеризует упругие свойства данного тела и зависит от упругих свойств вещества и размеров тела.

*Жесткость пружины* численно равна силе, которую надо приложить к упруго деформируемому телу, чтобы вызвать его единичную деформацию.

В системе СИ жесткость измеряется в ньютонах на метр ( $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ):

**Закон Гука** для растяжения (сжатия) формулируют так:  
**сила упругости, возникающая в теле, прямо пропорциональна абсолютной деформации этого тела.**

Состояние упруго деформированного тела характеризуют величиной  $\sigma$ , называемой *механическим напряжением*.

Механическое напряжение  $\sigma$  определяется модулем силы упругости  $F_{\text{упр.}}$ , приходящейся на единичную площадь поперечного сечения тела  $S$ :

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S}. \quad (9.4)$$

Измеряется механическое напряжение в Па:  $[\sigma] = \text{Н}/\text{м}^2 = \text{Па}$ .

Наблюдения показывают, что при небольших деформациях механическое напряжение  $\sigma$  пропорционально относительному удлинению  $\epsilon$ :

$$\sigma = E \cdot |\epsilon|. \quad (9.5)$$

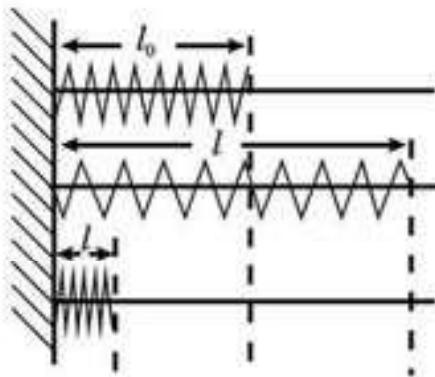


Рис. 9.4

Эта формула является одним из видов записи закона Гука для растяжения (сжатия). В этой формуле относительное удлинение взято по модулю, так как оно может быть и положительным, и отрицательным.

Коэффициент пропорциональности  $E$  в законе Гука называется **модулем упругости (модулем Юнга)**. Экспериментально установлено, что **модуль Юнга численно равен такому механическому напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в 2 раза**.

Приведем доказательство этого. Из закона Гука следует, что  $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ . Если модуль Юнга  $E$  численно равен механическому напряжению  $\sigma$ , то  $\epsilon = 1$ . Тогда  $\frac{\Delta l}{l_0} = 1$  и получим, что  $\Delta l = l - l_0 = l_0$ ; а  $l = 2l_0$ .

Измеряется модуль Юнга в Па:  $[E] = \text{Па}$ .

Практически любое тело (кроме резины) при упругой деформации не может удвоить свою длину: значительно раньше оно разорвётся. Чем больше модуль упругости, тем меньше деформируется стержень при прочих равных условиях ( $l_0, S, F$ ). Таким образом, **модуль Юнга характеризует сопротивляемость материала упругой деформации растяжения или сжатия**.

Закон Гука, записанный в формуле (9.5), легко привести к виду (9.3). Действительно, подставив в (9.5)  $\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S}$  и  $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ , получим:

$$\frac{F_{\text{упр.}}}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{или} \quad F_{\text{упр.}} = E \cdot S \cdot \frac{\Delta l}{l_0},$$

где  $E \cdot \frac{S}{l_0} = k$ . Тогда  $F_{\text{упр.}} = k \Delta l$ .



### Вопросы для самоконтроля

- Что называется деформацией тела?
- Каков механизм деформации?
- Какие виды деформаций вы знаете?
- Какая деформация называется упругой?
- Какая деформация называется пластичной?
- Приведите примеры упругих тел и их использование в технике, строительстве.
- Приведите примеры пластичных тел и их использование в технике, строительстве.
- Каким образом можно изменить упругие свойства тел? Приведите примеры.
- Какие силы называются упругими?
- Как возникают силы упругости?
- Что называют абсолютным удлинением?
- Сформулируйте закон Гука.
- Каков физический смысл коэффициента упругости?
- Каково назначение динамометра?
- Как устроен школьный динамометр?
- Как производят градуировку динамометра?
- К динамометру подвесили груз массой 200 г. Какими будут показания динамометра?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Возьмите два шарика: резиновый и пластилиновый. Бросьте их в стену. Что вы наблюдаете? Почему так происходит?

### Экспериментируйте

Возьмите два одинаковых шарика. Поднимите их на одинаковую высоту и отпустите. Потом поднимите шарики на прежнюю высоту и бросьте их сначала вертикально вниз, а затем — вертикально вверх с одинаковой скоростью. Объясните результат эксперимента.

### Исследуйте

Прикрепите к резиновому жгуту грузик. Затем сложите резиновый жгут пополам. Прикрепите к нему тот же груз. Сравните растяжение жгута в обоих случаях. Объясните. Приведите соответствующие расчеты.

### Решайте

1. Какие силы надо приложить к концам проволоки, жесткость которой  $100 \text{ Н/м}$ , чтобы растянуть ее на  $1 \text{ мм}$ ?

(Ответ:  $100 \text{ Н}$ )

2. Если растягивать пружину с силой  $10 \text{ Н}$ , то ее длина равна  $16 \text{ см}$ , если растягивать ее с силой  $30 \text{ Н}$ , то ее длина  $20 \text{ см}$ . Какова длина недеформированной пружины?

(Ответ:  $14 \text{ см}$ )

3. Канат выдерживает нагрузку  $3 \text{ кН}$ . Разорвется ли канат, если с помощью него удерживать груз массой  $0,5 \text{ т}$ ?

(Ответ: да)

4. Пружину, к которой подвесили груз массой  $400 \text{ г}$ , поднимают за свободный конец вертикально вверх с ускорением  $0,8 \text{ м/с}^2$ . Жесткость пружины  $250 \text{ Н/м}$ . Пренебрегая массой пружины, определите ее удлинение. Какую скорость приобретет этот груз через  $5 \text{ с}$  после начала движения?

(Ответ:  $17 \text{ мм; } 4 \text{ м/с}$ )

■6. Пружины жесткостями  $200 \text{ Н/м}$  и  $300 \text{ Н/м}$  соединили сначала параллельно, а затем последовательно. Во сколько раз жесткость полученной системы пружин в первом случае больше, чем во втором?

(Ответ:  $\approx 4,2$ )

■7. Каково удлинение троса, на котором медленно поднимают со дна водоема затонувшую статую объемом  $2 \text{ м}^3$  и массой  $7 \text{ т}$ . Жесткость троса  $2,5 \text{ МН/м}$ .

(Ответ:  $2 \text{ см}$ )

### Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждается ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 10. Сила трения. Закон Кулона—Амонтона



**Ключевые понятия:** трение сухое и жидкое, трение скольжения, покоя, качения, закон Кулона—Амонтона.

На этом уроке вы: познакомитесь с различными видами трения.

С трением мы сталкиваемся на каждом шагу. Вернее было бы сказать, что без трения мы и шагу ступить не можем. Но, несмотря на ту большую роль, которую играет трение в нашей жизни, до сих пор не создана достаточно полная картина возникновения трения. Это связано даже не с тем, что трение имеет сложную природу, а скорее с тем, что опыты с трением очень чувствительны к обработке поверхности и поэтому трудно воспроизведимы.

Когда говорят о трении, различают три несколько отличных физических явления: сопротивление при движении тела в жидкости или газе — его называют **жидким трением**; сопротивление, возникающее, когда тело скользит по какой-нибудь поверхности, — **трение скольжения**, или сухое трение; сопротивление, возникающее тогда, когда тело катится, а не скользит, по поверхности другого тела, — **трение качения**.

Движению тела обычно препятствуют силы трения. Если соприкасаются поверхности твердых тел, их относительному движению мешают силы сухого трения. Характерной особенностью сухого трения является существование зоны застоя. Тело нельзя сдвинуть с места, пока абсолютная величина внешней силы не превысит определенного значения. До этого момента между поверхностями соприкасающихся тел действует сила трения покоя, которая уравновешивает внешнюю силу и растет вместе с ней (рис. 10.1). Максимальное значение силы трения покоя определяется формулой:

$$F_{tp} = \mu N,$$

где  $\mu$  — коэффициент трения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей;  $N$  — сила реакции опоры.

Когда абсолютная величина внешней силы превышает значение  $|F_{tp\ max}|$ , возникает относительное движение — проскальзывание. Сила трения скольжения обычно слабо зависит от скорости относительного движения, и при малых скоростях ее можно считать равной  $|F_{tp\ max}|$ .

Движению тела в жидкости и газе препятствует сила жидкого трения.

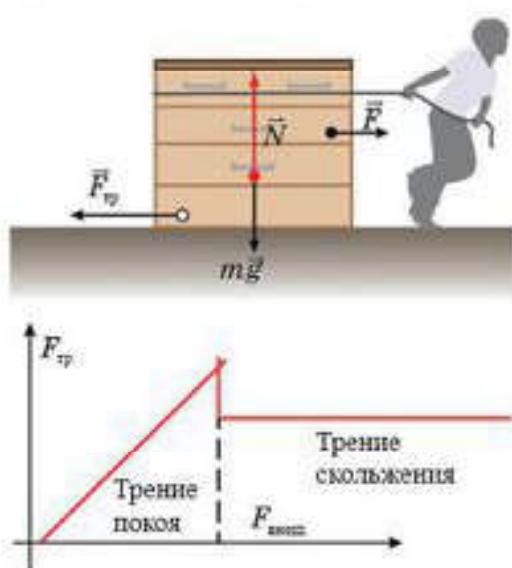


Рис. 10.1

Главное отличие жидкого трения от сухого — отсутствие зоны застоя. В жидкости или газе не возникает силы трения покоя, и поэтому даже малая внешняя сила способна вызвать движение тела.

Первые исследования трения, о которых мы знаем, были проведены Леонардо да Винчи примерно 500 лет назад. Он измерял силу трения, действующую на деревянные бруски, скользящие по доске, причем, ставя бруски на разные грани, определял зависимость силы трения от площади опоры. Но работы Леонардо да Винчи стали известны уже после того, как классические законы трения были вновь открыты французскими учеными Амонтоном и Кулоном в XVII—XVIII вв. Вот эти законы:

*1. Величина силы трения  $F$  скольжения прямо пропорциональна величине силы нормального давления  $N$  тела на поверхность, по которой движется тело, т. е.*

$$F = \mu N. \quad (10.1)$$

*2. Сила трения не зависит от площади контакта между поверхностями;*

*3. Коэффициент трения зависит от свойств труящихся поверхностей;*

*4. Сила трения не зависит от скорости движения тела.*

Механизм трения очень сложен. Обсудим такую модель. Из-за неровностей поверхностей они касаются друг друга только в отдельных точках на вершинах выступов (рис. 10.2). Здесь молекулы соприкасающихся тел подходят на расстояния, сопоставимые с расстоянием между молекулами в самих телах, и сцепляются. Образуются прочные связи, которые рвутся при нажиме на тело. При движении тела связи постоянно возникают и рвутся. При этом возникают колебания молекул. На эти колебания и тратится энергия.

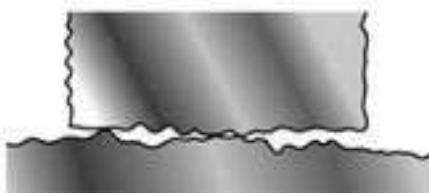


Рис. 10.2

Площадь действительного контакта обычно порядка тысяч квадратных микронов. Она практически не зависит от размеров тела и определяется природой поверхностей, их обработкой, температурой и силой нормального давления. Если на тело надавить, то выступы сминаются, и площадь действительного контакта увеличивается. Увеличивается и сила трения.

При значительной шероховатости поверхностей большую роль в увеличении силы трения начинает играть механическое зацепление между острыми выступами. Они при движении сминаются, и при этом тоже возникают колебания молекул.

*Возникновение сил трения можно объяснить межмолекулярным притяжением, действующим в местах контакта трещущихся тел.* Между молекулами вещества на очень малых расстояниях возникает взаимное притяжение.

Молекулярное притяжение проявляется в тех случаях, когда поверхности соприкасающихся тел хорошо отполированы. Так, например, при относительном скольжении двух металлов с очень чистыми и ровными поверхностями, обработанными в вакууме с помощью специальной технологии, сила трения оказывается намного больше, чем при перемещении неровного бруска дерева по земле. В некоторых случаях эти металлы даже “схватываются” друг с другом, и дальнейшее скольжение невозможно.

Сухое трение имеет еще одну существенную особенность: наличие трения покоя. В жидкости или газе трение возникает только при движении тела, и тело можно сдвинуть, приложив к нему даже очень маленькую силу. Однако при сухом трении тело начинает двигаться только тогда, когда проекция приложенной к нему силы  $F$  на плоскость, касательную к поверхности, на которой лежит тело, станет больше некоторой величины. Пока тело не начало скользить, действующая на него сила трения равна касательной составляющей приложенной силы и направлена в противоположную сторону.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какая сила называется *силой трения*?
2. Как возникает сила трения?
3. Какова природа силы трения?
4. В чем состоит различие между силой трения покоя и силой трения скольжения?
5. Какое трение называется *сухим*?
6. Каковы итоги исследования сухого трения Кулоном и Амонтоном?
7. Когда возникает сила трения качения?
8. От каких факторов зависит коэффициент трения скольжения?
9. Как изменится сила трения, если увеличить: а) площадь соприкосновения двух тел; б) нагревать тела; в) отшлифовать соприкасающиеся поверхности?
10. Приведите примеры вредного и полезного проявления сил трения.
11. Какое трение называется *жидким* и как оно возникает?
12. Для чего смазывают трещущиеся детали, например, солидолом?
13. Какие известные вам опыты свидетельствуют о существовании трения?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

1. Положите бруск на наклонную доску. При не слишком большом угле наклона доски бруск может оставаться на месте. Что будет удерживать его от соскальзывания вниз?
2. Прижмите свою руку к лежащей на столе тетради и передвиньте ее. Тетрадь будет двигаться относительно стола, но покоиться по отношению к вашей ладони. С помощью чего вы заставили эту тетрадь двигаться?
3. Почему грузы, находящиеся на движущейся вверх ленте транспортера (рис. 10.3), не соскальзывают вниз?

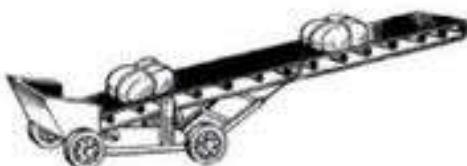


Рис. 10.3

### Объясните

1. Два мальчика одинакового веса скатываются на санках с горки, сначала вдвоем, а потом по одному. Как при этом изменяются сила трения и коэффициент трения?
2. Как вы считаете, можно ли определить силу сопротивления воздуха, если известно, что льдинка массой 10 г падает в воздухе с ускорением 8 м/с<sup>2</sup>? Найдите величину этого сопротивления.
3. Какая сила препятствует развязыванию шнурков, удерживает гвозди, вбитые в доску?
4. Из-за чего постепенно останавливаются санки, скатившиеся с горы?

### Анализируйте

Как изменится сила трения, если: а) увеличить площадь соприкосновения двух тел; б) нагреть тела; в) отшлифовать соприкасающиеся поверхности?

### Решайте

1. Тело массой 0,5 кг лежит на горизонтальной поверхности, коэффициент трения скольжения равен 0,25. На тело действует горизонтальная сила  $F$ . Определите силу трения при  $F_1 = 0,5$  Н и  $F_2 = 5$  Н.

(Ответ:  $F_{\text{тр},1} = 0,5$  Н;  $F_{\text{тр},2} = 1,25$  Н)

2. Ящик массой 100 кг равномерно передвигают по полу с помощью веревки. Веревка образует угол  $60^\circ$  с полом. Коэффициент трения между ящиком и полом 0,4. Определите силу натяжения веревки, под действием которой движется ящик.

(Ответ: 200 Н)

3. На горизонтальной доске лежит груз. Коэффициент трения между грузом и доской равен 0,5. С каким минимальным ускорением нужно потянуть доску, чтобы груз с нее соскользнул?

(Ответ: 5 м/с<sup>2</sup>)

- 4. На горизонтальном столе находятся два бруска массами 1 кг и 2 кг, связанные между собой легкой нитью. На брусков большой массы начала действовать сила 17 Н, направленная горизонтально. Определите ускорения брусков, если коэффициенты их трения о стол равны 0,2 и 0,3, соответственно.

(Ответ: 3 м/с<sup>2</sup>)

- 5. Канат лежит так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить, когда длина свешивающейся части составляет 46% всей его длины. Чему равен коэффициент трения каната о стол?

(Ответ: 0,625)

- 6. Шайба, пущенная вверх по наклонной плоскости с углом наклона 30°, со временем останавливается и соскальзывает вниз. Время спуска в 1,5 раза больше времени подъема. Определите коэффициент трения.

(Ответ: 0,22)

- 7. Длинная доска массой 2 кг лежит на гладком горизонтальном столе. На доске находится брускок массой 1 кг. Коэффициент трения между доской и бруском 0,2. К брускому приложена внешняя сила, параллельная доске, модуль которой меняется по закону  $F = \beta t$ , где  $\beta = 1,5$  Н/с. Через какое время брускок начнет скользить по доске? Изобразите графически зависимость ускорения бруска и доски от времени.

(Ответ: 2 с)

- 8. Дождевая капля падает из облака с большой высоты в безветренную погоду. На некоторой высоте ускорение капли равно 5 м/с<sup>2</sup>, а скорость 6 м/с. Вблизи земли капля движется с постоянной скоростью. Определите модуль этой скорости. Силу сопротивления считать прямо пропорциональной скорости капли относительно воздуха.

(Ответ: 12 м/с)



### Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 11. Сила Архимеда



**Ключевые понятия:** сила Архимеда, плавание тел.

На этом уроке вы научитесь объяснять природу выталкивающей силы и условия плавания тел.

Нам хорошо известно, что на погруженное в воду тело действует некая сила: тяжелые тела как бы становятся более легкими. Так, в речке можно легко поднимать и передвигать по дну очень тяжелые камни, которые не можем поднять на сушу; кит, выброшенный на берег, не может передвигаться — его вес превосходит возможности его мышечной системы. В то же время легкие тела сопротивляются погружению в воду: утопить мяч диаметром полметра очень трудно. Понятно, что это связано с действием жидкости на погруженное в нее тело.

Если стальную пластинку поместить в воду, то она утонет, но если из нее сделать коробочку, то она может плавать, хотя при этом ее вес не изменился. Можете ли вы это объяснить?

Чтобы понять природу силы, действующей на погруженное тело со стороны жидкости, рассмотрим простой пример. Кубик с ребром  $h$  погрузим в воду, находящуюся в сосуде (рис. 11.1). Со стороны жидкости на все грани кубика действуют силы давления, причем в силу симметрии силы  $F_3$  и  $F_4$ , действующие на противоположные боковые грани, равны и противоположно направлены — они стараются сжать кубик, но не могут влиять на его равновесие или движение.

А вот силы  $F_1$  и  $F_2$ , действующие на верхнюю и на нижнюю грани, не равны, так как давление в жидкости увеличивается с глубиной (это гидростатическое давление  $p = \rho gh$ ).

Их результирующая определяется их разностью, которая и является выталкивающей силой:

$$F_{\text{выт}} = F_2 - F_1 = p_2 S - p_1 S = \rho g h_2 S - \rho g h_1 S = \rho g S (h_2 - h_1) = \rho g S h = \rho g V_x.$$

Эта сила выталкивает тело вверх, так как нижняя грань расположена ниже верхней, и сила, действующая вверх, больше, чем сила, действующая вниз. Величина выталкивающей силы равна весу жидкости, вытесненной телом.

$$F_{\text{выт}} = \rho g V_x. \quad (11.1)$$

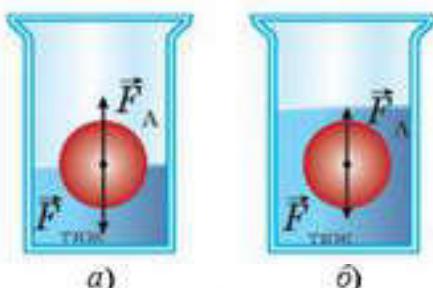


Рис. 11.2

Эту силу еще называют *силой Архимеда*, так как именно греческий ученый Архимед установил закон, определяющий величину выталкивающей силы.

Поэтому на погруженное в покоящуюся жидкость тело действует сила Архимеда, направленная вверх сила, равная весу жидкости в объеме данного тела.

Это выражение получило название **закон Архимеда**.

**Условия плавания.** На любое тело, погруженное в жидкость, действует сила Архимеда. Но, кроме этой силы, на тело действует и сила тяжести. Наблюдая за телами, погруженными в жидкость, мы обнаруживаем, что некоторые из них тонут в жидкости, а другие плавают в ней, либо полностью погрузившись в нее, либо частично. Понятно, что поведение тела будет зависеть от соотношения силы тяжести и архимедовой силы. На рисунке 11.2, *a* изображено тело, плавающее на поверхности воды. Тело находится в равновесии (оно поконится), значит

$$F_A = mg. \quad (11.2)$$

На рисунке 11.2, *б* изображено тело, находящееся в покое внутри жидкости. Про такие тела говорят, что они находятся во взвешенном состоянии. И в этом случае сила тяжести тела равна силе Архимеда, т. е.  $F_A = mg$ .

Так как при плавании объем жидкости, вытесненный телом  $V_*$ , всегда меньше или равен объему самого тела  $V$ , то плотность плавающего тела должна быть меньше или, в крайнем случае, равна плотности жидкости, в которой плавает тело. Это видно из рисунка 11.2, *а* и 11.2, *б*.

Попробуйте самостоятельно доказать, что при плавании тела плотность тела должна быть меньше или, в крайнем случае, равна плотности жидкости, в которой плавает тело.

В заключение заметим, что закон Архимеда описывает поведение аэростатов в воздухе (в покое при малых скоростях движения).



### Вопросы для самоконтроля

- Почему тело, находящееся в жидкости, легче этого же тела в воздухе?
- Какая сила называется *выталкивающей*?
- Как рассчитать величину выталкивающей силы?
- Почему выталкивающую силу называют *силой Архимеда*?
- Какова природа силы Архимеда?
- Сформулируйте закон Архимеда.
- Сформулируйте условие плавания тел.
- Какое состояние называется *взвешенным состоянием*?
- Справедлив ли закон Архимеда в невесомости?
- Будет ли выполняться закон Архимеда на Луне, на Марсе?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

В стакан с водой поместите яйцо. Что наблюдаете? Объясните. Посолите воду. Что происходит? Почему?

### Экспериментируйте

Необходимо экспериментально определить плотность металла, находящегося в одном из кусков пластилина, если известно, что массы пластилина в обоих кусках одинаковы. Извлекать металл из пластилина не разрешается. В вашем распоряжении находятся весы с разновесами и стакан с водой. Изложите теорию работы, методику проведения работы и расчет ошибок.

### Объясните

- Почему изменяется вес тела, погруженного в жидкость? Какие факторы влияют на изменение веса?
- Как изменяется сила Архимеда по мере поднятия воздушного шара вверх?
- В стакане с соленой водой плавает кубик льда из чистой воды. Температура жидкости постоянна. Как изменится уровень воды в стакане после таяния льда?
- В стакане с водой плавает кубик льда из такой же воды. Температура жидкости постоянна. Как изменится уровень воды в стакане после таяния льда?
- Используя закон Архимеда, объясните поведение аэростатов в воздухе.

### Анализируйте

Действуют ли силы Архимеда на тело, которое тонет в воде? Если да, то почему тогда тело тонет?

### Решайте

- До какой высоты следует налить воду в сосуд, имеющий форму куба со стороной  $a$ , чтобы сила давления воды на дно сосуда была в 3 раза больше силы давления воды на боковые стенки?

$$(Ответ: h = \frac{a}{12})$$

- Чугунный шарик в воздухе весит 4,9 Н, а в воде — 3,9 Н. Сплошной это шарик или полый? Если полый, то определите объем полости.

$$(Ответ: 32 \text{ см}^3)$$

- Каким должен быть объем воздушного шара, чтобы действующая на него сила Архимеда была равна силе тяжести, действующей на человека массой 70 кг? Плотность воздуха  $1,29 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

$$(Ответ: \approx 54 \text{ см}^3)$$

### Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызывал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 12. Сила всемирного тяготения. Сила тяжести



**Ключевые понятия:** сила всемирного тяготения, сила тяжести, баллистическое движение.

На этом уроке вы: научитесь применять закон всемирного тяготения при решении задач; объяснить графическую зависимость напряженности гравитационного поля материальной точки от расстояния.

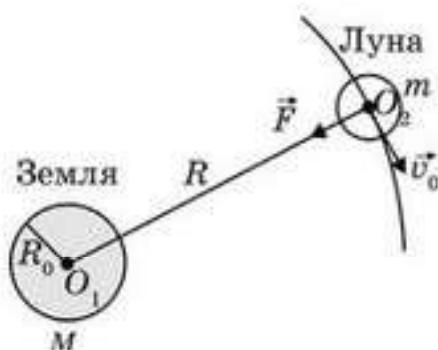


Рис. 12.1

1. **Закон всемирного тяготения** был открыт И. Ньютоном в 1665 г. на основе астрономических наблюдений за движением Луны вокруг Земли. Гениальность Ньютона заключается в том, что он догадался, что сила, действующая на яблоко вблизи Земли и сообщающая ему ускорение  $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$ , простирается и до Луны (рис. 12.1), сообщая ей центростремительное ускорение  $a = \omega^2 R$  и заставляя ее падать на Землю (так что знаменитая притча о ньютоновском яблоке имеет под собой реальную основу).

Осталось только сравнить  $g_0$  и  $a$  и тем самым установить, по какому закону уменьшается ускорение свободного падения при увеличении расстояния от центра Земли. Радиус Земли  $R_0$ , расстояние до Луны  $R$  и период обращения Луны вокруг Земли  $T$  тогда уже были вычислены:

$R_0 = 6371 \text{ км}$ ,  $R = 384\,400 \text{ км}$ ,  $T = 27,3 \text{ сут}$ . Поэтому  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ;

$a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$ . Подставляя значения  $R$  и  $T$ , получим  $a = 0,002725 \text{ м/с}^2$ .

Отношение  $\frac{g_0}{a} = 3600$ . В то же время  $\frac{R}{R_0} = 60$ .

Из сопоставления этих отношений имеем  $\frac{g_0}{a} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2$ , откуда  $a = \frac{g_0 R_0^2}{R^2}$  или  $a \sim \frac{\text{const}}{R^2}$ , т. е. **центростремительное ускорение убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли**. В то же время **сила взаимодействия между Землей и тем же яблоком прямо пропорциональна взаимодействующим массам**, т. е.

$$F \sim Mm. \quad (12.1)$$

Так как ускорение прямо пропорционально результирующей силе  $a \sim F$  (второй закон Ньютона), т. е.  $F \sim \frac{\text{const}}{R^2}$ , и с учетом формулы (12.1):

$$F \sim \frac{Mm}{R^2}.$$

Эта сила действует не только между планетами и Солнцем, но и между любыми телами. Но обнаружить ее очень трудно, так как она очень мала (намного меньше силы притяжения тел к Земле). Только в 1798 г. английский физик и химик Генри Кавендиш (1731—1810) провел эксперименты по измерению гравитационного взаимодействия двух тел, с помощью которых вычислил коэффициент пропорциональности  $G$ , который назвали *гравитационной постоянной*.

*Гравитационная постоянная показывает, с какой силой взаимодействуют тела единичной массы на единичном расстоянии друг от друга.* По данным современных измерений, она равна:

$$G = (6,673 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

тогда  $|\vec{F}| = G \frac{Mm}{R^2}$ , или в общем случае

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{R^2}. \quad (12.2)$$

*Сила взаимодействия между двумя точечными телами прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними* (рис. 12.2). На вопрос: “Посредством чего взаимодействуют тела?” Ньютон отвечал: “Не знаю, а фантастических гипотез не измышляю”. Он понимал, что сила гравитационного взаимодействия является одной из самых таинственных сил в природе. В отличие от электромагнитных, ядерных сил, сил слабого взаимодействия, гравитационные силы являются *всепроникающими*, от них нельзя, что называется, загородиться или спрятаться.

Ньютон первым поставил вопрос о равенстве инертной и гравитационной масс. Действительно, во второй закон Ньютона  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$  входит инертная масса  $m$ , на нее действует сила  $\vec{F}$ , под действием которой меняется скорость тела, т. е. возникает ускорение  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ , тем меньшее, чем больше инертные свойства тела. В законе всемирного тяготения  $|\vec{F}| = G \frac{Mm}{R^2}$  массы тел  $M$  и  $m$  сами являются источниками силы. Используя второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения (рис. 12.3), получим, что на Земле ускорение свободного падения равно:

$$|\vec{a}| = \frac{G \frac{Mm_{\text{тр}}}{R_0^2}}{m_{\text{ин}}} = G \cdot \frac{M}{R_0^2} = 9,81 \text{ м/с}^2.$$

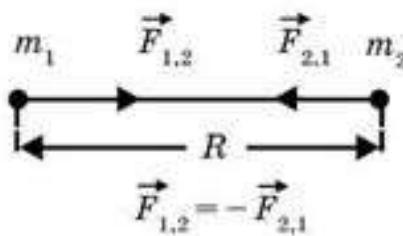


Рис. 12.2

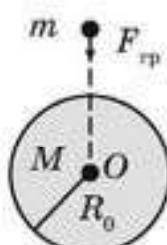


Рис. 12.3

Сокращаем  $m_{\text{тр}}$  и  $m_{\text{ин}}$ , поскольку  $\frac{m_{\text{тр}}}{m_{\text{ин}}} \approx 1$ . Опыт показывает, что сила тяжести всем телам независимо от их массы сообщает *одинаковое* ускорение. А может быть, все же  $m_{\text{тр}}$  и  $m_{\text{ин}}$  хоть чуть-чуть различаются?

Современные опыты позволили оценить относительную погрешность с точностью до  $10^{-12}$  и подтвердили равенство инертной и гравитационной масс.

А. Эйнштейн в общей теории относительности, или теории тяготения, в качестве *постулата* принял абсолютное равенство  $m_{\text{тр}} = m_{\text{ин}}$ . В теории относительности Эйнштейна вовсе не вводится понятие *силы* как таковой. Все сводится к геометрии "искривленного" пространства вблизи громадных гравитационных масс (звезд, галактик, черных дыр и т. д.). Так что и в настоящее время нет полной ясности в вопросе о материальной сущности сил гравитации.

На школьном уровне закон всемирного тяготения надо воспринимать как опытный факт, проверенный на многих явлениях. С его помощью была открыта планета Нептун, производятся расчеты траекторий космических ракет, времени солнечных и лунных затмений, приливов и отливов, массы планет, у которых есть спутники, и даже ближайших к нам звезд, среди которых есть планеты и т. д.

Гравитационное поле имеет две характеристики:

*Напряженность гравитационного поля*  $g = \frac{F}{m}$  — это силовая характеристика. Она определяется силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы.

*Потенциал гравитационного поля*  $\Phi = \frac{W}{m}$  — это энергетическая характеристика. Она определяется потенциальной энергией тела единичной массы в данной точке поля или работой по перемещению единичной массы из данной точки поля в бесконечность.

Напряженность гравитационного поля связана с потенциалом поля:  $g' = -\text{grad } \Phi$ , т. е. напряженность гравитационного поля является градиентом потенциала поля.

Под градиентом функции понимают вектор, направленный в сторону скорейшего возрастания функции, а по модулю, равный производной, взятой вдоль направления скорейшего возрастания.

Знак минус указывает, что вектор напряженности  $\vec{g}$  направлен в сторону убывания потенциала.



### Вопросы для самоконтроля

- Как формулируется закон всемирного тяготения?
- Каков физический смысл гравитационной постоянной?
- Как, наблюдая за движением Луны вокруг Земли, доказать справедливость закона всемирного тяготения?

## Примеры решения задач

**1.** Найдите силу притяжения  $F$  маленько-го шарика массой  $m$  и большого однородного сплошного шара массой  $M$ , в котором имеется сферическая полость (рис. 12.4).

*Решение.* Так как  $d$  соизмеримо с  $R$ , т. е. тело  $M$  нельзя считать точечным и однородным (вырезана сферическая полость), посту-пим следующим образом. Представим, что шар целый, тогда он притягивал бы тело массой  $m$  с силой  $|\vec{F}_1| = G \frac{Mm}{d^2}$ , однако полость не участвует в создании этой силы. Заполним мыс-ленно полость тем же веществом, масса которого была бы равна  $M' = \rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3$ , и она бы притягивала тело массой  $m$  с силой  $|\vec{F}_2| = G \frac{M'm}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}$ . Но так как этой силы нет, то ее надо вычесть из общей

силы  $\vec{F}_1$ . Тогда  $\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ , а для нашего случая просто  $F = F_1 - F_2$  (так как силы направлены по одной прямой):

$$F = G \frac{Mm}{d^2} - G \frac{M'm}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}.$$

Осталось установить, каково соотношение между  $M$  и  $M'$ . Так как  $M = \rho \frac{4}{3} R^3$ , а  $M' = \rho \frac{4}{3} \left(\frac{R}{2}\right)^3$ , то  $\frac{M}{M'} = 8$ . Тогда окончательно имеем:

$$F = G \frac{Mm}{d^2} - G \frac{\frac{Mm}{8}}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}, F = GMm \left( \frac{1}{d^2} - \frac{1}{8\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right) = GMm \left( \frac{1}{d^2} - \frac{1}{2(2d - R)^2} \right).$$

**2.** Считая Землю однородным шаром, определите, как меняется ускорение свободного падения в радиальной шахте, доходящей до центра Земли.

*Решение.* Поместим точечную массу  $m_0$  в шахте на расстоянии  $x$  от центра однородного шара. Разобьем однородный шар на тонкие сферические оболочки (рис. 12.5). Тогда в соответствии с решением предыдущей задачи все вышележащие сферические оболочки в своем гравитационном действии “выводят из игры” массу  $m_0$ . Массу  $m_0$  будет

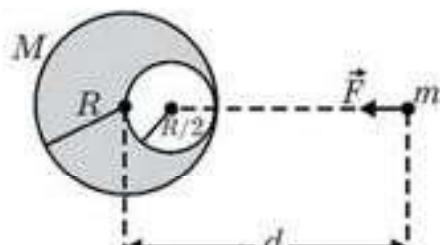


Рис. 12.4

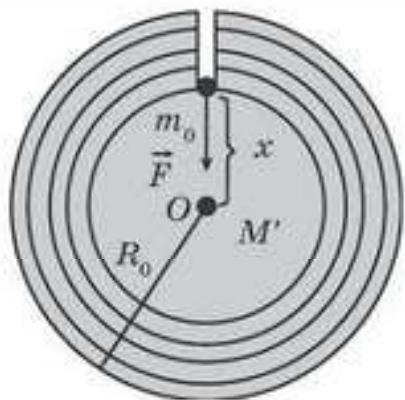


Рис. 12.5

притягивать оставшаяся масса  $M'$ , находящаяся в сфере радиусом  $x$ . Если масса всего шара  $M$  и его плотность  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}$ , тогда  $M' = \rho \frac{4}{3}\pi x^3$ .

Сила, действующая на  $m_0$ :

$$|\vec{F}| = G \frac{M'm_0}{x^2} \text{ или } |\vec{F}| = G\rho \frac{\frac{4}{3}\pi x^3 m_0}{x^2}.$$

Окончательно  $|\vec{F}| = \frac{4}{3}G\pi\rho m_0 x$ , т. е. сила убывает с глубиной по линейному закону. Аналогично, по линейному закону, и ускорение свободного падения с глубиной будет уменьшаться до нуля в центре шара:

$$|\vec{a}| = \frac{4}{3}G\pi\rho x.$$

Обратите внимание, что сила, действующая на тело, помещенное внутри радиальной шахты,  $|\vec{F}| = \frac{4}{3} \cdot G\pi\rho m_0 x$  ведет себя как упругая сила ( $F = kx$ ) с коэффициентом жесткости  $k = \frac{4}{3}G\pi\rho m_0$ . Так что тело, опущенное в диаметральную шахту, будет совершать гармонические колебания с периодом  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}}$  или  $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$ . Если подставить в

полученную формулу значение плотности Земли  $\left(\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}\right)$ , то получим  $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_0}{g}}$ , где  $g = \frac{GM}{R_0^2}$ .

Спутник, вращающийся по круговой орбите вблизи поверхности Земли ( $H \ll R_0$ ), имеет такой же период вращения, что и тело, колеблющееся в шахте. (Ответьте, почему. Ведь расчеты мы проводили, считая Землю однородным шаром.)

Сила всемирного тяготения на Земле называется *силой тяжести*:

$$F_{\text{тр}} = \frac{GMm}{R_0^2} = mg,$$

$g$  — ускорение свободного падения на Земле.  $g = \frac{GM}{R_0^2} = 9.81 \text{ м/с}^2$ .



## Творческая мастерская

### Объясните

Объясните, почему ускорение свободного падения на Луне и на Земле отличаются друг от друга? Рассчитайте, во сколько раз они отличаются.

### Анализируйте

- Сравните ускорения, которые получают человек массой 100 кг и Земля при их гравитационном взаимодействии. Приведите расчеты.
- Мальчик массой 50 кг встал на весы. Каковы будут показания пружинных весов, находящихся в лифте, если лифт: а) неподвижен; б) движется равномерно вверх; в) движется равноускоренно вверх; г) движется равноускоренно вниз?

### Решайте

- Определите число оборотов первого искусственного спутника Земли за сутки, если радиус его орбиты равен 7340 км?

(Ответ: 14)

- \* На экваторе некоторой планеты тела весят втрое меньше, чем на полюсе. Период обращения планеты вокруг своей оси равен 55 мин. Найдите плотность планеты, считая ее однородным шаром.

(Ответ:  $19450 \text{ кг}/\text{м}^3$ )

- \*3. У поверхности Земли на тело действует сила всемирного тяготения 72 Н. Чему равна сила тяготения, действующая на это тело в радиальной шахте глубиной  $R_z/4$ ? Землю считать однородным шаром.

(Ответ: 54 Н)

4. Средняя плотность Венеры  $5,2 \text{ г}/\text{см}^3$ . Радиус Венеры 6100 км. Каково ускорение свободного падения на поверхности Венеры?

(Ответ:  $8,85 \text{ м}/\text{с}^2$ )

5. На каком расстоянии от поверхности Земли сила притяжения космического корабля к Земле будет в 100 раз меньше, чем на ее поверхности?

(Ответ:  $h = 9 R_z$ )

6. Рассчитайте массу и среднюю плотность Земли. Радиус Земли 6400 км.

(Ответ:  $6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ ;  $\approx 5467 \text{ кг}/\text{м}^3$ )

- \*7. Определите плотность вещества белого карлика, если минимальный период обращения его искусственного спутника равен 4 с.

(Ответ:  $8,8 \cdot 10^9 \text{ кг}/\text{м}^3$ )

- \*8. На каком расстоянии от центра Земли сила притяжения космического корабля к Земле в 2 раза больше силы его притяжения к Луне? Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли.

(Ответ: 333 000 км)

### Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 13. Вес тела. Невесомость и перегрузки



**Ключевые понятия:** вес тела, сила реакции, невесомость, перегрузка.

На этом уроке вы научитесь объяснять природу веса, невесомости и перегрузки.

Вес — это сила, с которой тело действует на опору или подвес. Вес приложен не к телу, а к опоре. К телу будет приложена сила реакции опоры, которая возникла из-за взаимодействия тела с опорой. Согласно третьему закону Ньютона, она численно равна весу тела. Если же тело подвешено к нити, то в ней возникает сила упругости, численно равная весу тела. Сила, действующая со стороны нити на тело, подвешенное к ней, называется *силой натяжения нити*. Сила реакции опоры, сила натяжения нити, вес тела — это силы электромагнитной природы.

Вес  $P$  тела, покоящегося в инерциальной системе отсчета, численно равен силе тяжести, действующей на тело. Это следует из условия равновесия тела и третьего закона Ньютона.  $N = mg$ , а  $N = P$ , следовательно  $P = mg$ , т. е. вес пропорционален массе и ускорению свободного падения в данной точке.

Значение веса (при неизменной массе тела) пропорционально ускорению свободного падения, которое зависит от высоты над земной поверхностью (или поверхностью другой планеты, если тело находится

близи нее, а не Земли, и массы и размеров этой планеты), а также ввиду вращения Земли (планеты) (см. рис. 13.1), от географических координат точки измерения. Другим фактором, влияющим на ускорение свободного падения и, соответственно, вес тела, являются гравитационные аномалии, обусловленные особенностями строения земной поверхности и недр в окрестностях точки измерения.

При движении системы тело — опора (или подвес) относительно инерциальной системы отсчета с ускорением  $a$  вес тела либо увеличивается, либо уменьшается:

$$P = m(g \pm a). \quad (13.1)$$

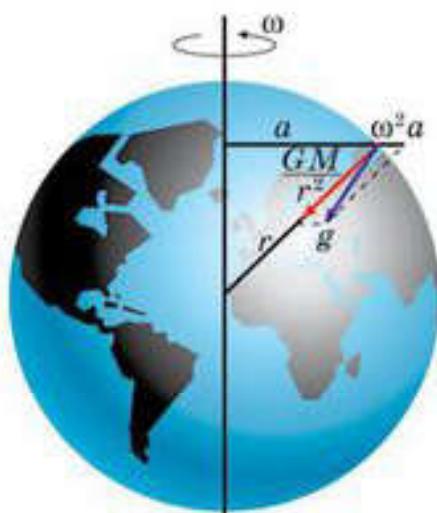


Рис. 13.1

Если мы имеем движение вверх с ускорением, то тело будет находиться в состоянии перегрузки.

Докажем формулу (13.1), обратившись к рисунку 13.2.

На тело, находящееся на опоре, движущееся вверх с ускорением  $a$ , действуют две силы:

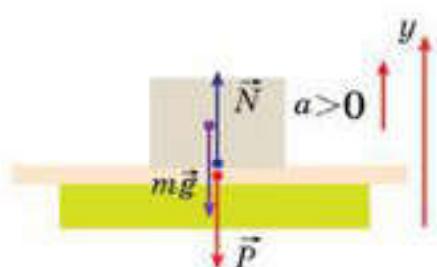


Рис. 13.2

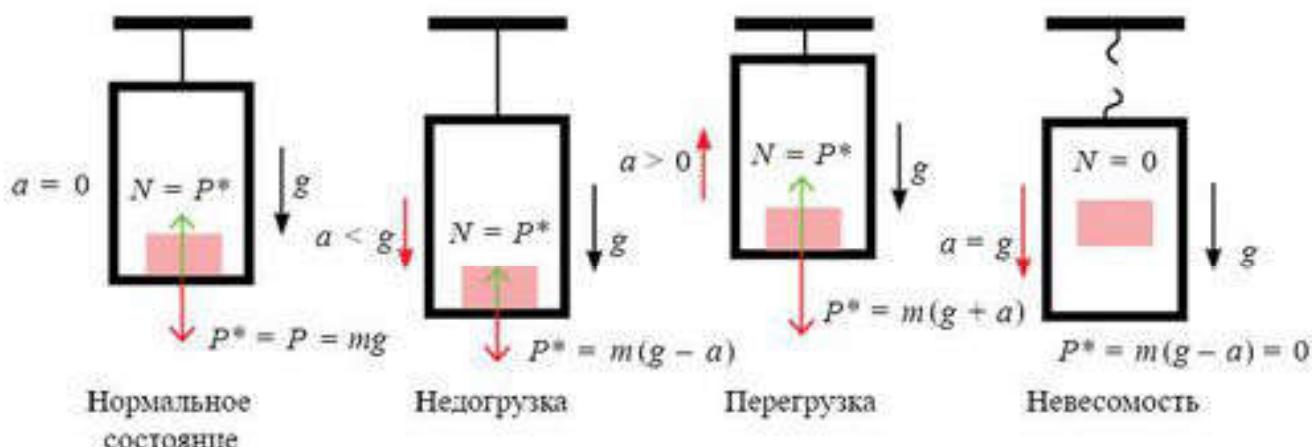


Рис. 13.3

сила реакции опоры и сила тяжести. Применим второй закон Ньютона к движению тела:

$$Oy: N - mg = ma.$$

Согласно третьему закону Ньютона,  $N = P$ .

Тогда вес тела, находящегося на опоре, движущейся с ускорением, будет равен:

$$P = mg + ma = m(g + a).$$

На рисунке 13.3 изображены возможные ситуации движения тела, находящегося на опоре.

Опишите математически ситуации, изображенные на рисунке 13.3.

В результате суточного вращения Земли существует широтное уменьшение веса: на экваторе примерно на 0,3% меньше, чем на полюсах.

**Состояние отсутствия веса называется невесомостью** и наступает оно, когда тело находится в свободном падении, т. е., когда  $a = g$ .

Необходимо обратить внимание на то, что **вес и масса — разные понятия**. Вес — сила, с которой тело действует на горизонтальную опору или вертикальный подвес. Масса же не является силовым фактором; масса является либо мерой инертности тела, либо мерой количества вещества, либо отражает гравитационные свойства тела. Например, в **условиях невесомости у всех тел вес равен нулю, а масса у каждого тела своя**.



### Вопросы для самоконтроля

- Что вы понимаете под весом тела?
- Какая сила называется силой реакции опоры?
- Какая сила называется силой натяжения нити?
- Объясните, каким образом возникают сила реакции опоры, сила натяжения нити и вес тела?
- Какова природа силы реакции опоры, силы натяжения нити и веса тела?
- Каким образом можно изменить вес тела?
- Какое состояние называется перегрузкой?
- Какое состояние называется невесомостью?

## Примеры решения задач

При решении задач по динамике желательно придерживаться следующего алгоритма:

1) прочитав условие задачи, четко представьте себе физический процесс, описанный в задаче;

2) сделайте схематический чертеж или рисунок с указанием кинематических характеристик движения, о которых говорится в задаче (начальная и конечная координаты, скорости, ускорение и т. д.);

3) расставьте все силы, действующие на тела, учитывая тот факт, что на тело действует столько сил, со сколькими телами оно взаимодействует;

4) запишите основной закон динамики в векторной форме (второй закон Ньютона) для каждого тела в отдельности, а затем перейдите к записи в проекциях на координатные оси;

5) число полученных уравнений должно соответствовать числу неизвестных величин. Если это не так, то необходимо записать дополнительные уравнения кинематики, исходя из анализа условия задачи;

6) решите в общем виде полученную систему уравнений. Полученный ответ проанализируйте на размерность и граничные условия;

7) подставив численные значения, получите численное значение искомой физической величины и оцените полученный результат.

1. Через легкий неподвижный блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой подвешены два одинаковых груза, массой  $m$  каждый. На правый груз кладут перегрузку массой  $m_0$  (рис. 13.4). Найдите: 1) с каким ускорением движется система; 2) с какой силой перегрузка давит на груз; 3) силу натяжения подвеса, на котором висит блок; 4) силу натяжения нити. Трением пренебречь.

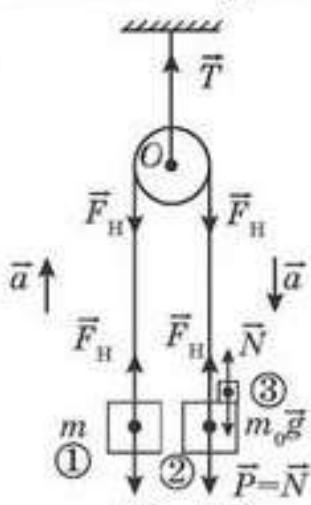


Рис. 13.4

**Дано:**

$$m_1 = m_2 = m$$

$$m_0$$

$$|\vec{a}| - ? \quad |\vec{N}| - ?$$

$$|\vec{F}_H| - ? \quad |\vec{T}| - ?$$

**Решение.** Расставим все силы, действующие на грузы (в том числе и на блок), не забывая о третьем законе Ньютона. Так как блок невесом, трения нет и нить невесома и нерастяжима, то сила натяжения нити во всех ее точках одинакова. Направление ускорения в этой задаче очевидно. Запишем второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$\text{левое (1)} \quad \vec{F}_H + m\vec{g} = m\vec{a};$$

$$\text{правое (2)} \quad \vec{F}_H + m\vec{g} + \vec{P} = m\vec{a};$$

$$\text{перегрузка (3)} \quad \vec{N} + m_0\vec{g} = m_0\vec{a}.$$

Согласно третьему закону Ньютона,  $|\vec{P}| = |\vec{N}|$ .

Следует заметить, что модуль ускорения для всех грузов одинаков. В скалярном виде полученная система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} F_n - mg = ma; \\ mg + N - F_n = ma; \\ m_0g - N = m_0a. \end{array} \right\}$$

Удобнее решить эту систему уравнений, сложив левые и правые части системы:  $m_0g = (2m + m_0)a$ , откуда  $a = \frac{m_0}{2m + m_0}g$ .

Обратите внимание, что силы  $F_n$  и  $N$  сократились, так как они являются внутренними силами в данной системе и на ускорение не влияют. Подставляя значение ускорения в третье уравнение, выразим  $N$  (реакция опоры). Напоминаем, что сила реакции опоры равна по модулю силе, с которой перегрузок действует на опору, т. е. вес перегрузка:  $N = m_0(g - a)$ ;  $N = m_0\left(g - \frac{m_0g}{2m + m_0}\right)$ ;  $N = \frac{2mm_0g}{2m + m_0}$ .

Подставляя значение ускорения в первое уравнение, выразим силу натяжения  $F_n$ :  $F_n = m(g + a)$ ;  $F_n = m\left(g + \frac{m_0g}{2m + m_0}\right)$ ;  $F_n = \frac{2m(m + m_0)}{2m + m_0}g$ .

Так как блок неподвижен, то в соответствии с законом Ньютона результирующая всех сил, действующих на блок, равна нулю, т. е.  $T - 2F_n = 0$  или  $T = 2F_n$ ;  $T = \frac{4m(m + m_0)}{2m + m_0}g$ .

Обратите внимание на следующее: если бы блок был застопорен, то очевидно, что  $T_0 = (2m + m_0)g$ , т. е. силе тяжести всех подвешенных к нему грузов. При ускоренном движении грузов натяжение  $T$  становится меньше, чем  $T_0$ , причем чем больше  $a$ , тем больше разность  $(T_0 - T)$ . Получите эту разность  $\Delta T$  и проанализируйте ответ в зависимости от соотношения масс  $m$  и  $m_0$ .

Обратите внимание на следующее: если вы последовательно будете придерживаться логики "Аристотель — Галилей — Ньютон" и основательно овладеете законами Ньютона, то задачи такого рода, как приведенная выше, сможете решать более просто. Действительно, так как ускорение системы прямо пропорционально причине, его вызывающей (т. е. результирующей силе), то  $\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$ . Из данной задачи видно, что причиной возникновения ускорения является сила тяжести — (перегрузка), внутренние силы на ускорение не влияют, нить нерастяжима, тогда выражение для ускорения можно записать сразу:

$$a = \frac{m_0}{2m + m_0},$$

т. е. причину ( $m_0g$ ) делим на массу всей движущейся системы. Если есть внешние силы, мешающие движению, то ускорение тела можно найти так:

$$a = \frac{\text{от причины движения отнять то, что мешает движению}}{\text{общая масса системы}}.$$

**2.** Найдите ускорения  $a_1$  и  $a_2$  грузов и силу натяжения нити  $F_n$ . Массой блоков и нити пренебрегаем, трение отсутствует, нить нерастяжима (рис. 13.5, а).

Дано:

$m_1, m_2$

$|\vec{a}_1| = ?$   $|\vec{a}_2| = ?$

$|\vec{F}_n| = ?$

*Решение.* В данной задаче мы не можем указать направление ускорения грузов, но так как трения нет, то произвольно выбираем их направление, модуль ускорения от этого не изменится (рис. 13.5, б).

Запишем уравнение второго закона Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$\begin{cases} m_1 g - F_n = m_1 a_1, \\ 2F_n - m_2 g = m_2 a_2. \end{cases}$$

Видим, что уравнений два, а неизвестных — три. Недостающее уравнение найдем из кинематических соображений. Если левую нить за время  $t$  (рис. 13.5, а) вытянуть, допустим, на  $l$  (вместе с грузом  $m_1$ ), то правый груз за это время поднимется только на  $\frac{l}{2}$ . Следовательно,  $l = \frac{a_1 t^2}{2}$  — для первого груза и  $\frac{l}{2} = \frac{a_2 t^2}{2}$  — для второго. Из этих уравнений видно, что  $a_1 = 2a_2$ . Это и есть недостающее уравнение. Тогда,

решая систему уравнений:  $\begin{cases} m_1 g - F_n = m_1 a_1, \\ 2F_n - m_2 g = m_2 a_2, \\ a_1 = 2a_2 \end{cases}$ , легко выразить  $a_1, a_2$  и  $F_n$ :

$$a_1 = g \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}; \quad a_2 = g \frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}; \quad F_n = \frac{3m_1 m_2}{4m_1 + m_2} g.$$

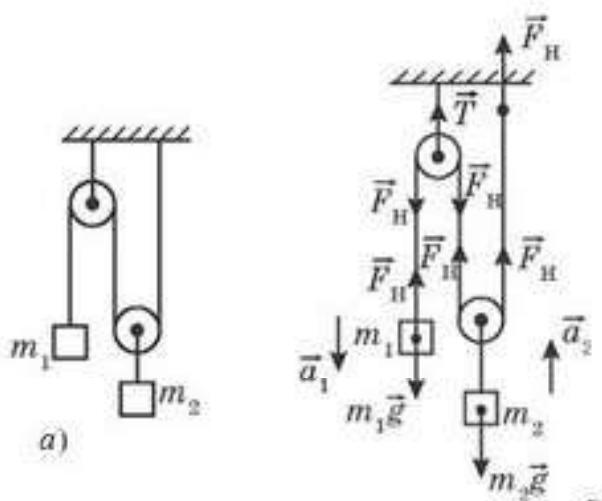


Рис. 13.5



## Творческая мастерская

**Объясните**

Объясните, почему вес тела может изменяться, а масса — нет.

**Анализируйте**

Чему равен вес космонавта в момент старта корабля, ускорение которого равно  $2g$ ?

**Решайте**

1. Определите вес тела массой 12 кг на поверхности Земли на широте  $60^\circ$ ?

(Ответ: 117,84 Н)

- \*2. Определите среднюю плотность планеты, если на ее экваторе пружинные весы показывают на 20% меньший вес, чем на полюсе. Длительность суток на планете 6 ч.

(Ответ:  $1500 \text{ кг}/\text{м}^3$ )

3. Определите величину перегрузки, которую испытывает космонавт при старте космического корабля, если ускорение корабля равно  $40 \text{ м}/\text{с}^2$ ?

(Ответ:  $k = 5$ )

4. Мальчик массой 52 кг находится в лифте, опускающемся вниз с ускорением  $0,8 \text{ м}/\text{с}^2$ . Чему равен его вес? Принять  $g = 9,8 \text{ м}/\text{с}^2$ .

(Ответ: 468 Н)

- \*5. Горка, представляющая собой дугу окружности радиусом 4 м, плавно переходит в горизонтальную плоскость (рис. 13.6). Поверхность горки гладкая, а горизонтальная поверхность — шероховатая, с коэффициентом 0,1. Девочка массой 40 кг, съехав с горки на санках, остановилась на расстоянии 30 м от ее конца. Чему равен вес девочки в точке А? На какой высоте  $h$  девочка испытает двухкратную перегрузку?

(Ответ:  $P_A = 1 \text{ кН}$ ;  $h = 2 \text{ м}$ )

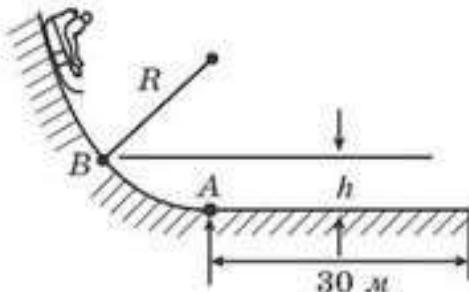


Рис. 13.6

6. Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения между шинами и поверхностью дороги с уклоном  $30^\circ$ , чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением  $0,5 \text{ м}/\text{с}^2$ ?

(Ответ: 0,06)

- 7. Небольшое тело запускают снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $30^\circ$  с горизонтом. Коэффициент трения тела о плоскость 0,2. Каково отношение времени подъема тела  $t_1$  ко времени его скольжания  $t_2$  до первоначальной точки?

(Ответ: 0,7)

- 8. Человек везет двое связанных саней, прикладывая силу под углом  $30^\circ$  к горизонту. Найдите эту силу, если известно, что сани движутся равномерно. Массы саней по 40 кг. Коэффициент трения 0,3.

(Ответ: 330 Н)

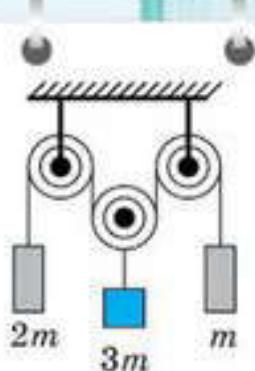


Рис. 13.7

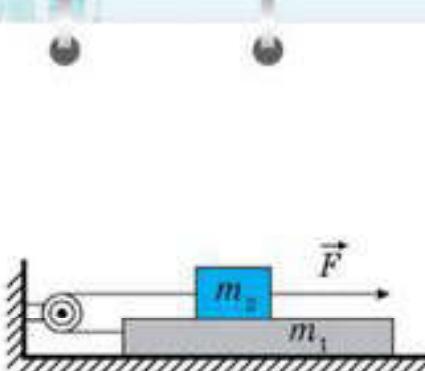


Рис. 13.8

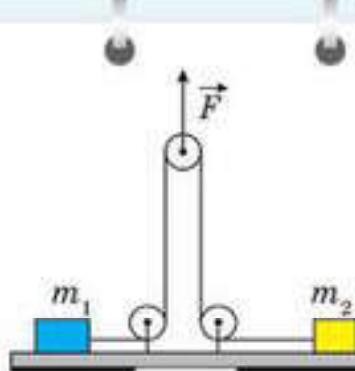


Рис. 13.9

9. Шайба остановилась через 5 с после удара клюшкой на расстоянии 20 м от места удара. Масса шайбы 100 г. Определить силу трения между шайбой и льдом.

(Ответ: 160 мН)

•10. Для равномерного поднятия груза массой 80 кг вверх по наклонной плоскости с углом  $30^\circ$  необходимо приложить силу 600 Н, направленную вдоль плоскости. С каким ускорением будет скатываться груз, если его отпустить?

(Ответ: 2,5 м/с<sup>2</sup>)

11. Каково удлинение троса, на котором медленно поднимают со дна водоема затонувшую статую объемом 2 м<sup>3</sup> и массой 7 т? Жесткость троса 2,5 МН/м.

(Ответ: 3,6 мм)

\*12. Определите ускорения грузов в представленной системе (рис. 13.7). Нить и блоки идеальны.

(Ответ:  $a_{2m} = 2,94 \text{ м/с}^2$  вниз;  $a_{3m} = 0,59 \text{ м/с}^2$  вниз;  $a_m = 4,12 \text{ м/с}^2$  вверх)

\*13. На горизонтальном столе лежит бруск массой  $m_1 = 2 \text{ кг}$ , на котором помещен второй бруск массой  $m_2 = 1 \text{ кг}$  (рис. 13.8). Оба бруска соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, ось которого неподвижна. Какую силу  $F$  надо приложить к верхнему бруску в горизонтальном направлении, чтобы он начал двигаться с ускорением 5 м/с<sup>2</sup>? Коэффициент трения между брусками 0,5. Трением нижнего бруска о стол и трением в блоке пренебречь.

(Ответ: 25 Н)

\*14. В системе (рис. 13.9) грузы имеют массы  $m_1 = 1 \text{ кг}$  и  $m_2 = 2 \text{ кг}$ . Нить и блоки невесомы, трение в осях блоков отсутствует. Коэффициенты трения грузов о плоскость равны соответственно 0,5 и 0,3. На ось верхнего блока начинает действовать сила  $F = 12 \text{ Н}$ , направленная вертикально вверх. На сколько уменьшится расстояние между грузами через 0,4 с после начала действия силы  $F$ ? Как изменится ответ, если сила  $F = 9 \text{ Н}$ ?

(Ответ: а) 8 см; б) не изменится)



### Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 14. Момент инерции абсолютно твердого тела



**Ключевые понятия:** энергия вращательного движения, момент инерции тела, теорема Штейнера, второй закон Ньютона для вращательного движения.

На этом уроке вы: научитесь рассчитывать энергию вращательного движения и применять теорему Штейнера для расчета момента инерции абсолютно твердых тел.

Вращающееся вокруг закрепленной оси  $O O'$  тело обладает кинетической энергией вращательного движения (рис. 14.1). Знакомое вам выражение для кинетической энергии поступательного движения  $W_k = \frac{mv^2}{2}$  неудобно для вычисления кинетической энергии вращательного движения. Действительно, у каждой материальной точки  $m_i$ , выделенной в теле, разные линейные скорости  $v_i$  и разные радиусы окружностей  $R_i$ , по которым они вращаются. Поэтому, чтобы вычислить полную кинетическую энергию вращательного движения, необходимо просуммировать кинетические энергии поступательного движения по всем  $m_i$ -м точкам, т. е.

$$W_{sp} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (14.1)$$

Задача упрощается в связи с тем, что угловая скорость вращения  $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  у всех точек одинакова, поэтому линейную скорость  $v_i$  в выражении (14.1) заменим на угловую, так как  $v_i = \omega R_i$ .

Подставляя  $v_i$  в формулу (14.1), имеем:

$$W_{sp} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2 R_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i R_i^2, \text{ или}$$

$$W_{sp} = \frac{\omega^2}{2} (m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + \dots + m_n R_n^2). \quad (14.2)$$

Что представляет собой сумма, находящаяся в скобках?

1. Эта сумма — скалярная величина.
2. Она зависит от распределения массы тела относительно оси вращения: чем дальше находится масса от оси вращения, тем больше эта сумма. Действительно, нетрудно ответить на вопрос, у какого тела — тонкого обруча или сплошного диска, одинаковых по радиусу и массе, эта сумма больше. Конечно, у обруча (рис. 14.2), так как все  $m_i$ -е точки

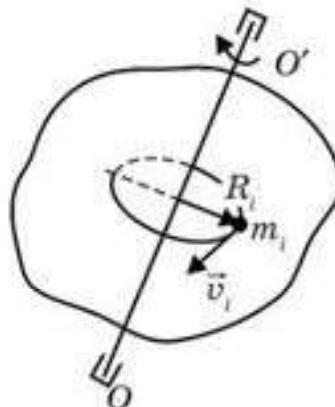


Рис. 14.1

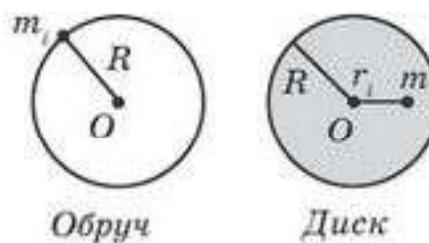


Рис. 14.2

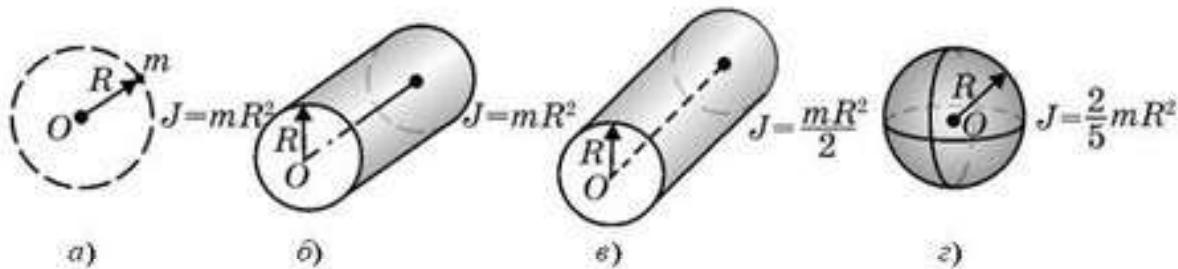


Рис. 14.3

обруча находятся на самом максимальном расстоянии  $r_i = R$ . Поэтому эта сумма — конкретная величина для данного тела. Она называется **момент инерции тела**, обозначается символом  $J$ . Следовательно:

$$W_{\text{кин}} = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (14.3)$$

Выражение (14.3) похоже на уравнение для кинетической энергии поступательного движения, т. е. формула (14.3) позволяет рассчитать кинетическую энергию вращательного движения. Из нее следует, что обруч и диск одинаковой массы, раскрученные до одинаковой угловой скорости, обладают разными кинетическими энергиями. Обруч более инертен для всякого изменения его угловой скорости  $\Delta\omega$ , чем сплошной диск, так как его момент инерции больше. Следовательно, инертные свойства вращающегося тела зависят не только от его массы, но и от ее распределения по объему тела относительно оси вращения. Ниже приведены моменты инерции различных тел правильной геометрической формы.

#### Моменты инерции некоторых тел, вычисленные относительно оси вращения, проходящей через центр масс

1. Материальная точка, вращающаяся по окружности радиусом  $R$  (рис. 14.3, а):  $J = mR^2$ .
2. Момент инерции тонкого кольца (обруча), тонкостенного цилиндра (рис. 14.3, б):  $J = mR^2$ .
3. Сплошной диск (цилиндр) (рис. 14.3, в):  $J = \frac{mR^2}{2}$ .
4. Сплошной шар (рис. 14.3, г):  $J = \frac{2}{5}mR^2$ .
5. Тонкий стержень относительно оси, проходящей через его середину и перпендикулярной к нему (рис. 14.4, а):  $J = \frac{1}{12}ml^2$ .

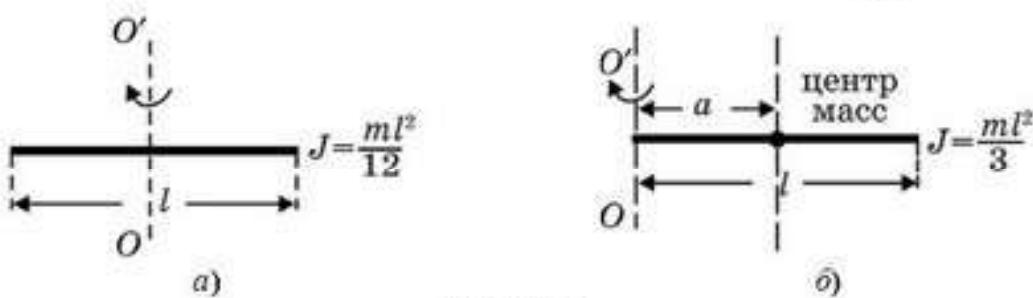


Рис. 14.4

6. Момент инерции тонкого стержня относительно оси, проходящей перпендикулярно к его концу (рис. 14.4, б):  $J = \frac{1}{3}ml^2$ .

Обратите внимание, что в примере 6 дан случай, когда ось вращения не проходит через центр масс. В таких случаях для нахождения момента инерции можно воспользоваться теоремой Гюйгенса — Штейнера: *момент инерции тела относительно любой оси, не проходящей через центр тяжести, равен сумме момента инерции данного тела относительно оси, проходящей через центр тяжести, и произведению массы тела на квадрат расстояния между этими осями.*

*Доказательство*. Действительно, полная энергия вращательного движения в примере 6 складывается из энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр масс (ц. м.) и оси ( $OO'$ ), т. е.

$$W_{\text{вр}} = \frac{J_0 \omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}, \quad (14.4)$$

где  $m$  — масса стержня, сосредоточенная в центре масс;  $J_0$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс.

Оба вращения происходят с одинаковой угловой скоростью, следовательно:  $W_{\text{вр}} = \frac{J_0 \omega^2}{2} + \frac{m}{2} \omega^2 a^2$ , или  $W_{\text{вр}} = (J_0 + ma^2) \frac{\omega^2}{2}$ , где  $a$  — расстояние от оси ( $OO'$ ) до центра масс (в нашем случае оно равно  $\frac{l}{2}$ ). Из (14.4) видно, что момент инерции тела относительно оси, не проходящей через центр масс, будет равен

$$J' = J_0 + ma^2, \quad (14.5)$$

что представляет собой теорему Гюйгенса—Штейнера. Так как  $a = \frac{l}{2}$ , то

$$J' = J_0 + m \frac{l^2}{4} = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{3}.$$

Обратите внимание: а) ось  $OO'$  и ось, проходящая через центр масс, должны быть параллельными; б) момент инерции **минимален** (и, соответственно, кинетическая энергия), если ось вращения проходит через центр масс ( $a = 0$ ).

Второй закон Ньютона в виде  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ , или  $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$ , неудобен для применения, когда тело, имея закрепленную ось вращения, вращается относительно нее с некоторым угловым ускорением  $\vec{\epsilon}$ . Действительно, пусть дан блок в форме сплошного диска массой  $m$  и радиусом  $R$ , на который намотана невесомая нить, к концу которой прикреплен груз массой  $m_0$  (рис. 14.5). Груз  $m_0$  будет

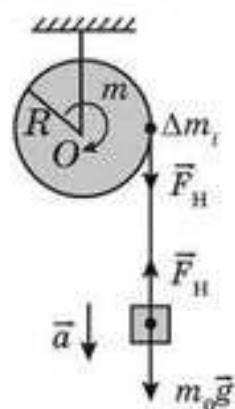


Рис. 14.5

двигаться поступательно с некоторым ускорением  $a$ , блок, масса которого  $m$ , будет вращаться с некоторым угловым ускорением  $\epsilon$ . Если проскальзывание нити относительно блока отсутствует, то линейное ускорение  $a$  в данном случае связано с угловым ускорением  $\epsilon$  известным соотношением:  $a = \epsilon R$ .

Второй закон Ньютона для некоторой точки диска  $\Delta m_i$  запишется в виде  $F_{\text{нц}} = \Delta m_i a_i$ , где  $a_i$  — линейное (касательное) ускорение точки  $i$  диска, находящейся на расстоянии  $R_i$  от оси вращения. С учетом равенства  $a = \epsilon R$  последнее равенство перепишем в виде  $F_{\text{нц}} = \Delta m_i \epsilon R_i$ .

Умножим обе части этого уравнения на  $R_i$  и получим:  $F_{\text{нц}} R_i = \Delta m_i \epsilon R_i^2$ .

Произведение  $F_{\text{нц}} R_i$  есть ни что иное, как момент силы, действующей на  $\Delta m_i$  точку, а  $\Delta m_i R_i^2$  — момент инерции материальной точки, масса которой  $\Delta m_i$ . Просуммируем левую и правую части этого уравнения:

$$\sum_{i=1}^{\infty} F_{\text{нц}} R_i = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta m_i \epsilon R_i^2. \quad (14.6)$$

Сумма  $\sum_{i=1}^{\infty} F_{\text{нц}} R_i$  представляет собой результирующий момент всех сил, приложенных к вращающемуся телу, а  $\sum_{i=1}^{\infty} \Delta m_i \cdot R_i^2$  — момент инерции всего тела. Тогда выражение (14.6) можно записать в виде

$$\bar{M} = J \bar{\epsilon}, \quad (14.7)$$

или

$$\bar{\epsilon} = \frac{\bar{M}}{J}. \quad (14.8)$$

Выражение (14.8) представляет собой математическую запись второго закона Ньютона для вращательного движения: *угловое ускорение, с которым вращается тело, прямо пропорционально результирующему моменту сил, приложенных к нему, и обратно пропорционально моменту инерции тела*. Направления  $\bar{\epsilon}$  и  $\bar{M}$  определяются по правилу буравчика (в нашем случае, см. рис. 14.5, они направлены от нас).



### Вопросы для самоконтроля

- Обладает ли кинетической энергией тело, вращающееся вокруг закрепленной оси вращения?
- Что называется моментом инерции?
- Как звучит теорема Гюйгенса—Штейнера?
- От каких параметров зависит момент инерции тела?
- Как формулируется второй закон Ньютона для вращательного движения?
- Существует ли аналогия между вторым законом Ньютона для поступательного движения и вторым законом Ньютона для вращательного движения? Какая?

## Примеры решения задач

**1.** На блок в виде сплошного диска массой и радиусом  $R$  намотана нить, к концу которой подвешен груз массой  $m_0$ . Найдите линейное ускорение, с которым движется груз  $m_0$ . Трение в оси блока отсутствует, нить невесома (рис. 14.6).

*Решение.* В движении участвуют два тела:  $m_0$  — в поступательном движении с ускорением  $|\vec{a}|$  и блок — во вращательном с некоторым угловым ускорением  $\epsilon$ . Запишем второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$\begin{cases} m_0 g - F_H = m_0 a; \\ F_H R = J \epsilon. \end{cases}$$

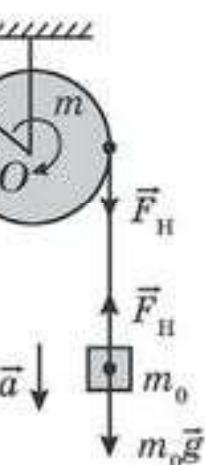


Рис. 14.6

При отсутствии проскальзывания  $a = \epsilon R$ , тогда получим:

$$\begin{cases} m_0 g - F_H = m_0 a; \\ F_H R = J \frac{a}{R}. \end{cases}$$

Подставляя  $F_H = J \frac{a}{R^2}$  в первое уравнение  $m_0 g - J \frac{a}{R^2} = m_0 a$ , выражим  $a$ :  $a = \frac{m_0 g}{\frac{J}{R^2} + m_0}$ , так как  $J = \frac{m R^2}{2}$  (сплошной диск), окончательно имеем:  $a = \frac{2 m_0}{m + 2 m_0} g$ .

**2.** С наклонной плоскости скатывается сплошной цилиндр массой  $m$  и радиусом  $R$ . Найдите линейное ускорение, с которым движется цилиндр. Плоскость наклонена под углом  $\alpha$  к горизонту. Трение качения отсутствует.

*Решение.* Сделаем рисунки 14.7 и рис. 14.8 (в разрезе). Цилиндр участвует в двух движениях:

а) в поступательном — с ускорением

$$a = \frac{F_x - F_{\text{тр.п.}}}{m}, \quad (1)$$

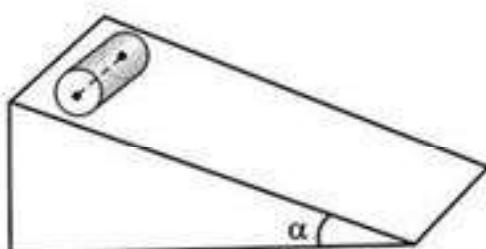


Рис. 14.7

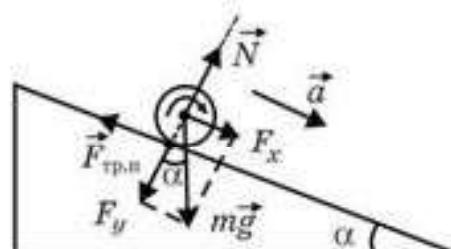


Рис. 14.8

б) во вращательном — с угловым ускорением

$$\varepsilon = \frac{F_{\text{тр.п.}} R}{J}, \quad (2)$$

где  $F_{\text{тр.п.}} R$  — момент силы трения покоя относительно оси вращения, проходящей через центр цилиндра. Сила реакции опоры  $\vec{N}$  и сила тяжести  $m\vec{g}$  вращающего момента относительно оси цилиндра не создают. Находим значение  $F_{\text{тр.п.}}$  из формулы (2)  $F_{\text{тр.п.}} = \frac{J\varepsilon}{R}$  и подставляем в уравнение (1). С учетом того, что  $a = \varepsilon R$  и  $F_x = mg \sin \alpha$ , получим

$$a = \frac{mg \sin \alpha - \frac{Ja}{R^2}}{m}, \text{ откуда } a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{Ja}{R^2}}. \text{ Зная, что момент инерции}$$

$J = \frac{mR^2}{2}$ , окончательно имеем  $a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$ . Напоминаем, что в случае скользывания цилиндра с наклонной плоскости без трения ускорение равно  $a = g \sin \alpha$ . В нашем случае ускорение  $a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$  получилось меньше — так и должно быть, так как часть потенциальной энергии цилиндра переходит в кинетическую энергию вращательного движения, а другая — в кинетическую энергию поступательного движения. Интересно, а какая часть? Определим эту величину.

Пусть сплошной цилиндр скатывается с наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  (рис. 14.9).

Воспользуемся законом сохранения энергии. Относительно уровня  $|OO'|$ , принимаемого за нулевой, имеем:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}; \text{ так как } v = \omega R, \text{ то } W_{\text{кин.}} = \frac{\frac{mR^2}{2} \cdot v^2}{2R^2} = \frac{mv^2}{4}, \text{ тогда}$$

$$mgh = \frac{mv^2}{4} + \frac{mv^2}{4} = \frac{3}{4} mv^2, \text{ а отношение } \frac{W_{\text{кин.}}}{mgh} = \frac{\frac{mv^2}{4}}{\frac{3}{4} mv^2} = \frac{1}{3}, \text{ т. е. } \frac{W_{\text{кин.}}}{mgh} = \frac{1}{3},$$

или  $W_{\text{кин.}} = \frac{1}{3} mgh$ , а  $\frac{2}{3} mgh$  остается на кинетическую энергию поступательного движения. Теперь становится более понятным, почему ускорение для сплошного цилиндра получилось равным  $a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$ .

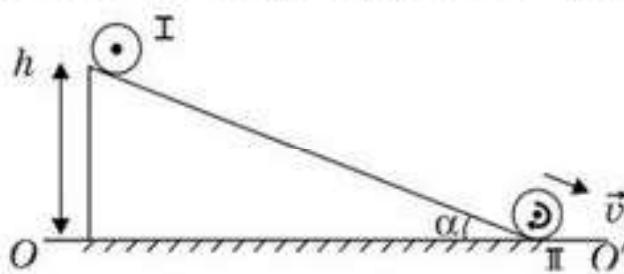


Рис. 14.9

Логично! Ведь на величину поступательного ускорения влияет только увеличивающаяся кинетическая энергия поступательного движения, а не вращательного. Тогда можно решить следующую задачу, что называется, в уме.

**3.** Однородная тяжелая веревка, концы которой закреплены на одной вертикали, охватывает невесомый обруч. С каким ускорением будет падать обруч, если его отпустить (рис. 14.10)?

*Решение.* Запишем закон сохранения энергии:  $mg \Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ , где  $J = mR^2$ ,  $\omega = \frac{v}{R}$ , тогда  $mg \Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2v^2}{2R^2}$ , или  $mg \Delta h = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$ ,

т. е. половина от полной энергии уйдет на вращательное движение, а другая половина — на поступательное. Следовательно,  $a = \frac{g}{2}$ .

*Ответ:*  $\frac{g}{2}$ .

**4.** Шарик, диаметр которого равен 6 см, катится по полу и останавливается через  $t = 2$  с, пройдя расстояние  $s = 70$  см. Определите коэффициент трения качения, считая его постоянным.

Согласно основному уравнению вращательного движения, имеем:  $M = \epsilon J$ , где  $J = 0,4 mr^2$  — момент инерции шара. Угловое ускорение связано с тангенциальным ускорением:  $a_t = \epsilon r$ .

Тогда  $M = 0,4 mr^2 \frac{a_t}{r} = 0,4 amr$ . Момент силы трения  $M = F_{tp}r$ , но  $F_{tp} = \mu N = \mu mg$ . Тогда  $M = \mu mgr$ . Следовательно,  $\mu mgr = 0,4 amr$ .

Откуда

$$\mu = 0,4 \frac{a}{g}. \quad (3)$$

$s = \frac{at^2}{2}$ ;  $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{1,4}{4} = 0,35 \text{ м/с}^2$ . Подставив числовые значения в формулу (3), получим, что коэффициент трения качения  $\mu = 0,014$ .

*Ответ:* 0,014.

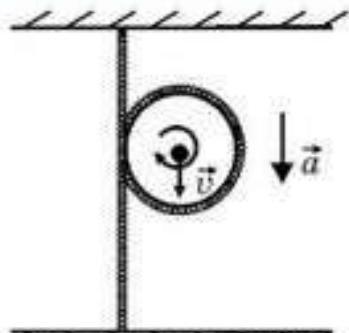


Рис. 14.10



## Творческая мастерская

## Оцените

Используя справочные данные, оцените момент инерции земного шара относительно собственной оси вращения.

(Ответ:  $9,6 \cdot 10^{37} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ )

## Решайте

1. Определите момент инерции материальной точки массой 300 г относительно оси, отстоящей от нее на расстоянии 20 см.

(Ответ:  $12 \text{ г} \cdot \text{м}^2$ )

■ 2. На концах тонкого однородного стержня длиной 90 см и массой 300 г прикреплены шарики массами 100 г и 200 г. Определите момент инерции этой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: а) первый шарик; б) точку, отстоящую от первого шарика на 30 см; в) середину стержня.

(Ответ: а)  $0,243 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ; б)  $108 \text{ г} \cdot \text{м}^2$ ; в)  $81 \text{ г} \cdot \text{м}^2$ )

■ 3. Определите момент инерции плоской однородной прямоугольной пластинки массой 900 г относительно оси, совпадающей с одной из сторон, если длина другой стороны 20 см.

(Ответ:  $12 \text{ г} \cdot \text{м}^2$ )

■ 4. Определите момент инерции однородного диска радиусом 20 см и массой 1 кг относительно оси перпендикулярной плоскости диска и проходящей через: а) центр диска; б) середину одного из радиусов диска.

(Ответ: а)  $20 \text{ г} \cdot \text{м}^2$ ; б)  $30 \text{ г} \cdot \text{м}^2$ )

5. Маховик, момент инерции которого  $63,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , вращается с постоянной угловой скоростью 31,4 рад/с. Определите величину тормозящего момента, остановившего маховик через 20 с.

(Ответ: 100 Н · м)

6. К ободу колеса массой 50 кг, имеющего форму диска радиусом 50 см, приложена касательная сила 100 Н. Определите: а) угловое ускорение колеса; б) через какое время после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения 6000 об/мин?

(Ответ: а)  $8 \text{ рад/с}^2$ ; б) 78,5 с)

■ 7. Через неподвижный блок массой 400 г перекинута нить, к концам которой привязаны грузики 100 г и 140 г. С каким ускорением будут двигаться грузики? Трением в блоке пренебречь.

(Ответ:  $0,91 \text{ м/с}^2$ )

\*8. Цилиндрический вал массой 100 кг и радиусом 5 см вращается, делая 480 оборотов в минуту. К поверхности вала прижимают колодку, которая останавливает вал через 10 с. Определите коэффициент трения колодки о вал, если величина силы 40 Н.

(Ответ: 0,3)



## Рефлексия

1. Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
2. Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
3. Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
4. Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?

## § 15. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.

### Основное уравнение динамики вращательного движения



**Ключевые понятия:** момент импульса, основное уравнение динамики вращательного движения.

На этом уроке вы: научитесь решать задачи, применяя второй закон Ньютона в импульсном виде.

Второй закон Ньютона в импульсном виде  $\bar{F}\Delta t = \Delta\bar{p}$  неудобен для применения к вращательному движению. Поэтому перепишем его, используя второй закон Ньютона для вращательного движения,  $\bar{M} = J \cdot \ddot{\omega}$ . С учетом того, что  $\ddot{\omega} = \frac{\Delta\bar{\omega}}{\Delta t}$ , получим, что  $\bar{M} = J \cdot \frac{\Delta\bar{\omega}}{\Delta t}$ . Тогда

$$\bar{M}\Delta t = J\Delta\bar{\omega}, \text{ или } \bar{M}\Delta t = \Delta(J\bar{\omega}). \quad (15.1)$$

Произведение  $J\bar{\omega}$  носит название *момент импульса тела* и обозначается как  $\bar{L}$ , т. е. формула нахождения момента импульса тела:

$$\bar{L} = J\bar{\omega}. \quad (15.2)$$

Тогда (15.1) примет вид

$$\bar{M}\Delta t = \Delta\bar{L}. \quad (15.3)$$

Произведение  $\bar{M}\Delta t$  носит название *результатирующего момента импульса внешних сил*, т. е. формула (15.1) и есть второй закон Ньютона в импульсном виде для вращательного движения: *результатирующий момент импульса всех внешних сил, действующих на систему тел, равен изменению момента импульса системы*. Если система тел замкнута, т. е. результатирующий момент внешних сил равен нулю, то из формулы (15.1) видно, что  $\Delta\bar{L} = 0$  или  $\bar{L} = J\bar{\omega} = \text{const}$ , что и представляет собой *закон сохранения момента импульса*: *в замкнутой системе векторная сумма момента импульса остается величиной постоянной*.

Рассмотрим этот закон на примерах.

**Пример 1.** На скамье Жуковского (легко вращающийся круглый стул) стоит человек, держа в руках гантели. Приведем его во вращательное движение с угловой скоростью  $\omega_1$ . Система тел "скамья — гантели — человек" обладает моментом инерции  $J_1$ , т. е. момент импульса системы равен  $\bar{L}_1 = J_1\bar{\omega}_1$  (рис. 15.1). Пусть человек разведет руки в стороны, тем самым увеличивая момент инерции до некоторого значения  $J_2$  (рис. 15.2). Тогда, согласно закону сохранения момента импульса  $\bar{L}_1 = \bar{L}_2$ , имеем  $J_1\bar{\omega}_1 = J_2\bar{\omega}_2$ , т. е. угловая скорость  $|\bar{\omega}_2|$  должна

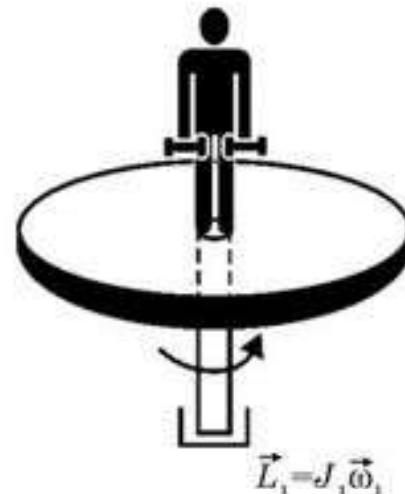


Рис. 15.1

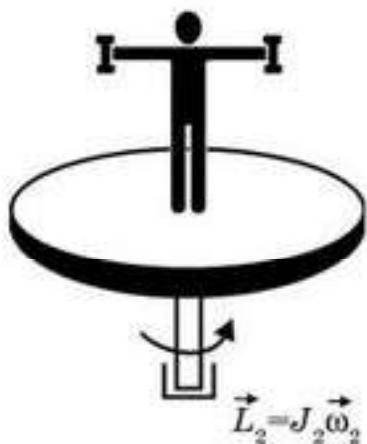


Рис. 15.2

уменьшиться. При возвращении рук в прежнее положение угловая скорость увеличивается до прежнего значения  $|\bar{\omega}_1|$ .

*Пример 2.* Человек стоит на краю вращающейся круглой платформы радиусом  $R = 2$  м, с угловой скоростью  $\omega_1$ . Масса человека  $m_1$ , платформы  $m_2$ . Он переходит к центру платформы. Принимая человека за материальную точку, определите угловую скорость  $\omega_2$ .

*Решение.* Момент инерции системы в первом случае (рис. 15.3)  $J_1 = m_1R^2 + \frac{m_2}{2}R^2$ , во

втором (рис. 15.4) —  $J_2 = \frac{m_2R^2}{2}$ . Так как  $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$ , то  $\omega_2 = \frac{J_1}{J_2}\omega_1$ ,

$$\omega_2 = \frac{\frac{m_1R^2}{2} + \frac{m_2R^2}{2}}{\frac{m_2R^2}{2}}\omega_1, \text{ или } \omega_2 = \left(\frac{2m_1}{m_2} + 1\right)\omega_1.$$

Интересно, а как изменилась кинетическая энергия системы? Пусть  $\frac{m_1}{m_2} = 1$ , тогда  $\omega_2 = 3\omega_1$ , т. е. угловая скорость увеличится в три раза.

$$W_1 = \frac{J_1\omega_1^2}{2}; \quad W_2 = \frac{J_2\omega_2^2}{2}; \quad \frac{W_2}{W_1} = \frac{J_2\omega_2^2}{J_1\omega_1^2} = \frac{mR^2 \cdot 9}{3mR^2}; \text{ т. е. } \frac{W_2}{W_1} = 3, \text{ или кинетическая энергия вращательного движения увеличится в три раза!}$$

Почему и за счет чего? Ведь система замкнута. Если в динамике поступательного движения **внутренние силы не влияют** на величину линейного ускорения  $|\vec{a}|$ , то в динамике вращательного движения работа внутренних сил имеет решающее значение (рис. 15.1). На рисунке 15.2 показано, что центробежные силы инерции сами отбрасывают гантели, поэтому кинетическая энергия вращательного движения уменьшается. Конечно, если опять прижать гантели к груди, то придется совершить работу. Кроме того, эту работу можно вычислить, используя закон

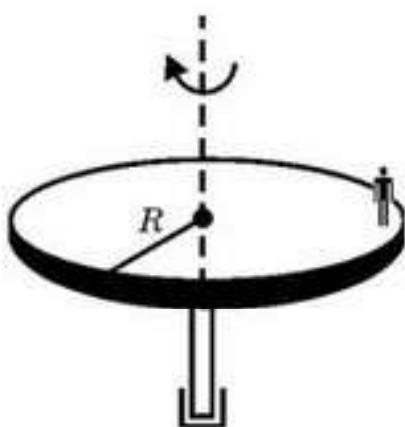


Рис. 15.3

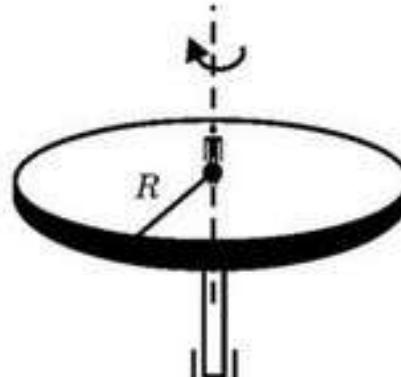


Рис. 15.4



Рис. 15.5

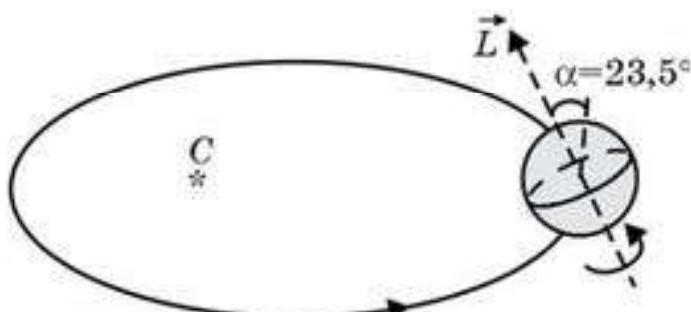


Рис. 15.6

сохранения энергии  $A = \Delta W$ . Исследование работы внутренних сил в динамике вращательного движения приводит к интересным и даже неожиданным результатам (см. пример 3).

В то же время, если момент импульса внешних сил равен нулю, то момент импульса тела  $\vec{L}$  остается постоянным как по величине, так и по направлению. Этот факт имеет большое практическое значение.

*Пример 3.* Можно подвесить маховое колесо на такой подставке, которая не оказывает практически никакого сопротивления вращению и относительно которой ось маховика может быть повернута в любом направлении (по трем измерениям нашего пространства —  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) (рис. 15.5). Такое устройство называется *гироскоп*. Пренебрегая трением в подшипниках, можно считать, что к колесу гироскопа не приложены никакие моменты сил. А это означает, что ось вращения всегда будет сохранять свое первоначальное направление в пространстве, как бы ни двигалась подставка гироскопа. Гироскопы находят широкое применение в тех случаях, когда требуется выдерживать строго определенное направление. Например, ракета может вращаться на активном участке траектории, подводная лодка может быть повернута морскими течениями. Самолетный автопилот действует по тому же принципу. Винтовая нарезка в стволе орудия позволяет придать снаряду (пуле) быстрое вращение, что обеспечивает устойчивое движение его к цели, и т. д.

Земля является гигантским гироскопом, обладающим моментом импульса  $\vec{L} = J_0 \vec{\omega}$ , где  $J = \frac{2}{5} mR^2$  и  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ;  $m$  и  $R$  — соответственно масса и радиус Земли;  $T$  — период вращения (сутки). Система “Земля — Солнце” является достаточно замкнутой, поэтому направление вектора момента импульса тела  $\vec{L}$  в пространстве относительно удаленных звезд остается неизменным и “смотрит” на Полярную звезду. Именно поэтому происходит смена времен года (на рис. 15.6 в Северном полушарии лето).

Приводим таблицу, в которой отражена аналогия между физическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движения.

Поступательное движение			Вращательное движение	
Перемещение	$\vec{s}$	$s = \phi R$	Угловое перемещение	$\phi$
Линейная скорость	$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$	$v = \omega R$	Угловая скорость	$\omega = \frac{\phi}{t}$
Касательное ускорение	$\vec{a}_t = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$	$a_t = \epsilon R$	Угловое ускорение	$\epsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
Масса	$m$	$J = mR^2$	Момент инерции	$J = mR^2$
Сила	$\vec{F}$	$M = Fd$	Момент силы	$M$
Импульс тела	$\vec{p} = m\vec{v}$		Момент импульса	$L = J\omega$
Второй закон Ньютона	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$		Второй закон Ньютона	$\epsilon = \frac{M}{J}$
Второй закон Ньютона в импульсном виде	$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$		Второй закон Ньютона в импульсном виде	$\vec{M}\Delta t = \Delta\vec{L}$
Кинетическая энергия	$W_k = \frac{mv^2}{2}$		Кинетическая энергия	$W_k = \frac{J\omega^2}{2}$



### Вопросы для самоконтроля

- Что называется моментом импульса тела?
- Как формулируется закон сохранения момента импульса?
- Как изменится угловая скорость вращения платформы, если на ее край поместить тяжелый предмет?
- Почему работа внутренних сил системы при поступательном движении не приводит к изменению ее кинетической энергии, а при вращательном движении работа этих же сил изменяет энергию вращающегося тела?
- Что такое гироскоп?
- Почему Земля сохраняет неизменным наклон оси вращения при своем движении вокруг Солнца?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Используя гироскоп, наблюдайте эффект сохранения оси вращения гироскопом.

### Экспериментируйте

1. В пробке от любой пластиковой бутылки проделайте два отверстия, в которые протяните две нитки. Вращая пробку вокруг оси, проходящей параллельно ниткам, закрутите нитки. Растигивая нитки, наблюдайте вращение пробки. Объясните процесс.

2. Намотайте на пустую катушку от ниток нитку длиной 70—80 см, предварительно закрепив один ее конец к катушке. Отпустите катушку и дайте ей возможность свободно падать. Что вы будете наблюдать? Как объяснить наблюдаемое явление?

3. Попробуйте удержать вращающийся баскетбольный мяч на вертикально расположенному указательном пальце. Почему вращающийся мяч легче удержать на пальце, а неподвижный мяч сразу сваливается с него?

### Решайте

1. Определите момент инерции материальной точки, масса которой 50 г, относительно оси, отстоящей от точки на расстоянии 20 см.

(Ответ:  $2 \cdot 10^{-3}$  кг · м<sup>2</sup>)

2. Маховик, момент инерции которого 63,6 кг · м<sup>2</sup>, вращается с постоянной угловой скоростью 31,4 рад/с. Определите тормозящий момент, под действием которого маховик останавливается через 20 с.

(Ответ: 100 Н · м)

3. Вал массой 100 кг и радиусом 5 см вращается с частотой 8 Гц. К цилиндрической поверхности вала прижимают колодку с силой 40 Н, под действием которой вал останавливается. Через какое время он остановится, если коэффициент трения колодки о вал равен 0,3?

(Ответ: 10 с)

4. Горизонтальная платформа в виде диска радиусом 1 м свободно вращается с частотой 6 об/мин вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На краю платформы стоит человек массой 80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы равен 120 кг · м<sup>2</sup>, а момент инерции человека надо рассчитывать как для материальной точки.

(Ответ: 10 об/мин)

5. Диск массой 2 кг катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с. Определите его кинетическую энергию.

(Ответ: 24 Дж)

### Рефлексия

- Весь ли пройденный материал усвоен хорошо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы или вы в состоянии самостоятельно ликвидировать этот пробел?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении заданий "Творческой мастерской"? Какие?
- Какие разделы параграфа вас особенно заинтересовали?
- Вызвал ли изученный материал желание творить, придумывать, экспериментировать?



**Динамика** — это раздел механики, в котором изучается механическое движение с учетом причин, его вызвавших.

Основными понятиями в динамике являются понятия массы и силы.

**Основу классической механики составляют три закона, открытые Ньютоном:**

**Первый закон:** существуют системы отсчета, называемые инерциальными, в которых свободное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

**Второй закон:** ускорение, с которым движется тело, прямо пропорционально результирующей силе, действующей на тело, и обратно пропорционально массе тела; вектор же ускорения направлен в сторону действия результирующей силы  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ .

**Третий закон:** силы возникают при взаимодействии и имеют одинаковую природу; они появляются попарно: модули этих сил равны; направлены они вдоль одной прямой в противоположные стороны  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ .

Силы в природе по своей природе делятся на гравитационные, электромагнитные, сильные и слабые.

Закон всемирного тяготения, открытый И. Ньютоном, позволяет определить силу, с которой притягиваются друг к другу две точечные массы:  $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ . Проявлением силы всемирного тяготения является сила тяжести — сила притяжения тел в планете, на которой находится тело:  $F_{\text{тяж}} = mg$ . На Земле  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

Сила упругости — это сила электромагнитной природы. Ее величину определяют, опираясь на закон Гука:  $F_{\text{упр}} = -kx$ .

Сила трения — это сила электромагнитной природы. Ее величину определяют, опираясь на закон Кулона — Амонтонса:  $F_{\text{тр}} = \mu N$ .

Сила Архимеда — это сила электромагнитной природы. Ее величину определяют, опираясь на закон Архимеда:  $F_A = \rho g V$ . Эта сила выталкивает тела из жидкости или из газа.

При изучении вращательного движения справедливы следующие формулы и законы:

Энергия вращательного движения: $W_z = \frac{J\omega^2}{2}$	Теорема Гюйгенса—Штейнера: $J = J_0 + ma$
Второй закон Ньютона для вращательного движения: $\epsilon = \frac{M}{J}$ .	Второй закон Ньютона для вращательного движения в импульсном виде: $M\Delta t = \Delta L$ .
Закон сохранения момента импульса: $J\omega = \text{const.}$	

## Глава 3. СТАТИКА

### § 16. Равновесие тел. Условие равновесия тел. Центр масс и центр тяжести



**Ключевые понятия:** статика, равновесие тел, момент силы, плечо силы, центр масс, система центра масс (Ц-система), центр тяжести.

На этом уроке вы: познакомитесь с основными понятиями статики, научитесь определять равновесное состояние, центр масс и центр тяжести тел.

Раздел механики, изучающий условия равновесия твердых тел под действием различных сил, называется *статикой*.

Под *равновесием* тел понимается состояние покоя тела. В связи с этим основная задача статики состоит в том, чтобы определить, при каком условии тело остается в покое, несмотря на то, что на него действуют силы. Знание условий равновесия тел с практической стороны важно для расчета конструкции различных сооружений, механизмов машин, приборов и т. д.

В статике тело рассматривается как *абсолютно твердое*, т. е. недеформируемое тело. Это, конечно, является некоторой идеализацией. На самом деле все тела деформируемы, однако, если степень деформации намного меньше, чем размеры самого тела, то тогда такой деформацией можно пренебречь.

Равновесное (статическое) состояние тела является частным случаем его динамического состояния, соответствующего случаю, когда ускорение и скорость тела равны нулю. Поэтому условие равновесия получают как следствие из законов динамики поступательного и вращательного движения, т. е. законов Ньютона.

Согласно второму закону Ньютона:

$$\bar{F} = m\bar{a}, \quad (16.1)$$

где  $\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \dots$  векторная сумма всех сил, действующих на тело. Если эта сумма равно нулю, т. е.

$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \dots = 0, \quad (16.2)$$

тогда, как следствие из уравнения (16.1), и ускорение будет равно нулю, т. е.  $\bar{a} = 0$  и при равенстве начальной скорости нулю ( $\bar{v}_0 = 0$ ) тело не будет перемещаться в данной системе отсчета, т. е. оно находится в равновесии. Следовательно, тело будет находиться в равновесии, если равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю.

Условие (16.2) является необходимым условием равновесия твердого тела, но не достаточным, так как твердое тело может не только двигаться поступательно, но и вращаться.

Второе условие равновесия твердого тела получается из основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела:

$$M = J\epsilon. \quad (16.3)$$

Здесь  $J$  — момент инерции,  $M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$  алгебраическая сумма всех моментов сил, действующих на тело. Если оно равна нулю, т. е.

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots = 0, \quad (16.4)$$

тогда, как следствие (16.3), угловое ускорение равно нулю, т. е.  $\epsilon = 0$  и при равенстве начальной угловой скорости нулю ( $\omega = 0$ ) тело не будет вращаться, т. е. находится в равновесии. **Равенство алгебраической суммы всех действующих моментов сил является вторым условием равновесия тел.** При этом моменты сил, вращающие тело по часовой стрелке, считаются положительными, а моменты сил, которые стремятся повернуть тело против часовой стрелки — отрицательными.

*Под моментом силы понимают физическую величину, равную произведению модуля силы  $F$  на плечо  $d$ , т. е.*

$$M = Fd. \quad (16.5)$$

Плечо — это кратчайшее расстояние от линии действия силы до оси вращения. На рисунке 16.1 ось вращения  $O$ , точка приложения силы  $A$ , линия действия силы  $BB'$ .

При рассмотрении равновесия тел точку приложения силы можно переносить вдоль ее направления, не меняя действие силы на тело в целом.

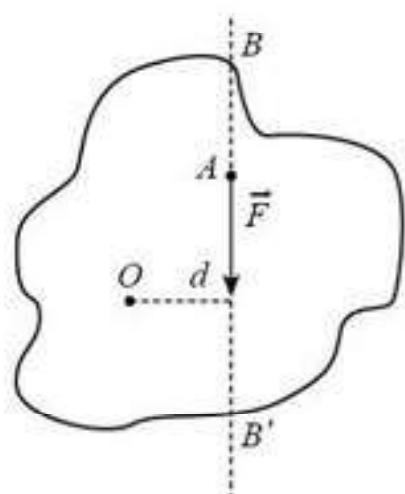


Рис. 16.1

Таким образом, для того чтобы твердое тело находилось в равновесии и покоялось, необходимо и достаточно выполнение следующих условий: **векторная сумма действующих сил и моментов сил относительно любой оси должны быть равны нулю, при равенстве нулю начальной скорости  $\dot{\nu}_0$  поступательного движения и равенства нулю начальной скорости  $\omega_0$  вращательного движения.**

Положение тела, в котором все силы, действующие на тело, взаимно уравновешиваются, т. е. суммарная сила равна нулю, называют *положением равновесия*. Равновесие может

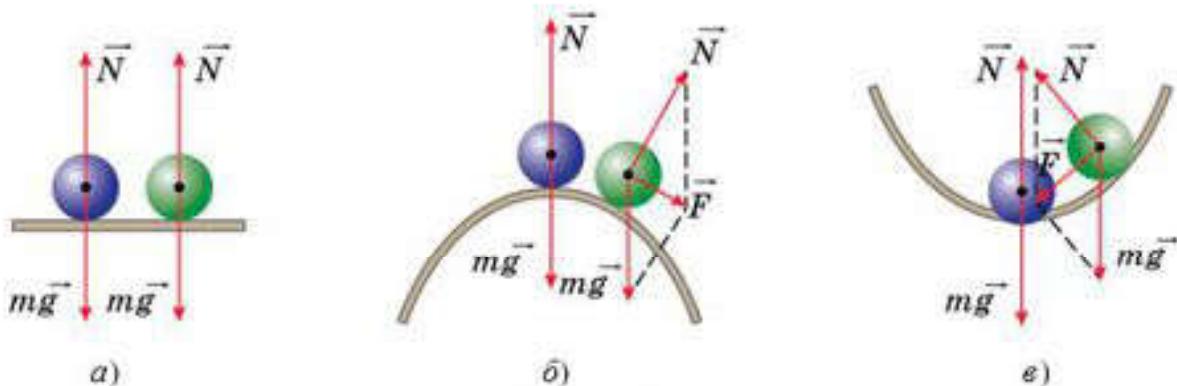


Рис. 16.2

быть устойчивым, неустойчивым или безразличным. Равновесие называется *устойчивым*, если при отклонении тела от положения равновесия действующие на него в этом случае силы таковы, что под их действием тело возвращается к положению равновесия (рис. 16.2, *в*). Если при любом отклонении тела от положения равновесия действующие на него в этом случае силы таковы, что они вызывают дальнейшее отклонение тела от положения равновесия и тело не способно оставаться вблизи положения равновесия, то равновесие называется *неустойчивым* (рис. 16.2, *б*). Равновесие называется *безразличным*, если при любом отклонении тела от положения равновесия изменившиеся силы уравновешивают одна другую при любом новом положении тела (рис. 16.2, *а*).

При рассмотрении устойчивости различных тел важными являются понятия центра масс и центра тяжести. Центр масс и центр тяжести не являются тождественными понятиями, хотя чаще всего совпадают.

*Центр масс* есть геометрическая точка, характеризующая движение тела или системы тел как целого. Положение центра масс тела, состоящего в общем случае из  $n$  частей с массами  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ , определяется радиус-вектором:

$$\vec{R}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad (16.6)$$

где  $\vec{r}_i$  — радиус-вектор  $i$ -й части (рис. 16.3). Понятие центра масс широко используется при рассмотрении движения твердых тел. Движение твердого тела можно рассматривать как суперпозицию движения центра масс и вращательного движения тела вокруг его центра масс. Центр масс при этом движется так же, как двигалась бы тело с такой же массой, но бесконечно малыми размерами, т. е. как материальная точка. Последнее означает, в частности, что для описания этого движения применимы все законы Ньютона. Часто

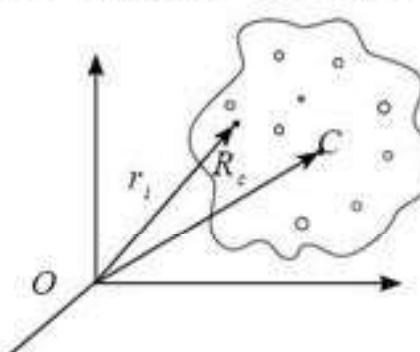


Рис. 16.3

бывает удобно рассматривать движение замкнутой системы в системе отсчета, связанной с центром масс. Такая система отсчета называется *системой центра масс* (Ц-системой). В ней полный импульс замкнутой системы всегда остается равным нулю, что позволяет упростить уравнение ее движения. Центр масс симметричных тел находится в их геометрическом центре. Центр масс тел сложной формы иногда может находиться вне самого тела.

Общее условие устойчивого равновесия: если центр масс тела занимает наимизшее положение из всех возможных, то равновесие наиболее устойчиво.

Подумайте над тем, как будет меняться устойчивость лодки, если сидящий в ней человек встанет во весь рост.

*Центром тяжести* механической системы называется точка, относительно которой суммарный момент сил тяжести (действующих на систему) равен нулю. Другими словами, центр тяжести есть точка приложения силы тяжести. Понятие центр тяжести применимо только для тел, находящихся в поле тяжести. Для тел вблизи Земли, где гравитационное поле однородно, центр тяжести совпадает с центром масс.



### Вопросы для самоконтроля

1. Что понимают под равновесием?
2. В каком случае тело будет находиться в равновесии?
3. Какие виды равновесия вы знаете?
4. Что надо сделать, чтобы равновесие было более устойчивым?
5. Какой автомобиль более устойчив на трассе?
6. В чем состоит отличие центра масс от центра тяжести?
7. Как будет вести себя тело, если приложить силу к его центру масс?

## Примеры решения задач

Рассмотрим примеры решения задач на равновесие тел и на определение центра масс. Напоминаем, что прежде чем начать решать задачу, необходимо внимательно прочитать ее условие и при необходимости сделать чертеж. Как правило, решение задач по статике сводится к составлению уравнений равновесия тел (16.2) и (16.4). При составлении уравнения (16.2) для сил, необходимо перейти к проекциям на координатные оси. А при составлении уравнения (16.4) для моментов важным является удачный выбор оси вращения. Ее надо выбрать так, чтобы плечи сил определялись наиболее просто и в сумме моментов сил содержалось меньше слагаемых.

1. Лестница прислонена к стене. При каком минимальном угле наклона к полу она не будет падать? Коэффициенты трения между лестницей и стеной и между лестницей и полом, соответственно, равны  $\mu_1$  и  $\mu_2$ .

*Решение.* Сделаем чертеж и выберем оси  $OX$  и  $OY$ , как показано на рисунке 16.4. На лестницу действуют следующие силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила нормальной реакции со стороны стены  $\vec{N}_1$  и со стороны пола  $\vec{N}_2$ , силы трения  $\vec{F}_{tp1}$  и  $\vec{F}_{tp2}$ . Тогда первое условие равновесия (16.2) для лестницы имеет вид:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{tp1} + \vec{F}_{tp2} = 0. \quad (1)$$

В качестве оси вращения выберем точку  $C$ , тогда второе уравнение равновесия (16.4) с учетом знаков моментов сил записывается следующим образом:

$$N_1 / \sin \alpha + F_{tp1} / \cos \alpha - mg \frac{l}{2} \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

Здесь  $l$  длина лестницы. Из уравнения (2) следует:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{mg}{2} - F_{tp1}}{N_1}.$$

В этой формуле  $N_1$  и  $F_{tp1}$  выразим через силу тяжести. Для этого запишем уравнение (1) в проекциях на оси координат.

Проекция на ось  $OX$ :  $N_1 - F_{tp2} = 0$ ,

проекция на ось  $OY$ :  $N_2 + F_{tp1} - mg = 0$ .

По условию задачи требуется найти минимальное значение угла  $\alpha_{\min}$ , поэтому берем максимальное значение сил трения, т. е.

$$F_{tp1} = \mu_1 N_1 \text{ и } F_{tp2} = \mu_2 N_2.$$

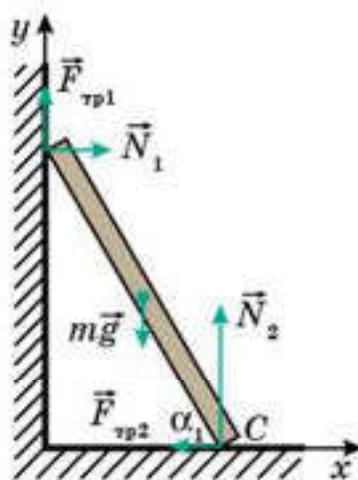


Рис. 16.4

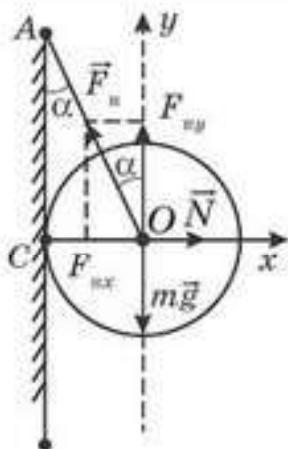


Рис. 16.5

Тогда:  $N_1 = \frac{\mu_2 mg}{1 + \mu_1 \mu_2}$ , и окончательно для угла

$$\text{получим, } \operatorname{tg} \alpha_{\min} = \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{2 \mu_2}.$$

Решите эту задачу, выбрав за ось вращения точку  $O$ . Сделайте вывод о полученном результате. В каком случае решать задачу было легче?

2. К нити длиной  $l$  прикреплен шар радиусом  $R$ . Другой конец нити прикреплен к вертикальной стене. Трение между шаром и стеной отсутствует.

Определите: 1) угол  $\alpha$  между нитью и стеной; 2) натяжение нити  $F_n$ ; 3) реакцию стены  $N$  (рис. 16.5).

*Решение.* Так как трение между шаром и стеной отсутствует, то продолжение нити должно пройти через центр шара  $O$  (линия  $AO$ ). Рассставив силы, действующие на шар ( $\vec{F}_n$ ,  $m\vec{g}$ ,  $\vec{N}$ ), сведем их в одну точку  $O$  (силы вдоль линии ее действия в твердом теле переносить можно, от этого эффект действия силы не меняется). Шар неподвижен, т. е.  $\sum_i F_x = 0$  и  $\sum_i F_y = 0$ . Разложим силу  $\vec{F}_n$  на составляющие ( $F_{nx}$  и  $F_{ny}$ ) и запишем первый закон Ньютона по осям:

$$\sum F_x = 0; N - F_{nx} = 0 \text{ или } N = F_{nx};$$

$$\sum F_y = 0; F_{ny} - mg = 0 \text{ или } F_{ny} = mg.$$

Угол  $\alpha$  выразим из треугольника  $OCB$ :

$$\sin \alpha = \frac{R}{R + l}.$$

Тогда:  $F_{nx} = F_n \cdot \sin \alpha$ ;  $F_{ny} = F_n \cdot \cos \alpha$ , отсюда:

$$F_n \cdot \sin \alpha = N,$$

$$F_n \cdot \cos \alpha = mg.$$

Разделив первое уравнение на второе, имеем  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{N}{mg}$ , или

$$N = mg \operatorname{tg} \alpha \text{ и } F_n = \frac{mg}{\cos \alpha}, N = mg \frac{R}{\sqrt{l(2R + l)}} \text{ и } F_n = mg \frac{R + l}{\sqrt{l(2R + l)}}.$$

3. Пять шаров, массы которых, соответственно, равны  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$ ,  $4m$ ,  $5m$ , укреплены на невесомом стержне так, что их центры находятся на расстоянии  $l$  друг от друга. Найдите положение центра тяжести этой системы (рис. 16.6).

*Решение.* Положение центра тяжести будем определять относительно точки  $O$ , находящейся на левом конце стержня. Заранее мы не знаем, где находится центр тяжести (здравый смысл подсказывает, что где-то ближе к правому концу). Пусть это будет точка  $K$ , находящаяся на расстоянии  $x_c$  от точки  $O$ . Если в этой точке подставить опору, то стержень будет находиться в равновесии. Запишем уравнение моментов сил относительно точки  $O$ :

$$2mg \cdot l + 3mg \cdot 2l + 4mg \cdot 3l + 5mg \cdot 4l = N_c x_c.$$

Слева этого равенства — моменты сил тяжести, действующих на стержень по часовой стрелке, справа — момент силы реакции опоры, действующей на стержень против часовой стрелки. Так как стержень по вертикали не движется, то:

$$N_c = mg + 2mg + 3mg + 4mg + 5mg.$$

Окончательно имеем,  $x_c = \frac{2mg \cdot l + 3mg \cdot 2l + 4mg \cdot 3l + 5mg \cdot 4l}{mg + 2mg + 3mg + 4mg + 5mg}$  или  $x_c = \frac{8}{3}l$ .

Можно решить и по-другому. В общем виде положение центра тяжести для системы частиц  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ , координаты которых относительно выбранной точки  $O$ , соответственно, равны  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , определяется уравнением  $x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}$ .

Тогда относительно точки  $O$  имеем:

$$x_c = \frac{2ml + 3m2l + 4m3l + 5m4l}{m + 2m + 3m + 4m + 5m} = \frac{40ml}{15m} = \frac{8}{3}l.$$

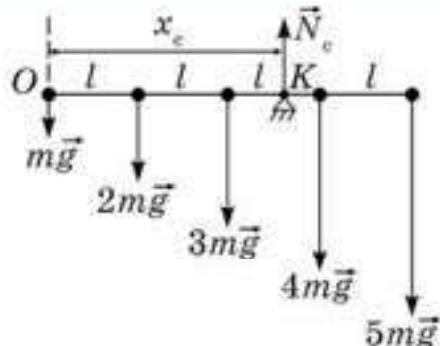


Рис. 16.6



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

- Понаблюдайте за движением шарика на горизонтальной поверхности стола. Устойчиво ли это состояние шарика?
- Наблюдайте поведение игрушки Ваньки-встаньки и объясните, почему она не падает (рис. 16.7).



Рис. 16.7

### Экспериментируйте

- Открывайте дверь вашей комнаты, прикладывая силу в разные участки двери. Определите, в каком случае дверь открывается легче? Дайте объяснение результату вашего эксперимента.
- Изготовьте игрушку Невалышку, используя обычное куриное яйцо (рис. 16.8), (подумайте, как это сделать и какие материалы для этого нужны) и проведите ряд опытов с ней.
- В вашем распоряжении имеется плоская фигура из плотного картона. Как найти ее центр тяжести?



Рис. 16.8

### Объясните

- Почему артисты цирка при хождении по канату держат в руках тяжелые шесты?
- Почему при езде на велосипеде тормозить лучше задними колесами, а не передними?

### Исследуйте

- Исследуйте устойчивость прямоугольного параллелепипеда, например, коробки спичек на наклонной поверхности. Определите, какое положение параллелепипеда наиболее устойчивое. Объясните, почему.
- В вашем распоряжении имеется длинный стержень. Исследуйте, в каком месте его легче удержать в горизонтальном положении: в середине или держа за один из концов?

### Анализируйте

- Будет ли равновесие шарика, подвешенного на нити, устойчивым?
- Чтобы сдвинуть с места застрявший автомобиль, пользуются таким приемом: автомобиль привязывают длинной веревкой к дереву, по возможности сильно ее натянув. Затем, натягивая веревку посередине почти перпендикулярно к ней, человек легко сдвигает автомобиль. Почему это возможно?

### Творите

Предложите способ определения центра тяжести тонкой пластинки неправильной формы.

### Решайте

- На концы рычага действуют вертикальные силы 8 Н и 40 Н. Длина рычага 90 см. Где расположена точка опоры, если рычаг находится в равновесии?  
(Ответ: в 75 см от точки приложения силы 8 Н)

2. Стержень, на одном конце которого подвешен груз весом 120 Н, находится в равновесии в горизонтальном положении, если его подпереть на расстоянии  $1/5$  длины стержня от груза. Чему равен вес стержня?

(Ответ: 55 Н)

\*3. Железный прут массой  $M$  изогнут пополам так, что его части образуют прямой угол. Прут подвешен за один из концов на шарнире. Найдите угол  $\alpha$ , который образует с вертикалью верхняя часть стержня в положении равновесия.

(Ответ:  $18^\circ$ )

\*4. В свинцовом шаре сделана сферическая полость, касающаяся поверхности шара и проходящая через его центр. Масса шара  $M$ , радиус  $R$ . Определите положение центра тяжести этого шара.

(Ответ:  $\frac{R}{14}$ )

5. Как изменится момент силы, если силу увеличить в 5 раз, а ее плечо уменьшить в 2 раза?

(Ответ: увеличится в 2,5 раза)

\*6. При взвешивании на неравноплечных рычажных весах масса тела на одной чашке весов получилась 300 г, а на другой 340 г. Определите истинную массу тела.

(Ответ: 320 г)

7. К концам однородного стержня длиной  $l = 50$  см и весом  $P = 10$  Н подвешены две гири весом  $P_1 = 10$  Н и  $P_2 = 30$  Н. В какой точке следует поставить опору, чтобы стержень находился в равновесии?

(Ответ: на расстоянии 12,5 см от точки приложения силы  $P_2$ )

8. Два человека одинакового роста держат за концы в горизонтальном положении трубу длиной  $l = 2$  м и массой  $m_1 = 10$  кг. На расстоянии  $d = 0,5$  м от первого человека к трубе подвешен груз массой  $m_2 = 100$  кг. Определите силы, с которыми труба давит на плечи первого и второго человека.

(Ответ: на первого 800 Н, на второго 300 Н)



### Рефлексия

1. Какие из определений, приведенных в этом параграфе, для вас остались непонятными?
2. На каком уровне вы усвоили приведенный здесь материал?
3. Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы?
4. Все ли "Примеры решения задач" были вам понятны?
5. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы?



Раздел механики, изучающий условия равновесия твердых тел под действием различных сил, называется *статикой*.

В статике тело рассматривается как *абсолютно твердое*, т. е. не деформируемое тело.

Тело будет находиться в равновесии, если выполняются два условия.

*Первое условие*: тело будет находиться в равновесии, если равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю. Это условие записывается математически в виде формулы:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = 0.$$

*Второе условие*: тело будет находиться в равновесии, если алгебраическая сумма всех моментов сил, действующих на тело, равна нулю. Это условие записывается математически в виде формулы:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots = 0.$$

При этом моменты сил, вращающих тело по часовой стрелке, считаются положительными, а моменты сил, которые стремятся повернуть тело против часовой стрелки — отрицательными.

Под *моментом силы* понимают физическую величину, равную произведению модуля силы  $F$  на плечо  $d$ , т. е.  $M = Fd$ .

Плечо — это кратчайшее расстояние от линии действия силы до оси вращения. Равновесие может быть устойчивым, неустойчивым или безразличным. Равновесие называется *устойчивым*, если при любом отклонении тела от положения равновесия действующие на него в этом случае силы таковы, что под их действием тело возвращается к положению равновесия. Если же при любом отклонении тела от положения равновесия действующие на него в этом случае силы таковы, что они вызывают дальнейшее отклонение тела от положения равновесия и тело не способно оставаться вблизи положения равновесия, то равновесие называется *неустойчивым*. Равновесие называется *безразличным*, если при любом отклонении тела от положения равновесия изменившиеся силы уравновешивают одна другую при любом новом положении тела.

*Центр масс* есть геометрическая точка, характеризующая движение тела или системы тел как целого. Положение центра масс тела, состоящего в общем случае из  $n$  частей с массами  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ , определяется радиус-вектором:

$$\vec{R}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

*Центром тяжести* механической системы называется точка, относительно которой суммарный момент сил тяжести (действующих на систему) равен нулю. Другими словами, центр тяжести есть точка приложения силы тяжести.

## Глава 4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

### §17. Импульс тела и импульс силы. Закон сохранения импульса



**Ключевые понятия:** импульс тела, импульс силы, закон сохранения импульса.

На этом уроке вы: познакомитесь с понятиями импульс силы и импульс тела, вторым законом Ньютона в импульсном виде и законом сохранения импульса.

Взаимодействие между телами осуществляется через посредника взаимодействий, роль которого выполняет поле. А это означает, что время передачи взаимодействия конечно. Известно, что эффект действия силы зависит от пяти факторов: от модуля силы, от направления силы, от точки приложения силы, от времени ее приложения и от площади воздействия силы. Когда в задачах необходимо учесть время действия силы, то можно записать второй закон Ньютона в другой форме.

Выведем ее. Так как  $\vec{F} = m\vec{a}$ , а ускорение равно  $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$ , то получим следующее выражение  $\vec{F} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$ . Собрав величины, относящиеся к телу, в одну часть уравнения, а к действию на тело извне — в другую, получим

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \quad (17.1)$$

В этом выражении величина  $\vec{F}\Delta t$  получила название **импульса силы**, а величина, равная произведению массы тела на его скорость, **импульса тела** (рис. 17.1).

Выражение (17.1) получило название второго закона Ньютона в импульсном виде. Он гласит, что **импульс результирующей силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела**.

Математически это записывается так:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v}), \quad (17.2)$$

или

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \quad (17.3)$$

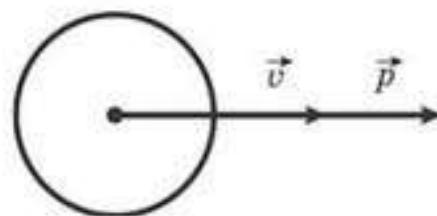


Рис. 17.1

Величина  $\vec{p} = m\vec{v}$  (17.4) получила название **импульс тела**.

Отсюда видно, что **импульс тела изменяется под действием данной силы одинаково у тел любой массы, если только время действия сил одинаково**.

Импульс тела, как и скорость, зависит от выбора системы отсчета. Ускорение же движения тела одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Следовательно, сила, а значит, и изменение импульса тела, не зависят от выбора системы отсчета. В любой инерциальной системе отсчета изменение импульса тела одинаково. Это важно при решении многих задач на движение тел.

Из второго закона Ньютона в импульсном виде следует, что в случае, когда результирующая всех внешних сил, действующих на тело, равна нулю ( $\vec{F} = 0$ ), то и импульс тела не изменяется, т. е.  $\Delta\vec{p} = 0$ . А это означает, что в отсутствие внешних сил импульс всех тел в системе не изменяется. В замкнутой системе тел справедлив закон сохранения импульса:

**В замкнутой системе тел векторная сумма импульсов всех тел, находящихся в этой системе, с течением времени не изменяется**, т. е.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const.} \quad (17.5)$$

**Замкнутая система** — это совокупность физических тел, у которых взаимодействия с внешними телами отсутствуют.

Второй закон Ньютона в импульсном виде удобно применять в тех случаях, когда описывается движение тел с переменной массой.

Единицей импульса тела в СИ является  $[\vec{p}] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ .

Единицей импульса силы является ньютон · секунда ( $\text{Н} \cdot \text{с}$ ).

Обращаем ваше внимание на то, что закон сохранения импульса выполняется в следующих случаях:

а) геометрическая сумма внешних сил равна нулю:  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$ .

б) проекция равнодействующей внешних сил на некоторое направление равна нулю, т. е. если  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ix} = 0$ , то вдоль этого направления импульс системы сохраняется;

в) время взаимодействия мало (выстрел, взрыв, удар и т. п.).

С помощью закона сохранения импульса можно вычислять скорости тел, не зная значений сил, действующих на них. Закон сохранения импульса является всеобщим законом: он применим как к телам обычных размеров, так и к космическим телам и элементарным частицам.

Рассмотрим, каким образом применяют закон сохранения импульса. Во-первых, необходимо помнить, что этот закон справедлив в замкнутых системах. Во-вторых, импульс — это векторная величина и при решении задач необходимо учитывать направление импульса. Поэтому необходимо спроектировать импульсы тел, участвующих во взаимодействии на направление, выбранное за положительное.

Рассмотрим конкретную задачу. На тележку массой  $M$ , движущуюся со скоростью  $v$ , вертикально вниз упал камень массой  $m$  (рис. 17.2). С какой скоростью  $u$  будет двигаться тележка?

Применим закон сохранения импульса к данному случаю. Направим горизонтальную ось  $OX$  в сторону движения тележки. Расставим векторы скоростей тележки до и после падения камня и запишем закон сохранения импульса в проекциях на ось  $OX$ :  $Mv = (M + m)u$ .

$$\text{Отсюда } u = \frac{Mv}{M + m}.$$

Как изменится результат в задаче, если груз будет падать под углом  $60^\circ$  к горизонту, двигаясь навстречу тележке?

Согласно закону сохранения импульса, имеем:

$$Mv - mv_1 \cos 60^\circ = (M + m)u.$$

Следовательно, искомая скорость тележки будет равна:

$$u = \frac{Mv - mv_1 \cos 60^\circ}{M + m}.$$

Если же груз будет падать под углом  $60^\circ$  к горизонту, двигаясь в направлении движения тележки, то скорость движения тележки будет равна:

$$u = \frac{Mv + mv_1 \cos 60^\circ}{M + m}.$$



### Вопросы для самоконтроля

- Изменяется ли импульс тела, когда: а) тело движется равномерно и прямолинейно; б) тело движется равномерно и криволинейно; в) тело движется равноускоренно и прямолинейно; г) тело движется равноускоренно и криволинейно?
- От чего зависит изменение скорости тела? Изменение импульса тела?
- Однаковое ли значение имеет в различных инерциальных системах отсчета импульс тела? Изменение импульса тела?
- Как связан импульс силы с изменением импульса тела?
- Велосипедист медленно останавливается. Как направлен вектор изменения его импульса?
- Тело брошено вертикально вверх со скоростью  $v$ . Каково изменение импульса тела а) за время подъема на максимальную высоту; б) за все время движения?
- Могут ли внутренние силы изменить импульс системы тел? А импульсы тел системы?
- Могут ли осколки взорвавшейся гранаты лететь в одном направлении, если до взрыва граната покоялась?

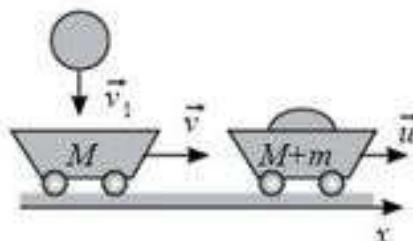


Рис. 17.2



## Творческая мастерская

### Объясните

- Почему с тяжелой лодки легче сойти на берег, а с надувной, которая намного легче, можно упасть в воду?
- Из орудия, установленного на равномерно движущейся платформе, произведен выстрел в направлении, противоположном направлению движения. Что произойдет со значением и направлением скорости движения платформы после выстрела?

### Исследуйте

Дан график зависимости  $v(t)$  при прямолинейном движении тела массой 2 кг (рис. 17.3). Исследуйте, как менялся импульс тела. На каком временном промежутке импульс тела не менялся? На каком участке модуль импульса увеличивался, а на каком уменьшался? Найдите изменение импульса за 9 с.

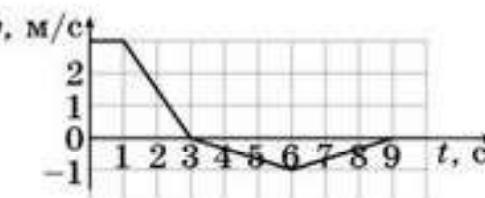


Рис. 17.3

### Анализируйте

- Небольшой катер подтягивают канатом к большому теплоходу. Почему теплоход не движется по направлению к катеру?
- Для чего рулевой во время движения лодки наклоняет тело в такт гребцам?
- Две одинаковые тележки движутся прямолинейно с равными скоростями на встречу друг другу. После удара тележки останавливаются. Не противоречит ли это закону сохранения импульса?
- Как изменится скорость скейтборда, если на него прыгнуть: а) сверху; б) на встречу его движению; в) против движения?

### Решайте

- В первом случае колесо вращается относительно неподвижной оси. Во втором случае колесо катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью 5 м/с. Каковы импульсы колеса в первом и втором случаях? Масса колеса 2 кг.

(Ответ: 0; 10 кг · м/с)

- С какой горизонтальной скоростью должен лететь снаряд массой 10 кг, чтобы при ударе о покоящееся судно массой 100 т последнее приобрело скорость 0,1 м/с? Удар снаряда о судно неупругий.

(Ответ: 1 км/с)

- Вагон массой 30 т, движущийся со скоростью 5,4 км/ч, автоматически сцепляется с неподвижным вагоном массой 20 т. С какой скоростью стали двигаться вагоны?

(Ответ: 0,9 м/с)

- Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально со скоростью 110 м/с навстречу платформе с песком массой 1,2 т, застrevает в песке. С какой скоростью будет двигаться платформа, если ее скорость была 72 км/ч?

(Ответ: 36 км/ч)

5. Тележка массой 120 кг движется со скоростью 8 м/с. С тележки соскакивает человек массой 80 кг под углом  $30^\circ$  к направлению ее движения. Скорость тележки при этом уменьшается до 5 м/с. Какова была скорость человека в момент прыжка относительно земли?

(Ответ: 25 м/с)

■6. Два шара массами 2 кг и 4 кг скользят по гладкой горизонтальной поверхности со скоростями 6 м/с и 4 м/с, соответственно. Направления движения шаров составляют друг с другом угол  $90^\circ$ . Чему равна сумма импульсов этих шаров?

(Ответ: 20 кг · м/с)

\*7. Движущийся шар массой  $m$  столкнулся с неподвижным шаром массой  $3m$ . Если после столкновения шары разлетелись под углом  $90^\circ$  со скоростями  $3v$  (первый шар) и  $v$  (второй шар), то какова была скорость первого шара до столкновения?

(Ответ:  $v = 3\sqrt{2}v$ )

8. Из ружья массой 5 кг произведен выстрел и пуля массой 8 г вылетела со скоростью 600 м/с. Какова скорость отдачи ружья?

(Ответ: 96 см/с)



### Рефлексия

1. Изученный материал привлек меня тем...
2. Материал показался интересным...
3. Материал заставил задуматься...
4. Изученное навело на размышления...
5. Что на вас произвело наибольшее впечатление?
6. Пригодятся ли вам знания, приобретенные при изучении темы, в дальнейшей жизни?
7. Что нового вы узнали на уроке?
8. Что вы считаете нужным запомнить?
9. Над чем еще надо поработать?

## § 18. Реактивное движение



**Ключевые понятия:** реактивное движение, реактивные двигатели.

На этом уроке вы познакомитесь с реактивным движением.

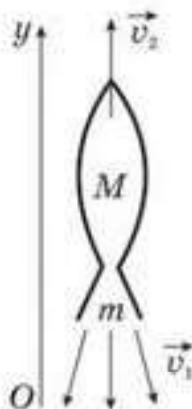


Рис. 18.1

Под **реактивным движением** понимают движение тела, возникающее при отделении от тела его части с некоторой относительно тела скоростью.

При этом появляется так называемая **реактивная сила**, толкающая тело в сторону, противоположную направлению движения отделяющейся от него части тела.

Реактивное движение совершают ракеты (рис. 18.1). Основной частью реактивного двигателя является камера сгорания. В одной из ее стенок имеется отверстие — **реактивное сопло**, предназначенное для выхода газа, образующегося при сгорании топлива. Высокая температура и давление газа определяют большую скорость истечения его из сопла.

До работы двигателя импульс ракеты и горючего был равен нулю, следовательно, и после включения двигателей геометрическая сумма импульсов ракеты и истекающих газов равна нулю:

$$m \vec{v}_r + M \vec{v}_p = 0, \quad (18.1)$$

где  $m$  и  $\vec{v}_r$  — масса и скорость выбрасываемых газов,  $M$  и  $\vec{v}_p$  — масса и скорость ракеты.

В проекции на ось  $Oy$ :  $Mv_p - mv_r = 0$ . Следовательно, скорость ракеты равна  $v_p = \frac{m}{M} v_r$ .

Эта формула справедлива при условии небольшого изменения массы ракеты и для случая, когда топливо сгорает мгновенно.

Реактивная сила тяги, действующая на тело переменной массы (в нашем случае на ракету), всегда пропорциональна массе ежесекундно отделяющихся частиц и их скорости относительно тела переменной массы (см. формулу 18.1):

$$F = \mu n, \quad (18.2)$$

где  $\mu$  — масса топлива, сгоревшего за единицу времени,  $n$  — скорость истечения газов относительно ракеты.

Это уравнение и другие уравнения для движения тел переменной массы впервые выведены профессором И. В. Мещерским в 1897 году.

Главная особенность реактивного движения состоит в том, что ракета может как ускоряться, так и тормозиться, и поворачиваться без

какого-либо взаимодействия с другими телами в отличие от всех других транспортных средств.

По принципу реактивного движения передвигаются осьминоги, кальмары, каракатицы, медузы.

Большая заслуга в развитии теории реактивного движения принадлежит К. Э. Циолковскому. Он разработал теорию полета тела переменной массы (ракеты) в однородном поле тяготения и рассчитал запасы топлива, необходимые для преодоления силы земного притяжения, основы теории жидкостного реактивного двигателя, а также элементы его конструкции, теорию многоступенчатых ракет, причем предложил два варианта: параллельный (несколько реактивных двигателей работают одновременно) и последовательный (реактивные двигатели работают друг за другом). К. Э. Циолковский строго научно доказал возможность полета в космос с помощью ракет с жидкостным реактивным двигателем, предложил специальные траектории посадки космических аппаратов на Землю, выдвинул идею создания межпланетных орбитальных станций, предложил идею автоматического управления ракетой.

Труды К. Э. Циолковского явились теоретической базой для развития современной ракетной техники.

Огромный вклад в развитии космонавтики внес русский ученый И. В. Мещерский, который разработал теоретические основы динамики точки переменной массы и рассмотрел задачи о восходящем движении ракеты и вертикальном движении аэростата. Он исследовал движение тела переменной массы под действием центральной силы, заложив основы небесной механики тел переменной массы. Он исследовал также и некоторые проблемы движения комет. Именно опираясь на работы Мещерского, К. Э. Циолковский обосновал возможность космических полетов.



К. Э. Циолковский  
(1857—1935)



### Вопросы для самоконтроля

1. Какое движение называется *реактивным*?
2. Могут ли двигаться ракеты в безвоздушном пространстве? Как влияет на движение ракет воздушная среда?
3. Каким образом можно изменить направление движения космического корабля после выведения его на орбиту?
4. Почему космические ракеты делают многоступенчатыми?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Пронаблюдайте, как изменяется положение лодки, когда человек идет по ней от носа к корме.

### Экспериментируйте

1. Надуйте воздушный шар и, не завязывая отверстие, выпустите его из рук. Что при этом произойдет и почему?
2. Бросьте камень вперед, стоя на земле и стоя на скейтборде. Сделайте вывод о результатах эксперимента.

### Объясните



Рис. 18.2

1. От чего зависит скорость ракеты в безвоздушном пространстве?
2. Материальная точка равномерно движется по окружности. Как направлен импульс точки в некоторый момент времени?
3. Герой книги Э. Распэ барон Мюнхгаузен рассказывает: "Схватив себя за косичку, я изо всех сил дернул вверх и без большого труда вытащил из болота и себя и своего коня, которого крепко сжал обеими ногами, как щипцами". Объясните, почему это невозможно.
4. Объясните, как движется каракатица (см. рис. 18.2).

### Анализируйте

1. Как движутся тела после абсолютно неупругого удара?
2. Пластилиновый шар массой  $m$  ударился о другой такой же неподвижный шар, после чего суммарный импульс шариков стал равен  $6 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ . Чему был равен импульс первого шара до столкновения?

### Решайте

1. Пушка массой  $1 \text{ т}$  выстреливает ядро массой  $20 \text{ кг}$  со скоростью  $400 \text{ м/с}$ . Какова скорость отката пушки, если выстрел произведен горизонтально (см. рис. 18.3).

(Ответ:  $8 \text{ м/с}$ )

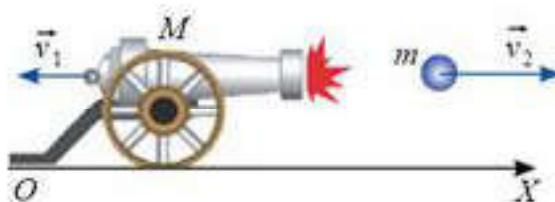


Рис. 18.3

2. Пушка массой 800 кг выстреливает ядро массой 10 кг с начальной скоростью 200 м/с относительно Земли под углом  $60^\circ$  к горизонту. Какова скорость отката пушки? Трением можно пренебречь.

(Ответ: 1,25 м/с)

■3. Два рыбака ловят рыбу в озере, сидя в неподвижной лодке. Куда и на сколько сместится лодка, если рыбаки поменяются местами? Масса лодки 280 кг, масса первого рыбака 70 кг, масса второго 105 кг, расстояние между рыбаками 5 м. Сопротивлением воды можно пренебречь.

(Ответ: 38 см)

■4. Буксир массой  $m$ , движущийся по инерции в стоячей воде, сталкивается с баржей массой  $M$  и движет ее впереди себя. Каково отношение  $M/m$ , если скорость буксира после столкновения уменьшилась в 4 раза.

(Ответ: 3)

■5. Ракета, имеющая вместе с зарядом массу 250 г, взлетает вертикально вверх и достигает высоты 125 м. Найдите скорость истечения газов из ракеты, считая, что сгорание происходит мгновенно. Масса заряда 50 г.

(Ответ: 200 м/с)

\*6. От двухступенчатой ракеты массой 1200 кг в момент достижения скорости 180 м/с отделилась ее вторая ступень массой 400 кг, скорость которой при этом увеличилась до 200 м/с. Найти, с какой скоростью стала двигаться первая ступень ракеты, продолжившая полет в том же направлении. Скорости указаны относительно Земли.

(Ответ: 170 м/с)



### Рефлексия

- Изученный материал привлек меня тем...
- Материал показался интересным...
- Материал заставил задуматься...
- Изученное навело на размышления...
- Что на вас произвело наибольшее впечатление?
- Пригодятся ли вам знания, приобретенные при изучении темы, в дальнейшей жизни?
- Что нового вы узнали на уроке?
- Что вы считаете нужным запомнить?
- Над чем еще надо поработать?

## § 19. Работа. Энергия. Теорема о кинетической энергии. Мощность.



**Ключевые понятия:** механическая работа, мощность, кинетическая энергия.

На этом уроке вы познакомитесь с понятиями **работа**, **мощность**, **энергия** и с теоремой о кинетической энергии.

Тела, находящиеся вокруг нас, располагаются в пространстве определенным образом. При этом состояние тел можно характеризовать определенными (неизменными для этого состояния) величинами: координатами ( $x, y, z$ ), массой ( $m$ ), скоростью ( $v$ ).

При переходе из одного состояния в другое эти величины, кроме массы тела, изменяются, и в другом состоянии они принимают другие значения, неизменные для этого состояния.

Если параметры состояния изменяются, то говорят, что происходит некоторый процесс. То есть под процессом надо понимать переход системы из одного состояния в другое.

Для характеристики конкретного состояния механической системы вводят особую величину, которую назвали механическая энергия. Ее принято обозначать символами  $W$  или  $E$ . Понятно, что энергия тела зависит от его массы, расположения в пространстве и скорости, т. е.  $W(m, v, x)$ . Механическую энергию удобно представить в виде суммы двух видов энергии, одна из которых определяется массой и скоростью тела (ее назвали кинетической энергией), а другая определяется массой тела и его расположением в пространстве (ее назвали потенциальной энергией)

$$W(m, v, x) = W(m, v) + W(m, x).$$

Совершенно ясно, что при переходе тела из одного состояния в другое изменяется величина механической энергии. Сам процесс перехода тела из одного механического состояния в другое характеризуется особой величиной, которую называют *механической работой*. То есть величину работы можно выразить через изменение механической энергии:

$$A = W_2 - W_1 = \Delta W. \quad (19.1)$$

Именно поэтому под энергией понимают физическую величину, **характеризующую способность тела или системы тел совершать работу**.

Попробуем разобраться с физическим смыслом работы. Если тело под действием силы переместилось на некоторое расстояние, то говорят, что сила совершила работу. И величина работы будет тем больше, чем больше величина силы и величина перемещения, совершенного телом в направлении действия силы. Поэтому работу определяют по

произведению силы на перемещение, совершенное телом в направлении действия силы, т. е.

$$A = F \cdot s. \quad (19.2)$$

Когда перемещение совершается в направлении, перпендикулярном направлению действия силы, то сила не влияет на перемещение тела в этом направлении. Поэтому говорят, что в этом случае сила не совершает работу. Например, при перемещении бруска по горизонтальному столу сила тяжести работу не совершает. Значит, величина работы зависит не только от величины силы и величины перемещения, но и от угла между вектором силы и вектором перемещения.

Найдем выражение для работы силы в общем случае, когда перемещение образует некоторый угол с направлением силы (рис. 19.1).

Для этого разложим силу  $F$  на две составляющие:  $F_1 = F \cos \alpha$ , направленную вдоль перемещения, и  $F_2 = F \sin \alpha$ , направленную перпендикулярно перемещению. Работа силы  $F_2$  равна нулю, тогда работа силы  $F$  будет равна работе силы  $F_1$  и равна

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha. \quad (19.3)$$

Именно по этой формуле рассчитывают работу любой силы.

За единицу работы принимают такую работу, при которой под действием единичной силы тело перемещается на единичное расстояние. В системе СИ единицей измерения работы является джоуль.

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м.}$$

Установим связь между работой и энергией. Пусть под действием силы  $F$  тело массой  $m$  изменило свою скорость от  $v_1$  до  $v_2$ , переместившись при этом на расстояние  $s$  (см. рис. 19.2).

Согласно второму закону Ньютона, тело под действием силы получает ускорение:  $a = \frac{F}{m}$ .

Значение ускорения подставим в формулу  $2as = v_2^2 - v_1^2$ . Тогда, получим:  $2 \frac{F}{m} s = v_2^2 - v_1^2$ .

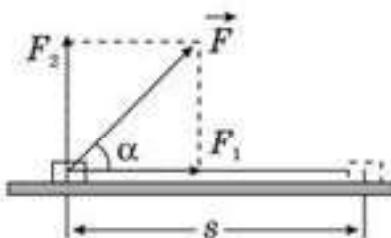


Рис. 19.1

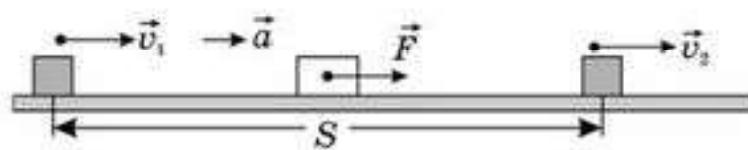


Рис. 19.2

Отсюда

$$Fs = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (19.4)$$

Видно, что в левой стороне равенства находится некая физическая величина, характеризующая процесс перехода из первого состояния во второе. Эта величина и есть работа силы:

$$A = Fs. \quad (19.5)$$

В правой части равенства находится разность двух величин, каждая из которых характеризует начальное и конечное состояние тел. Эта величина определяется массой и скоростью тела в начальном и конечном состояниях. Ее назвали *кинетической энергией тела*, т. е. кинетическую энергию тела можно рассчитать по формуле

$$W = \frac{mv^2}{2}. \quad (19.6)$$

С учетом (19.6) и (19.5) формула (19.4) перепишется так:

$$A = W_{k_2} - W_{k_1},$$

что является математическим выражением теоремы о кинетической энергии:

**Работа результирующей силы всегда равна изменению кинетической энергии тела или системы тел в конечном и начальном состояниях.**

Кинетическая энергия является относительной величиной, так как скорость тела — относительная величина, в различных системах отсчета она различна.

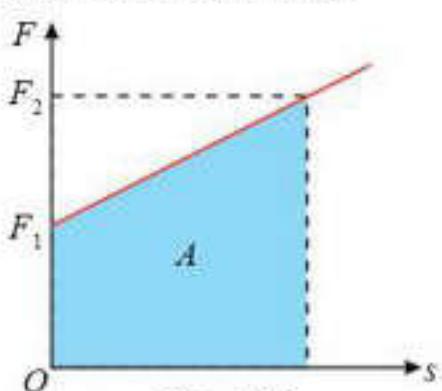


Рис. 19.3

Очень часто во время перемещения величина силы меняется. В этом случае работу удобнее рассчитывать, используя график зависимости силы с перемещением. Работа силы в этом случае равна площади фигуры, ограниченной графиком силы, осью абсцисс и перпендикулярами, опущенными на ось абсцисс. Например, по рисунку 19.3 работа равна площади трапеции, т. е.  $A = \frac{F_1 + F_2}{2}s$ .

Когда выполняют какую-либо работу, важно знать время, за которое она была выполнена. Так можно определить производительность устройства, которое совершает работу.

**Величина, характеризующая быстроту выполнения работы, называется мощностью. То есть под мощностью понимают скорость выполнения работы.**

$$N = \frac{A}{t}. \quad (19.7)$$

За единицу мощности принимают такую мощность, при которой за единицу времени совершается единичная работа. В системе СИ единицей измерения мощности служит 1 ватт.  $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$ .

Человеком изобретены различные устройства, способные выполнять работу. Мощность этих устройств колеблется от нескольких нВт до несколько МВт.

Для характеристики мощности двигателей машин используют особую единицу: 1 лошадиная сила (1 л. с.). 1 л. с. = 735 Вт. Средняя мощность лошади равна 0,5 л. с., средняя мощность человека при выполнении длительной физической работы равна 0,1 л. с., мощность, развиваемая спринтером при старте на короткие дистанции или штангистом при подъеме штанги составляет 2—8 л. с.

В случае, когда машина под действием силы тяги движется равномерно, то мощность, развиваемая при этом двигателем машины, можно рассчитать следующим образом

$$N = \frac{F_s}{t} = Fv, \quad (19.8)$$

Анализ этого выражения говорит, что при неизменной мощности двигателя автомобиля увеличение силы тяги приводит к уменьшению скорости.



### Вопросы для самоконтроля

1. Что понимают под процессом?
2. Что понимают под энергией?
3. Что понимают под работой?
4. По какой формуле можно рассчитать работу, которая совершается некоторой силой?
5. В каких случаях сила, действующая на тело, не совершает работу?
6. Какая энергия называется кинетической энергией?
7. Кинетическая энергия — это относительная или абсолютная величина? Почему?
8. Сформулируйте теорему о кинетической энергии.
9. Как рассчитать работу переменной силы?
10. Что понимают под мощностью?



## Творческая мастерская

**Наблюдайте**

Погрузите резиновый мяч в воду и отпустите его. Что вы будете наблюдать? Объясните поведение мяча с точки зрения совершения работы разными силами.

**Экспериментируйте**

Бросьте камень вперед, стоя на земле и стоя на скейтборде. В каком случае будет совершена работа?

**Объясните**

1. На тело действует сила. Тело перемещается. Но работу эта сила не совершает. Возможно ли это?

2. Объясните, почему человек, поднимаясь по вертикальному канату, прикрепленному к потолку, совершает работу меньшую, чем поднимаясь по канату, перекинутому через блок, на конце которого привязан груз, равный весу человека. Во сколько раз отличаются эти работы?

3. Если автомобиль поднимается в гору при неизменной мощности двигателя, то он уменьшает скорость движения. Почему?

**Анализируйте**

1. Изменится ли величина работы, совершаемой двигателем эскалатора, если пассажир, стоящий на лестнице эскалатора, двигающейся вверх, будет подниматься по ней с постоянной скоростью?

2. Для подъема судов на более высокий уровень насосы перекачивают воду из нижней ступени канала в камеру шлюза. Однаковую ли работу совершают насосы, когда в камере находится большой теплоход или маленькая лодка?

**Решайте**

1. Прямой тонкий стержень длиной 2 м и массой 1,2 кг лежит на горизонтальной поверхности. Вычислите работу, которую надо совершить, чтобы: а) поставить стержень вертикально; б) поднять его на высоту 2 м, сохраняя горизонтальное положение стержня.

(Ответы: а) 12 Дж; б) 24 Дж)

2. Сани тянут по горизонтальной поверхности с помощью веревки, которая образует с поверхностью угол  $30^\circ$ . Сила натяжения веревки 20 Н. Определите работу силы натяжения при перемещении саней на расстояние 5 м.

(Ответы: 86,5 Дж)

■3. Лифт массой 1,5 т начинает подниматься с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ . Определите работу, которую совершает двигатель лифта в течение первых 2 с подъема.

(Ответы: 33 Дж)

■4. Диск радиусом 1 м вращается. К боковой поверхности диска прижали тормозную колодку силой 100 Н. Диск остановился, повернувшись на 2,5 оборота. Найдите работу силы трения, если коэффициент трения 0,2.

(Ответы: 314 Дж)

\*5. На горизонтальной плоскости лежит брускок массой 2 кг. К брускоку прикреплена пружина жесткостью 100 Н/м. Вначале пружина не деформирована. Затем к свободному концу пружины приложили силу  $F$  (рис. 19.4). Какую работу совершила сила к моменту, когда брускок начнет скользить? Сила направлена под углом  $30^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения бруска о плоскость 0,5.

(Ответы: 0,4 Дж)

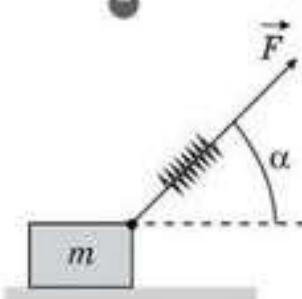


Рис. 19.4

\*6. Какую работу необходимо совершить, чтобы волоком перетащить цепочку массой  $m$  и длиной  $l$  с одной полуплоскости на другую? Коэффициент трения цепочки о первую полуплоскость равен  $\mu_1$ , о вторую —  $\mu_2$ . Цепочка располагалась вначале так, как показано на рисунке 19.5.

(Ответы:  $A = \frac{1}{2}mgl(\mu_1 + \mu_2)$ )

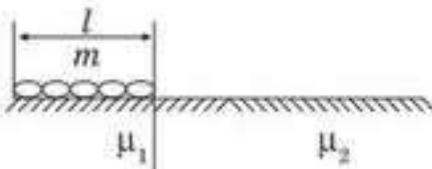


Рис. 19.5

### Рефлексия

1. Изученный материал привлек меня тем...
2. Материал показался интересным ...
3. Материал заставил задуматься...
4. Изученное навело на размышления...
5. Что на вас произвело наибольшее впечатление?
6. Пригодятся ли вам знания, приобретенные при изучении темы, в дальнейшей жизни?
7. Что нового вы узнали на уроке?
8. Что вы считаете нужным запомнить?
9. Над чем еще надо поработать?

## § 20. Потенциальная энергия. Закон сохранения и превращения энергии



**Ключевые понятия:** потенциальная энергия, закон сохранения энергии.

На этом уроке вы: познакомитесь с потенциальной энергией в однородном поле силы тяжести и в поле упругих сил; научитесь объяснять закон сохранения энергии.

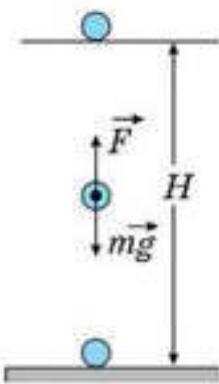


Рис. 20.1

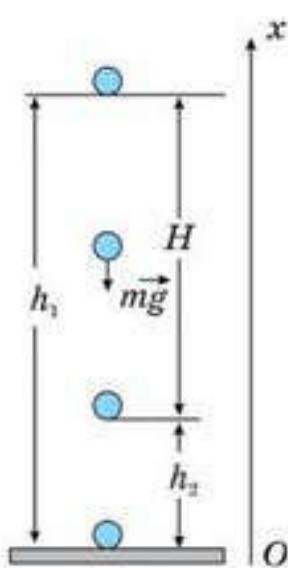


Рис. 20.2

**Потенциальная энергия в однородном поле силы тяжести.** На любое тело, находящееся на Земле, действует сила тяжести. Чтобы поднять тело на некоторую высоту  $H$ , необходимо совершить работу. Эту работу будет совершать сила  $F$  (рис. 20.1).

$$A = FH \cos \alpha.$$

Работа этой силы положительна, так как направление векторов силы и перемещения совпадают, а  $\cos \alpha = 1$ . Расположение тела изменилось, значит, изменилось состояние тела. У тела изменилась энергия. За счет работы внешней силы энергия тела увеличилась. Тело, падая с этой высоты, само может совершить работу. Примером может служить забивание свай молотом, или забивание гвоздя молотком.

Пусть тело падает с высоты  $h_1$  до  $h_2$  (рис. 20.2). Величина работы, совершаемой силой тяжести, действующей на тело, в этом случае рассчитывается по формуле:

$$A = mgH = mg(h_1 - h_2) = mg\Delta h. \quad (20.1)$$

Удобнее записать эту формулу в форме:

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1). \quad (20.2)$$

Выражения  $W_{p1} = mgh_1$  и  $W_{p2} = mgh_2$  характеризуют начальное и конечное состояния тела. Величина, определяемая формулой

$$W_p = mgh, \quad (20.3)$$

получила название *потенциальной энергии в однородном поле силы тяжести*. Видно, что работа, совершаемая силой тяжести, равна убыли потенциальной энергии тела.

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = -\Delta W_p. \quad (20.4)$$

При расчете потенциальной энергии важно правильно выбрать нулевой уровень энергии. Обычно за ноль потенциальной энергии в однородном поле силы тяжести принимают уровень моря. Поэтому любое тело, поднятое над землей, обладает потенциальной энергией.

При падении потенциальная энергия тела уменьшается, а кинетическая энергия возрастает, так как растет скорость тела.

*Работа силы тяжести не зависит от формы траектории движения тела в гравитационном поле, а зависит только от начального и конечного его положений в пространстве.* Действительно, при подъеме тела массой  $m$  на горку произвольного профиля работа силы тяжести будет равна

$$A_z = -\Delta W_n = -mg \Delta h.$$

Разобьем профиль горки на малые ступеньки (вертикальные  $\Delta h_i$ , и горизонтальные  $\Delta x_i$  перемещения, рис. 20.3). Сила тяжести будет совершать работу только на вертикальных участках  $\Delta h_i$  (на участках  $\Delta x_i$  сила тяжести будет перпендикулярна перемещению, поэтому она работу не совершает). Отсюда  $\sum_{i=1}^n mgh_i = mg \sum_{i=1}^n (h_1 - h_2)$ , что даст работу силы тяжести  $A = mg(h_1 - h_2)$ .

При подъеме тела  $m$  на горку другого профиля, но с тем же перепадом высот, работа силы тяжести будет такой же, т. е. она не зависит от формы траектории.

**Потенциальная энергия деформированного тела.** Если пружину растянуть, то, сжимаясь, она сообщает телу скорость. Значит, деформированное тело тоже обладает энергией. Определим формулу, по которой можно рассчитать величину этой энергии. Для этого определим работу, которую совершает растянутая пружина при сжатии. Работу силы упругости удобнее рассчитать графически. Из рисунка 20.4 следует, что работа силы упругости равна площади заштрихованной фигуры:

$$A = \frac{F_1 + F_2}{2} (x_2 - x_1) \text{ или } A = -\frac{k(x_2 + x_1)}{2} (x_2 - x_1) = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right). \quad (20.5)$$

Выражения  $\frac{kx_2^2}{2}$  и  $\frac{kx_1^2}{2}$ , характеризующие конечное и начальное состояния тела, получили названия потенциальной энергии упруго деформированного тела в этих состояниях. Следовательно, потенциальную энергию упруго деформированного тела рассчитывают по формуле:

$$W_p = \frac{kx^2}{2}. \quad (20.6)$$

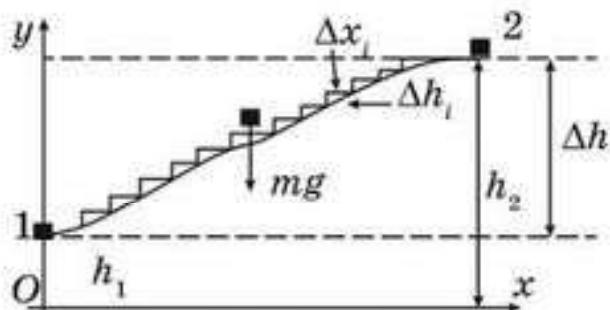


Рис. 20.3

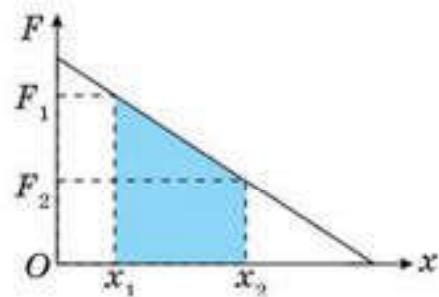


Рис. 20.4

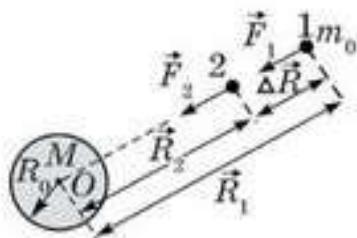


Рис. 20.5

Как видно из формул (20.4) и (20.5), работа сил тяжести и упругости определяется только начальной и конечной координатой, не зависит от формы траектории, а работа по замкнутой траектории равна нулю. Работа в поле других сил равна убыли потенциальной энергии деформированного тела:

$$A = -(W_{P_2} - W_{P_1}). \quad (20.7)$$

**Потенциальная энергия в неоднородном поле силы тяжести.** Для неоднородного гравитационного поля вычислить работу силы тяжести несколько сложнее. Попробуем это сделать.

Пусть тело  $m_0$  находится на расстоянии  $R_1$  от центра Земли (рис. 20.5). Под действием силы  $|\vec{F}_1| = G \frac{Mm_0}{R_1^2}$  оно переместится в положение 2, в котором на него будет действовать сила  $|\vec{F}_2| = G \frac{Mm_0}{R_2^2}$ .

Учитывая, что  $\Delta R$  много меньше  $R_1$  и  $R_2$ , вычислим работу силы тяжести:

$$\Delta A = F_{\text{ср}} \Delta R.$$

Среднее арифметическое сил  $|\vec{F}_1| = G \frac{Mm_0}{R_1^2}$  и  $|\vec{F}_2| = G \frac{Mm_0}{R_2^2}$  брать нельзя,

так как сила меняется не по линейному закону. Поступим следующим образом: так как  $\Delta R$  много меньше  $R_1$  и  $R_2$ , то  $R_1 \approx R_2$  и  $R_{\text{ср}}^2 \cong R_1 R_2$  тем точнее, чем меньше  $\Delta R$  (докажите это, используя знания по математике). Тогда:

$$\Delta A = G \frac{Mm_0}{R_{\text{ср}}^2} \cdot \Delta R \text{ или } \Delta A = G \frac{Mm_0}{R_1 R_2} \cdot (R_2 - R_1) = \frac{GMm_0}{R_1} - \frac{GMm_0}{R_2}.$$

Работа силы тяжести получилась равной разности двух членов, каждый из которых есть ни что иное, как потенциальная энергия в положениях 1 и 2 (рис. 20.5).

$$\Delta A = G \frac{GMm_0}{R_1} - \frac{GMm_0}{R_2} \text{ или } \Delta A = -\Delta W_{\text{п.}} \quad (20.8)$$

При  $R_1 \rightarrow \infty$   $W_{\text{п.1}} = G \frac{Mm_0}{R_1} \rightarrow 0$ , поскольку на бесконечности взаимодействие между  $M$  и  $m_0$  стремится к нулю. Тогда в положении 2:

$$W_{\text{п.2}} = -G \frac{Mm_0}{R_2}. \quad (20.9)$$

Потенциальная энергия отрицательна. Так и должно быть, так как тело  $m_0$  захвачено гравитационным полем Земли и находится в "потенциальной яме".

На рисунке 20.6 показана зависимость потенциала гравитационного поля Земли от расстояния до центра Земли. Отсюда видно, что гравитационный потенциал Земли не меняется от ее центра до поверхности, затем уменьшается по мере удаления от Земли.

Выражение (20.8) переходит в (20.1) для однородного гравитационного поля. Действительно,  $\Delta A = G \frac{Mm_0}{R^2} \Delta h$ .

Так как  $g = G \frac{M}{R^2}$ , то  $\Delta A = m_0 g \Delta h$ .

Во всех случаях, рассмотренных нами выше, работа сил не зависела от формы траектории и определялась лишь начальными и конечными положениями тела. Работа таких сил по замкнутой траектории равна нулю. Такого рода силы называются **консервативными**.

Кроме силы тяжести, силы упругости, к консервативным силам относится сила кулоновского взаимодействия, а сила трения к ним не относится. Если в системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия системы сохраняется.

**Закон сохранения и превращения механической энергии.** В замкнутой системе справедлив закон сохранения и превращения энергии, который гласит: **Механическая энергия в замкнутой системе тел может переходить от одного тела к другому, из одного вида в другой, а полная механическая энергия в замкнутой системе остается неизменной.** В замкнутой системе, в которой действуют консервативные силы, **механическая энергия системы сохраняется**.

$$W_{\kappa_1} + W_{\pi_1} = W_{\kappa_2} + W_{\pi_2}. \quad (20.10)$$

Закон сохранения и превращения энергии легко доказать, рассматривая процесс падения тела. Используя рисунок 20.7, теорему о кинетической энергии и формулу работы силы тяжести, предлагаем вам самостоятельно доказать, что формула (20.10) справедлива.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какая энергия называется *потенциальной*? Какие параметры определяют потенциальную энергию тела?
2. Как выбирается нулевой уровень потенциальной энергии?
3. Является ли потенциальная энергия относительной величиной? Почему?
4. Одна и та же пружина сначала была сжата на 5 см, а затем растянута на 5 см. В каком случае она обладает большей энергией? В каком случае энергия пружины — положительна, а в каком — отрицательна?
5. Докажите закон сохранения и превращения энергии.

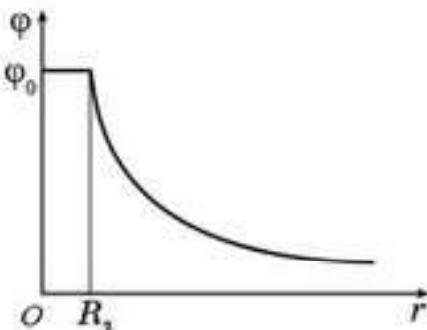


Рис. 20.6

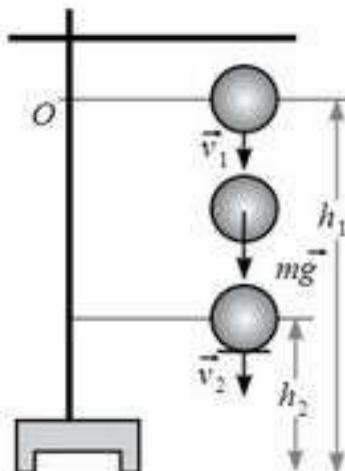


Рис. 20.7

## Примеры решения задач

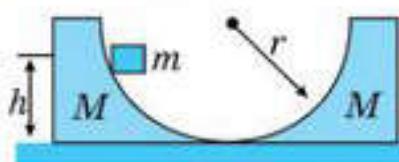


Рис. 20.8

1. Два неподвижных клина одинаковой массы  $M = 2$  кг имеют плавные переходы на горизонтальную плоскость и первоначально расположены так, как показано на рис. 20.8. С левого клина с высоты  $h = 75$  см соскальзывает шайба массой  $m = 500$  г. На какую максимальную высоту поднимется шайба по правому клину? Трением пренебречь.

*Решение.* Система клины — шайба замкнута. Поэтому можно воспользоваться законом сохранения импульса и законом сохранения и превращения энергии.

Сначала рассмотрим процесс соскальзывания шайбы с левого клина. Выберем два момента: первый — начало соскальзывания шайбы, а второй — когда шайба соскользнет с левого клина. В горизонтальном направлении справедлив закон сохранения импульса. В начальный момент и клин, и шайба покоялись, следовательно, их общий импульс был равен нулю. В момент, когда шайба соскользнула с клина, у нее был импульс  $mv_1$ , а у клина —  $Mu_1$ . Тогда получим:  $0 = mv_1 - Mu_1$ . Отсюда

$$u_1 = \frac{mv_1}{M}, \quad (2)$$

где  $u_1$  — скорость, которую приобрел клин к тому моменту, когда с него соскользнула шайба.

Применим теперь закон сохранения и превращения энергии для процесса спуска шайбы с левого клина:

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu_1^2}{2}. \quad (3)$$

С учетом формулы (2) формула (3) перепишется так:

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{m^2 u_1^2}{2M} \text{ или } 2gh = v_1^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right). \quad (4)$$

После того, как шайба соскользнет с левого клина, она, продолжая движение со скоростью  $v_1$ , начнет подниматься на правый клин, заставляя его двигаться. В тот момент, когда шайба перестанет подниматься по клину, их скорости станут одинаковыми и равными  $u_2$  (именно в этот момент высота подъема шайбы будет максимальной). Тогда, согласно закону сохранения импульса, получим:

$$mv_1 = (M + m)u_2. \quad (5)$$

А по закону сохранения и превращения энергии будем иметь:

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_m + \frac{(M + m)u_2^2}{2}. \quad (6)$$

Из формулы (5) найдем скорость, с которой будут двигаться правый клин с шайбой в тот момент, когда шайба поднимется на максимальную высоту:  $u_2 = \frac{mv_1}{(M+m)}$ . Подставим это значение скорости в формулу (6) и получим:

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_m + \frac{m^2v_1^2}{2(M+m)}. \quad (7)$$

Из формулы (4) имеем, что

$$v_1^2 = \frac{m \cdot 2gh}{(M+m)}. \quad (8)$$

Тогда, подставив это значение в формулу (7), найдем максимальную высоту подъема шайбы на правый клин:  $h_m = \frac{Mv_1^2}{2g(M+m)}$ .

С учетом формулы (8) получим:  $h_m = \frac{2ghmM}{2g(M+m)^2}$ , т. е.  $h_m = h \frac{mM}{(M+m)^2}$ .

Подставив численные значения, получим:  $h_m = \frac{0.75 \text{ м} \cdot 0.5 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг}}{6.25 \text{ кг}^2} = 0.12 \text{ м}$ .

*Ответ:  $h_m = 0.12 \text{ м}$ .*

2. Груз массы  $M$  на нити длиной  $R$  падает из горизонтального положения вниз (рис. 20.9, а). В нижней точке груз неупруго сталкивается с телом массой  $m$ . При какой массе груза натяжение нити после удара уменьшится?

*Решение.* Определим максимальную силу натяжения нити до столкновения. Это наблюдается в момент перед самым столкновением. В этот момент на груз, движущийся со скоростью

$$v = \sqrt{2gR}, \quad (9)$$

действуют сила тяжести и сила натяжения  $F_{H_1}$  (рис. 20.9, б). Согласно второму закону Ньютона,

$$F_{H_1} - Mg = M \frac{v^2}{R}. \quad (10)$$

С учетом (9) получим  $F_{H_1} = 3Mg$ .

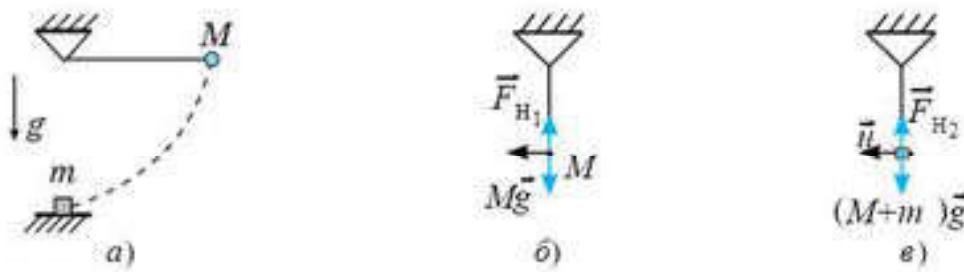


Рис. 20.9

Рассмотрим процесс неупругого столкновения тел. Согласно закону сохранения импульса, имеем:  $Mv = (M + m)u$ . Отсюда:

$$u = \frac{M\sqrt{2gR}}{(M + m)}, \quad (11)$$

Сразу после столкновения (рис. 20.8, *в*) второй закон Ньютона будет выглядеть так:

$$F_{H_2} - (M + m)g = (M + m)\frac{u^2}{R}. \quad (12)$$

Из (11) с учетом (10) получим

$$F_{H_2} = \frac{(M + m)^2 + 2M^2}{M + m}g = \frac{3M^2 + 2Mm + m^2}{M + m}g.$$

Если  $F_{H_1} \neq F_{H_2}$ , то сила натяжения нити уменьшается. Значит,  $3Mg \neq \frac{3M^2 + 2Mm + m^2}{M + m}g$ . Отсюда  $M \neq m$ . То есть в случае, когда  $M = m$ , то сила натяжения не изменится, а если  $M > m$ , то сила натяжения уменьшается.

**Задача 3.** Голова кобры поднимается вертикально вверх со скоростью  $v$ . Масса кобры  $M$ , а ее длина  $L$ . Определите силу, с которой кобра давит на землю во время своего движения.

*Решение.* Применим к движению кобры второй закон Ньютона в импульсном виде:  $\bar{F}\Delta t = \Delta p$ . Это необходимо сделать, так как в процессе подъема кобры увеличивается ее масса, находящаяся в воздухе. Считая, что толщина змеи по всей длине одинаковая, получим, что линейная плотность массы тоже постоянная, т. е.  $\gamma = \frac{\Delta m}{\Delta l} = \frac{M}{L}$ , где  $\Delta m$  — масса малого участка змеи длиной  $\Delta l$ , поднимаемого силой  $F$ . Тогда импульс, сообщаемый этому участку, будет равен  $p = \Delta mv = \frac{M\Delta l}{L}v$ .

А сила, поднимающая этот участок, будет равна  $F = \frac{M\Delta l}{L\Delta t}v = \frac{M}{L}v^2$ .

Сила же давления змеи на землю равна сумме силы тяжести и данной силы, т. е.  $N = Mg + \frac{M}{L}v^2$ .

*Ответ:*  $N = Mg + \frac{M}{L}v^2$ .



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

1. Положите две игральные шашки на стекло. Толкните одну из них так, чтобы она ударила другую. Почему при этом первая шашка иногда останавливается, а другая приобретает скорость?
2. Бросьте мяч без начальной скорости на пол. Сравните высоту, с которой упал мяч, с высотой, на которую он отскочил? Объясните полученный результат.

### Объясните

1. Почему, спускаясь на лодке по реке, плывут посередине реки, а поднимаясь, стараются держаться берега?
2. На втором этаже потенциальная энергия вязанки дров больше, чем на первом. Будет ли энергия, полученная при горении дров со второго этажа, больше, чем та, которую получат от вязанки с первого этажа?
3. Камень и теннисный мяч ударяют палкой. Почему мяч при прочих равных условиях летит дальше камня?

### Анализируйте

1. Рыболовы часто используют удилища с тонкими упругими концами. Зачем они это делают?
2. Резиновые баллоны автомашины, а также рессоры, вагонные буфера ослабляют толчки и удары. Почему?

### Решайте

- 1. Цепочка массой 100 г и длиной 0,8 м лежит так, что один конец ее свешивается с края стола. Цепочка начинает соскальзывать, когда свешивающаяся часть составляет  $1/4$  ее длины. Найдите импульс цепочки в тот момент, когда она полностью скользнет со стола.

(Ответы: 0,46 кг · м/с)

- \*2. Лыжник массой 70 кг спускается с горы, длина которой 800 м, а угол наклона к горизонту  $30^\circ$ . На половине пути он стреляет из ракетницы вертикально вверх. Ракета массой 100 г вылетает из ракетницы со скоростью 100 м/с. Определите скорость лыжника в конце спуска. Начальную скорость лыжника считать равной нулю. Коэффициент трения лыж о снег 0,1.

(Ответы: 80,5 м/с)

3. Две пружины одинаковой длины, жесткости которых 10 Н/см и 20 Н/см, соответственно, соединены между собой параллельно. Найдите работу, которую надо совершить, чтобы растянуть пружины на 2 см.

(Ответы: 0,6 Дж)

- \*4. Доска длиной  $L = 32$  см движется с постоянной скоростью по гладкой горизонтальной поверхности (рис. 20.10). Какую минимальную скорость  $v_0$  нужно сообщить доске, чтобы она смогла

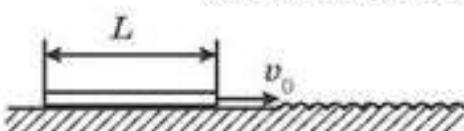


Рис. 20.10

полностью въехать на длинный участок шероховатой поверхности? Коэффициент трения между доской и поверхностью на шероховатом участке  $\mu = 0,2$ .

(Ответ: 8,8 м/с)

\*5. Длинная тонкая тяжелая нить длиной  $l = 80$  см и массой  $m = 2$  кг лежит на шероховатом столе так, что со стола свешивается половина ее длины. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы втащить нить на стол, прикладывая к ней горизонтальную силу? Коэффициент трения между столом и нитью  $\mu = 0,3$ , на краю стола закреплен маленький ролик, по которому нить скользит без трения.

(Ответ: 3,8 Дж)

6. Трактор массой 10 т, развивающий мощность 232 кВт, поднимается в гору со скоростью 3 м/с. Определите коэффициент трения, если угол наклона горы  $30^\circ$ .

(Ответ: 0,31)

7. Тело массой 1 кг падает с высоты 20 м без начальной скорости. Какую мощность будут развивать силы тяжести в момент перед ударом тела о землю.

(Ответ: 200 Дж)

8. Определите скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть силу притяжения Земли (вторую космическую скорость).

(Ответ: 11,3 км/с)



### Рефлексия

1. Изученный материал привлек меня тем...
2. Материал показался интересным...
3. Материал заставил задуматься...
4. Изученное навело на размышления...
5. Что на вас произвело наибольшее впечатление?
6. Пригодятся ли вам знания, приобретенные при изучении темы, в дальнейшей жизни?
7. Что нового вы узнали на уроке?
8. Что вы считаете нужным запомнить?
9. Над чем еще надо поработать?



Решение задач значительно упрощается, если использовать понятия импульса тела, импульса силы, энергии.

При решении задач второй закон Ньютона часто удобнее применять в импульсном виде:  $\vec{F}t = \Delta\vec{p}$ , где  $\vec{F}t$  — импульс силы,  $\Delta\vec{p}$  — изменение импульса тела.

Под импульсом тела понимают векторную величину, равную произведению массы тела на его скорость, т. е.  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

В замкнутой системе тел геометрическая сумма импульсов тел, входящих в систему, остается величиной неизменной — суть закона **сохранения импульса**.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const.}$$

Опираясь на закон сохранения импульса, легко объяснить реактивное движение, под которым понимают движение, возникающее при отделении от тела некоторой его части.

В замкнутой системе действует и закон сохранения и превращения энергии: энергия ниоткуда не берется и никуда не исчезает, она только переходит из одного вида в другой, от одного тела к другому, а полная энергия тел в замкнутой системе остается величиной неизменной  $\Sigma W_1 = \Sigma W_2$ .

Кинетическую энергию рассчитывают по формуле:  $W_k = \frac{mv^2}{2}$ .

Потенциальную энергию в гравитационном поле:  $W_p = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ .

Потенциальную энергию в поле упругих сил:  $W_p = \frac{kx^2}{2}$ .

Потенциальную энергию в однородном поле силы тяжести:  $W_p = mgh$ .

Сила, под действием которой тело перемещается или деформируется, совершает работу, величину которой находят по формуле:

$$A = F \cdot s \cdot \cos\alpha,$$

Величина, характеризующая быстроту выполнения работы, называется **мощностью**  $N = \frac{A}{t}$ .

## Глава 5. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

### § 21. Давление в жидкости. Элементы гидростатики



**Ключевые понятия:** гидроаэромеханика, гидроаэростатика, гидроаэродинамика, закон Паскаля, гидростатическое давление, закон Архимеда, барометрическая формула.

На этом уроке вы: познакомитесь с основными понятиями гидростатики, применением законов Паскаля и Архимеда; научитесь определять гидростатическое давление.

В предыдущих главах вы изучали механику материальной точки и твердого тела. При этом вы освоили такие разделы механики, как кинематика, статика и динамика. Кинематика занимается описанием движения, в статике рассматривается условие равновесия тел, а в динамике — законы их движения. В основе механики лежат законы Ньютона.

В этой главе вы ознакомитесь с механикой жидкостей и газов, т. е. их равновесием и движением. Для их описания также используются законы Ньютона. Однако способ их описания отличается от описания материальной точки и твердого тела. Здесь конкретное строение жидкости и газа не учитывается, они рассматриваются как *сплошные среды*, непрерывно распределенные в пространстве. Отличительной особенностью жидкостей и газов является их текучесть, которая связана с малыми силами трения при относительном движении соприкасающихся слоев. В отличие от твердых тел, жидкости и газы не сохраняют своей формы, а принимают форму того сосуда, в который они заключены.

Раздел физики, изучающий механику жидкостей и газов, называется *гидроаэромеханикой*. Гидроаэромеханика разделяется на *гидроаэростатику* и *гидроаэродинамику*.

В *гидроаэростатике* рассматриваются условия и закономерности равновесия жидкостей и газов под воздействием приложенных к ним сил и, кроме того, равновесия твердых тел, находящихся в жидкостях и газах. В создании гидроаэростатики, как науки, большую роль сыграли многие знаменитые ученые, такие как: древнегреческий ученый Архимед (III в. до н. э.), итальянский физик Э. Торричелли (1608—1647), французский физик Б. Паскаль (1623—1662).

*Гидроаэродинамика* изучает законы движения жидкостей и газов, а также взаимодействия их с твердыми телами при их относительном движении. Например, движение летательных аппаратов, подводных лодок, морских и речных судов, небесных тел (например, метеоритов, комет) в атмосфере, полеты птиц, насекомых, плавание рыб и морских

млекопитающих. В создании гидроаэродинамики неоценима роль швейцарского физика Даниила Бернулли (1700—1782).

Законы гидроаэродинамики широко применяются в технике и промышленности, где с их помощью улучшают форму летательных аппаратов, кораблей, автомобилей, оптимизируют производственные процессы, связанные с использованием жидкости и газа (аэрозольное нанесение покрытий, создание оптических волокон). Они помогают предсказывать и объяснять природные явления, связанные с динамическими свойствами воздуха и воды.

При конструировании космических кораблей и ракет крайне важно знать законы движения этих космических летательных аппаратов в атмосфере Земли. При больших скоростях большое значение имеют форма и профиль летательных аппаратов. Большой вклад в изучение этих явлений внес инженер-конструктор С. П. Королев (1907—1966).

Многие соотношения и законы механики жидкостей и механики газов одинаковы. Поэтому в дальнейшем, если не оговорено особо, будет рассмотрена только механика жидкости, т. е. *гидромеханика*.

В механике жидкостей важным является понятие давления.

Давление — физическая величина, численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади поверхности  $S$ , перпендикулярно этой поверхности, т. е.

$$p = \frac{F}{S}.$$
 (21.1)

Единица давления — паскаль (Па). 1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup> (**1 Па = 1 Н/м<sup>2</sup>**).

В гидростатике жидкость находится в равновесии, т. е. отдельные ее части не перемещаются друг относительно друга или относительно граничащих с ними тел. Такое условие должно выполняться при равновесии любого по форме малого элемента объема, выделенного внутри жидкости. Это приводит к закону *Паскаля*, который формулируется следующим образом: в данной точке жидкости давление передается одинаково по всем направлениям.

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна. Если жидкость не сжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Если жидкость находится в поле силы тяжести, тогда давления внутри жидкости по вертикали на разных уровнях не будут одинаковыми.

Если на уровне поверхности жидкости ( $h = 0$ ) давление  $p_0$  (например, оно равно атмосферному давлению), то давление  $p$  на произвольной глубине  $h$  будет равно:

$$p = p_0 + \rho gh.$$
 (21.2)

Такое изменение давления с глубиной связано с действием силы тяжести жидкости. *Давление, вызванное действием силы тяжести, называется гидростатическим давлением*. Его находят по формуле:

$$p = \rho gh,$$

где  $h$  — высота столба жидкости,  $\rho$  — ее плотность.

| Предлагаем вам самостоятельно вывести формулу  $p = \rho gh$ , учитывая тот факт, что вызвано это давление действием силы тяжести.

Гидростатическое давление учитывается при определении сил воздействия жидкости на дно и стенки сосуда, на твердые тела, находящиеся внутри жидкости, при выводе условия равновесия столбов жидкости в сообщающихся сосудах и т. д.

Гидростатическое давление оказывает также и газ в поле силы тяжести. Примером этого является атмосферное давление. Атмосферное давление, т. е. давление воздуха вблизи поверхности Земли, обусловлено его собственным весом и на поверхности Земли равно приблизительно  $10^5$  Па. Оно уменьшается по мере удаления от поверхности Земли.

| Опытным фактом установлено, что на каждые 12 м подъема давление уменьшается на 1 мм рт. ст. Предлагаем вам вспомнить, как давление, выраженное в мм рт. ст., связано с давлением, выраженным в Па.

Существование атмосферного давления впервые было доказано и измерено итальянским ученым Торричелли.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какие явления изучаются в гидроаэродинамике?
2. Каков физический смысл давления?
3. Когда давление равно 1 Па?
4. Какое давление называется гидростатическим? Почему оно возникает?
5. Что утверждает закон Паскаля?
6. Назовите причину возникновения выталкивающей силы?
7. Как меняются плотность воздуха и атмосферное давление с изменением высоты?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Наблюдайте за формой выдуваемого мыльного пузыря. Если вначале она имеет вытянутую форму, то постепенно принимает правильную шарообразную форму. Почему?

### Экспериментируйте

1. Возьмите стакан и наполняйте его водой. Сверху закройте чистым листом бумаги. Придержав ладонью лист бумаги, аккуратно переверните стакан дном вверх и медленно уберите ладонь. Убедитесь, что вода не выливается. Объясните, почему?

2. В вашем распоряжении имеется школьная линейка, сосуд с водой и гирька массой 500 г. Определите, как изменится давление воды на дно сосуда, если в него погрузить гирьку. Обоснуйте результат эксперимента теоретически.

3. В бутылку налиты вода и растительное масло. Как можно вылить из бутылки воду? Проделайте это экспериментально. Обоснуйте свой способ.

### Объясните

1. Почему металлический гвоздь в воде тонет, а тяжелая металлическая яхта — нет?

2. Объясните явление: при откачивании воздуха из-под колокола воздушного насоса, пробка, плотно закрывающая пузырек, находящийся под колоколом, вылетает из пузырька.

3. Действует ли закон Паскаля на искусственном спутнике Земли? А сила Архимеда?

### Придумайте

Придумайте опыты, с помощью которых можно доказать, что выталкивающая сила равна весу жидкости, вытесненной этим телом.

### Подумайте

Шарик для игры в настольный теннис получил вмятину. Предложите способ удаления вмятины.

### Решайте

1. На какой глубине в озере с пресной водой давление будет больше нормального атмосферного в 2,5 раза?

(Ответ: 15 м)

2. Полый медный шар плавает в воде во взвешенном состоянии. Чему равна масса шара, если объем его воздушной полости равен  $17,75 \text{ см}^3$ ?

(Ответ: 20 г)

### Рефлексия

1. Сегодня я узнал...
2. Было интересно...
3. Было трудно...
4. Я понял, что...
5. Теперь я могу...

6. Я почувствовал, что...
7. Я приобрел...
8. Я научился...
9. У меня получилось...
10. Я смог...

## § 22. Уравнение неразрывности



**Ключевые понятия:** поле скоростей, линии тока, трубка тока, стационарное течение, уравнение неразрывности.

На этом уроке вы: познакомитесь со способами описания движения жидкостей и получите уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости.

Жидкость или газ представляют собой сплошную среду, которая заполняет определенную часть пространства. При исследовании механики такой среды неудобно следить за движением ее отдельных элементов или частей. Вместо этого удобно следить за отдельными точками такого пространства и фиксировать величину и направление скоростей различных частей жидкости, которые в разные моменты времени проходят через эту точку. Если проделать это для точек пространства в определенный момент времени, то получится мгновенная картина распределения скоростей в движущейся жидкости — так называемое *поле скоростей*.

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости — *потоком*. Графически движение жидкостей изображается с помощью *линий тока*, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости в соответствующих точках пространства (рис. 22.1). Линии тока проводятся так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к перпендикулярной им площади, через которую они проходят, была больше там, где большая скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Таким образом, по картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных точках пространства, т. е. можно определить состояние движения жидкости.

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют *трубкой тока*. Течение жидкости называется *установившимся* (или *стационарным*), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Жидкость в такой мысленно выделенной трубке движется, нигде не пересекая боковую поверхность трубы, так же, как жидкость в настоящей трубке. Выберем два ее сечения  $S_1$  и  $S_2$ , перпендикулярные направлению скорости (рис. 22.2). За

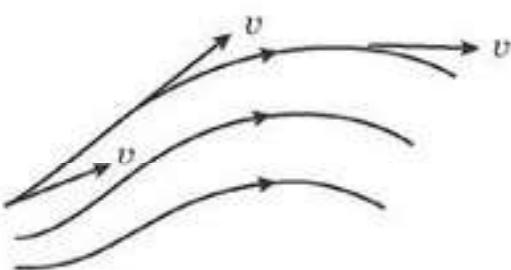


Рис. 22.1

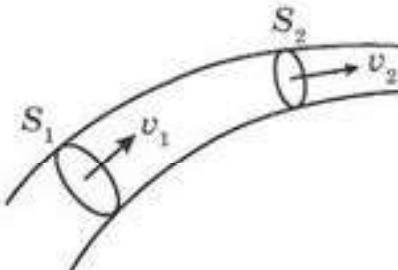


Рис. 22.2

время  $\Delta t$  через сечение  $S$  проходит объем жидкости  $Sv\Delta t$ , следовательно, за 1 с через  $S_1$  пройдет объем жидкости  $S_1v_1$ , где  $v_1$  — скорость течения жидкости в месте сечения  $S_1$ . Через сечение  $S_2$  за 1 с пройдет объем жидкости  $S_2v_2$ , где  $v_2$  — скорость течения жидкости в месте сечения  $S_2$ . Здесь предполагается, что скорость жидкости в любой точке сечения  $S$  неизменна. Если жидкость несжимаема ( $\rho = \text{const}$ ), то через сечение  $S_1$  пройдет такой же объем жидкости, как и через сечение  $S_2$ , т. е.

$$S_1v_1 = S_2v_2 = \text{const.} \quad (22.1)$$

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубы тока есть величина постоянная для данной трубы тока. Соотношение (22.1) называется *уравнением неразрывности* для несжимаемой жидкости.

Из формулы (22.1) следует, что в широкой части трубы тока скорость потока уменьшается, а в узкой ее части она увеличивается. Следовательно, давление в широкой части потока всегда больше давления в узкой части. Именно перепад давления вызывает появление силы, ускоряющей жидкость.

Рассмотрим поток жидкости в трубе разного сечения. В широкой части трубы скорость жидкости маленькая и поэтому поток успевает оказывать давление на стенки трубы. В узкой части трубы из-за большой скорости потока сила давления о стенки меньше, так как удар приходится под меньшим углом к поверхности трубы.

В трубах переменного сечения всегда делают плавный переход от широкой части к узкой части, так как резкий перепад давления может спровоцировать разрыв трубы в месте стыка.



### Вопросы для самоконтроля

- Чем отличаются способы описания движения жидкостей и газов от материальных тел?
- Что изображают линии тока?
- Что называется *трубкой тока*?
- Какое течение жидкости или газа называется *стационарным*?
- Какой смысл имеет уравнение неразрывности?



## Творческая мастерская

## Наблюдайте

Откройте кран и наблюдайте за течением воды. Вы замечаете, что струя, падая, сужается. Объясните, почему?

## Экспериментируйте

Возьмите два медицинских шприца (для безопасности без иголки) с объемом 2 мл и 10 мл, наберите в них воду. Расположите шприцы горизонтально и, вводя поршень в шприц, получите струю воды. Измерьте дальность ее полета. Повторяя опыт для обоих шприцов при одинаковых условиях и при одинаковой скорости движения поршня, сравните дальности. Дайте объяснения вашему эксперименту.

## Объясните

Чтобы увеличить скорость струи, вытекающей из шланга, зажимают кончик шланга. Почему?

## Решайте

1. Вода течет по горизонтальной трубе переменного сечения. Скорость течения в широкой ее части 20 см/с. Определите скорость течения в узкой части трубы, если ее диаметр в 1,5 раза меньше диаметра широкой части трубы.

(Ответ: 45 см/с)



Рис. 22.3

2. Из отверстия дна высокого сосуда вытекает вода. Сечение сосуда  $S_1$ , сечение струи  $S_2$  (рис. 22.3). Найдите ускорение, с которым перемещается уровень воды в сосуде.

(Ответ:  $a = \frac{S_2}{S_1} g$ )

3. В горизонтальной трубе газопровода диаметром 40 см течет газ со скоростью 50 см/с. Труба сужается и газ стал двигаться со скоростью 1,75 м/с. Каким стал диаметр трубы?

(Ответ: 21 см)

## Рефлексия

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Сегодня я узнал... | 6. Я почувствовал, что... |
| 2. Было интересно...  | 7. Я приобрел...          |
| 3. Было трудно...     | 8. Я научился...          |
| 4. Я понял, что...    | 9. У меня получилось...   |
| 5. Теперь я могу...   | 10. Я смог...             |

## § 23. Уравнение Бернулли



**Ключевые понятия:** идеальная жидкость, уравнение Бернулли.

На этом уроке вы: из закона сохранения механической энергии для идеальной несжимаемой жидкости получите уравнение Бернулли.

Динамика движения реальной жидкости очень сложна. Для упрощения ее описания в некоторых случаях можно пренебречь силами внутреннего трения. Такую жидкость называют *идеальной*. При движении идеальной жидкости не происходит превращения механической энергии во внутреннюю, т. е. механическая энергия жидкости сохраняется. Закон сохранения механической энергии для идеальной несжимаемой жидкости выражается *уравнением Бернулли*.

Рассмотрим часть жидкости, заключенной между сечениями  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$  некоторой трубы тока, расположеннымными на высотах  $h_1$  и  $h_2$ , соответственно (рис. 23.1). За промежуток времени  $\Delta t$  эта жидкость смещается вдоль трубы тока и занимает новое положение между сечениями  $\Delta S'_1$  и  $\Delta S'_2$ . Для малого промежутка времени  $\Delta t$  можно пренебречь различием между площадями  $\Delta S_1$  и  $S_1$  (старых и новых сечений, различием в их высотах). Подсчитаем работу, совершающую внешними силами над выделенной жидкостью за время  $\Delta t$ . Силы давления, действующие на боковую поверхность трубы, работы не совершают, так как действуют перпендикулярно перемещению. Работа силы давления в сечении  $\Delta S_1$  равна  $\Delta A_1 = F_1 \Delta l_1 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t$ , работа в сечении  $\Delta S_2$ :  $\Delta A_2 = F_2 \Delta l_2 = p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t$ , так что полная работа внешних сил будет:  $\Delta A = F_1 l_1 - F_2 l_2$ , или

$$\Delta A = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t. \quad (23.1)$$

В силу стационарности движения энергия жидкости между сечениями  $\Delta S'_1$  и  $\Delta S'_2$  не меняется. Эта часть жидкости показана на рисунке 23.1 двойной штриховкой. Поэтому изменение энергии рассматриваемой жидкости равно энергии части жидкости между сечениями  $\Delta S_2$  и  $\Delta S'_2$  минус энергия части жидкости между сечениями  $\Delta S_1$  и  $\Delta S'_1$ . Потенциальная энергия части жидкости между сечениями  $\Delta S_2$  и  $\Delta S'_2$  равна  $W_{\text{п}_2} = \Delta m_2 g h_2 = \rho \Delta V_2 g h_2 = \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t g h_2$ , ее кинетическая энергия —  $W_{\text{к}_2} = \frac{1}{2} \Delta m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t v_2^2$ . Аналогично записываются выражения для энергии жидкости между сечениями  $\Delta S_1$  и  $\Delta S'_1$ . Поэтому изменение энергии всей выделенной части жидкости в рассматриваемой трубке тока за время  $\Delta t$  равно:

$$\Delta W = \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t g h_2 + \frac{1}{2} \rho \Delta S_2 v_2 \Delta t v_2^2 - (\rho \Delta S_1 v_1 \Delta t g h_1 + \frac{1}{2} \rho \Delta S_1 v_1 \Delta t v_1^2). \quad (23.2)$$

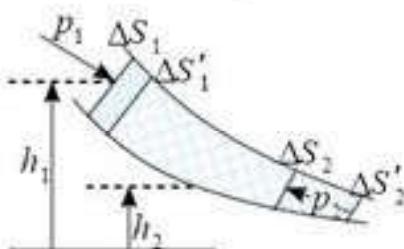


Рис. 23.1

На основании закона сохранения механической энергии работа внешних сил (23.1) равна изменению энергии системы (23.2). Учитывая уравнение неразрывности (22.1), получим:

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (23.3)$$

Это и есть *уравнение Бернулли*. Оно было выведено для достаточно узкой трубы тока и, строго говоря, справедливо, когда эта трубка сжимается в линию тока. Поэтому сумма  $p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2$  остается неизменной вдоль одной и той же линии тока. Уравнение Бернулли еще называют *уравнением трех давлений*, так как  $p$  — статическое давление,  $\rho gh$  — гидростатическое давление,  $\frac{\rho v^2}{2}$  — гидродинамическое давление.

В то же время, слагаемое  $\frac{\rho v^2}{2}$  представляет собой плотность кинетической энергии; слагаемое  $\rho gh$  — плотность потенциальной энергии;  $p$  (статическое давление) — это плотность потенциальной энергии жидкости, измеряемая работой, которую она произвела бы под действием давления  $p$ . Поэтому уравнение Бернулли называют *уравнением трех энергий*.

Разделив уравнение (23.3) на  $\rho g$ , получим:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const.} \quad (23.4)$$

Здесь  $h$  — *геодезическая* (геометрическая) *высота*, т. е. высота данного сечения над горизонтом;  $\frac{p}{\rho g}$  — *пьезометрическая* *высота*, т. е. высота такого столба жидкости, который своим весом оказывает давление  $p$  в данном сечении;  $\frac{v^2}{2g}$  — *скоростная* (напорная) *высота*, т. е. высота, на которую поднимется в вакууме частица жидкости с начальной скоростью  $v$ , двигаясь вертикально вверх. Поэтому уравнение Бернулли называют еще *уравнением трех высот*.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какая жидкость считается идеальной?
2. О чём говорит уравнение Бернулли?
3. Почему уравнение Бернулли называют *уравнением трех давлений*? Какие это давления?
4. Какая высота называется *геодезической*, какая *пьезометрической* и какая *гидродинамической*?
5. Используя какой закон мы вывели уравнение Бернулли?

## Примеры решения задач

**1.** Два вертикальных сообщающихся цилиндра заполнены водой и закрыты поршнями с массами  $M_1$  и  $M_2$  (рис. 23.2). В положении равновесия левый поршень расположен выше правого на величину  $h$ . Когда на левый поршень поместили гирю массой  $m$ , поршни в положении равновесия оказались на одной высоте. Какова будет разность высот поршней  $H$  в положении равновесия, если гирю перенести на правый поршень?

*Решение.* Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — площади поршней,  $\rho$  — плотность воды. Из условия равновесия поршней вначале следует:

$$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g h = \frac{M_2 g}{S_2}. \quad (1)$$

Когда гиря лежит на левом поршне:

$$\frac{(M_1 + m)g}{S_1} = \frac{M_2 g}{S_2}. \quad (2)$$

Когда гиря лежит на правом поршне:

$$\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g H = \frac{(M_2 + m)g}{S_2}. \quad (3)$$

Выражая из первого и второго равенств  $S_1$  и  $S_2$ , получаем

$$S_1 = \frac{m}{\rho h}, \quad S_2 = \frac{m}{\rho h} \frac{M_2}{M_1 + m}.$$

Подставляя найденные  $S_1$  и  $S_2$  в третье равенство, получим ответ

$$H = h \left( 1 + \frac{M_1 + m}{M_2} \right).$$

**2.** Найдите скорость истечения идеальной несжимаемой жидкости из малого отверстия в открытом сосуде, показанного на рисунке 23.3.

*Решение.* Напишем уравнение Бернуlli для сечений 1 (на поверхности жидкости в сосуде) и 2 (поперечное сечение выходного отверстия):

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Если пренебречь изменением атмосферного давления в пределах высоты столба жидкости в сосуде, то  $p_1 = p_2$  и, следовательно,

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

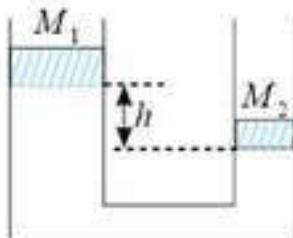


Рис. 23.2

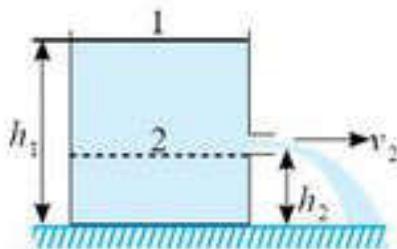


Рис. 23.3

Так как площадь поперечного сечения отверстия много меньше площади свободной поверхности жидкости, то на основании уравнения неразрывности  $v_1 \ll v_2$ , и вторым слагаемым в левой части уравнения можно пренебречь. Поэтому:

$$gh_1 = gh_2 + \frac{v_2^2}{2},$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}.$$

Эта формула называется *формулой Торричелли*.

**3.** В полете давление воздуха под крылом самолета  $97,8 \text{ кН/м}^2$ , а над крылом —  $96,8 \text{ кН/м}^2$ . Площадь крыла  $20 \text{ м}^2$ . Определить подъемную силу.

*Решение.*  $F = pS$ , где  $p = p_2 - p_1$ , тогда  $F = (p_2 - p_1)S$ ,  $F = 20 \cdot 10^3 \text{ Н}$ .

*Ответ:*  $20 \text{ кН}$ .

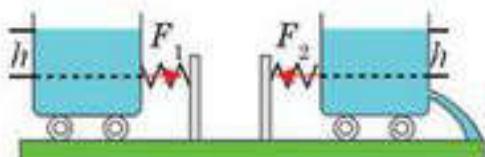


Рис. 23.4

**4.** В сосуде с жидкостью сделано отверстие площадью  $S$ . Размеры отверстия малы по сравнению с высотой столба жидкости. В одном случае отверстие закрыто пластинкой и измеряется сила давления жидкости на пластинку  $F_1$  при высоте столба жидкости  $h$  (рис. 23.4). В другом случае тот же сосуд стоит на тележке, отверстие открыто, и измеряется сила отдачи  $F_2$  при установленномся токе жидкости в момент, когда высота столба жидкости будет та же, что и в первом случае. Будут ли силы  $F_1$  и  $F_2$  равны?

*Решение.* Согласно закону Паскаля, давление на жидкость передается во всех направлениях одинаково, поэтому в первом случае давление, производимое на пластинку жидкостью, равно гидростатическому давлению столба жидкости высотой  $h$ , а значит,  $F_1 = \rho ghS$ , где  $\rho$  — плотность жидкости.

Во втором случае сила  $F_2$ , согласно второму закону Ньютона, равна изменению импульса жидкости в единицу времени  $F_2 = \Delta p / \Delta t$ . Изменение импульса  $\Delta p = \Delta mv$ , где  $\Delta m$  — масса жидкости, вытекающей за время  $\Delta t$ ,  $v$  — скорость истечения жидкости из отверстия.  $\Delta m = \rho S v \Delta t$ , скорость истечения, согласно формуле Торричелли, равна  $v = \sqrt{2gh}$ . Следовательно,  $F_2 = \rho v^2 S = 2\rho ghS$ .

Таким образом,  $F_2 = 2F_1$ . Объяснить это можно так. Когда жидкость вытекает из малого отверстия, линии тока вблизи него сгущаются, а значит, как следует из уравнения Бернуlli, давление на стенку вблизи отверстия уменьшается. Поэтому сила реакции вытекающей струи оказывается больше силы статического давления на площадь отверстия.

*Ответ:* силы  $F_1$  и  $F_2$  не равны.



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

Налейте в двухлитровую бутылку Fanta, в которой проделаны отверстия на разных высотах, воду. Оцените скорость вытекания воды из разных отверстий. Какая струя толще?

### Объясните

- Если вблизи от нас проходит скорый поезд, то мы чувствуем, как нас притягивает к нему. Объясните, почему?
- В сужающейся трубке течет вода. В ней находится пузырек воздуха. Как изменится его диаметр при прохождении в узкой части трубы?

### Решайте

- В подвале дома вода отопительной системы поступает в трубу диаметром 4 см со скоростью 50 см/с под давлением 3 атм. Каковы скорость течения и давление в трубке диаметром 2,6 см на втором этаже, расположенного на 5 м выше?

(Ответ: 1,18 м/с; 2,5 Па)

- Определите скорость полета струи воды из шприца диаметром 4 см, на поршень которого действует сила 30 Н. Площадь отверстия шприца много меньше площади поршня, сопротивлением воздуха пренебречь.

(Ответ: 6,9 м/с)

- На гладком столе стоит сосуд с водой. В боковой стенке сосуда у самого дна имеется малое отверстие площадью  $5 \text{ см}^2$ . Какую минимальную силу нужно приложить к сосуду, чтобы удержать его в равновесии, если высота уровня воды в сосуде 40 см?

(Ответ: 4 Н)

- На поршень спринцовки, имеющий площадь  $10 \text{ см}^2$ , действует постоянная сила 12 Н. С какой скоростью должна вылетать в горизонтальном направлении струя жидкости из отверстия площадью  $2 \text{ см}^2$ , если плотность жидкости  $0,8 \text{ г}/\text{см}^3$ ?

(Ответ: 5 м/с)

- Какова должна быть минимальная мощность насоса, поднимающего воду по трубе сечением  $25 \text{ см}^2$  на высоту 20 м, если КПД насоса равен 60% и ежесекундная подача воды равна  $0,3 \text{ м}^3/\text{с}$ ?

(Ответ: 3,7 МВт)

### Рефлексия

- 1. Сегодня я узнал...
- 2. Было интересно...
- 3. Было трудно...
- 4. Я понял, что...
- 5. Теперь я могу...
- 6. Я почувствовал, что...
- 7. Я приобрел...
- 8. Я научился...
- 9. У меня получилось...
- 10. Я смог...

## § 24. Вязкость. Ламинарное и турбулентное течения жидкостей



**Ключевые понятия:** вязкость, ламинарное течение, турбулентное течение, число Рейнольдса.

На этом уроке вы: познакомитесь с внутренним трением в жидкостях, ламинарным и турбулентным течениями и условиями их возникновения.

Идеальная жидкость, т. е. жидкость без трения, является абстракцией. Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуще внутреннее трение. Внутреннее трение в жидкостях и газах называется *вязкостью*. Внутреннее трение возникает при перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других. Оно направлено вдоль касательной поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Сила внутреннего трения  $F$  тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя  $S$ , и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою. На рисунке 24.1 представлены два слоя, отстоящие друг от друга на расстоянии  $\Delta x$  и движущиеся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . При этом изменение скорости от слоя к слою  $\Delta v = v_2 - v_1$ . Быстрота изменения скорости от слоя к слою  $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ . Тогда модуль силы внутреннего трения определяется следующим образом:

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S. \quad (24.1)$$

Здесь  $\eta$  называется *коэффициентом вязкости* и зависит от природы жидкости. Единица измерения вязкости — паскаль-секунда (Па·с).

Чем больше вязкость, тем сильнее жидкость отличается от идеальной, тем большие силы внутреннего трения в ней возникают. Коэффициент вязкости зависит от температуры, причем характер этой зависимости существенно различен для жидкостей и газов. У жидкостей коэффициент вязкости сильно уменьшается с повышением температуры. А у газов, напротив, коэффициент вязкости с температурой растет.



Отличие в характере поведения  $\eta$  при изменениях температуры указывает на различие механизма внутреннего трения в жидкостях и газах.

Рис. 24.1

Далее рассмотрим течения реальной жидкости (также и газа). Наблюдаются два вида течения жидкости. В одних случаях жидкость как бы разделяется на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется *ламинарным* (слоистым). Если в ламинарный поток ввести подкрашенную струйку, то она сохраняется, не размываясь, на всей длине потока, так как частицы жидкости в ламинарном потоке не переходят из одного слоя в другой. Ламинарное течение стационарно. Такое течение возможно только при не очень большой скорости потока вязкой жидкости и размера поперечного сечения.

При увеличении скорости или поперечных размеров потока характер течения существенным образом изменяется. Возникает энергичное перемешивание жидкости и завихрение потока. Такое течение называется *турбулентным*. При турбулентном течении скорость частиц в каждом данном месте все время изменяется беспорядочным образом — течение нестационарно.

Английский ученый Рейнольдс установил, что характер течения зависит от значения безразмерной величины:

$$R_e = \frac{\rho v l}{\eta}, \quad (24.2)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $v$  — средняя скорость потока,  $\eta$  — коэффициент вязкости,  $l$  — характерный для поперечного сечения размер. Величина (24.2) называется *числом Рейнольдса*. При малых числах Рейнольдса ( $R_e = 1000$ ) наблюдается ламинарное течение. Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области  $1000 < R_e < 2000$ .



### Вопросы для самоконтроля

- С чем связано возникновение внутреннего трения в жидкостях и газах?
- В каких единицах измеряется вязкость?
- Какое течение называется *ламинарным*?
- Какое течение называется *турбулентным*?
- Как определяется число Рейнольдса?



### Рефлексия

- |                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. Сегодня я узнал... | 6. Я почувствовал, что... |
| 2. Было интересно...  | 7. Я приобрел...          |
| 3. Было трудно...     | 8. Я научился...          |
| 4. Я понял, что...    | 9. У меня получилось...   |
| 5. Теперь я могу...   | 10. Я смог...             |

## § 25. Движение тел в жидкостях и газах. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Формула Стокса



**Ключевые понятия:** лобовое сопротивление, подъемная сила, пограничный слой, эффект Магнуса, формула Стокса.

**На этом уроке вы:** познакомитесь с особенностями движения твердых тел в идеальной и вязкой жидкостях.

Одной из важнейших задач гидроаэродинамики является исследование движения твердых тел в газе и жидкости, в частности, изучение тех сил, с которыми среда действует на движущееся тело.

На тело, движущееся в жидкости или газе, в общем случае действуют две силы, одна из которых направлена в сторону, противоположную движению тела — *лобовое сопротивление*, а вторая перпендикулярно к этому направлению — *подъемная сила*. Однако, если форма тела симметрична и его ось симметрии совпадает с направлением скорости, тогда на него не действует подъемная сила, а действует только лобовое сопротивление. Если считать, что тело движется в идеальной жидкости без внутреннего сопротивления, тогда не действует и лобовое сопротивление.

В этом случае, не обладая вязкостью, идеальная жидкость должна свободно скользить по поверхности тела, полностью обтекая его. На рисунке 25.1 показаны линии тока при обтекании очень длинного цилиндра идеальной жидкостью. При этом, конечно, поток деформируется, однако вследствие полного обтекания картина линий тока оказывается совершенно симметричной как относительно прямой, проходящей через точки *A* и *B*, так и

относительно прямой, проходящей через точки *C* и *D*. Поэтому давление вблизи точек *A* и *B* будет одинаково (и больше, чем в недеформированном потоке, так как скорость вблизи этих точек меньше); точно так же давление вблизи точек *C* и *D* тоже будет одинаково (и меньше, чем в недеформированном потоке, так как скорость вблизи этих точек больше). Следовательно, результирующая сила давления на поверхность цилиндра очевидно будет равно нулю. Такой же результат получается и для тел другой симметричной формы.

Иначе протекают явления при движении тела в жидкости, обладающей вязкостью. В этом случае очень тонкий слой жидкости прилипает к поверхности тела и движется с ним как одно целое, увлекая за собой из-за трения последующие слои. По мере удаления от поверхности тела скорость слоев становится все меньше и, наконец, на некотором расстоянии от поверхности жидкость оказывается практически невозмущенной движением тела. Таким образом, тело оказывается окруженным слоем

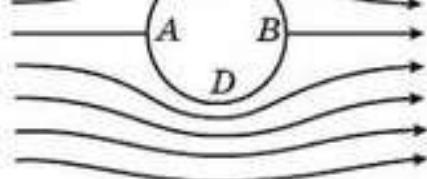


Рис. 25.1

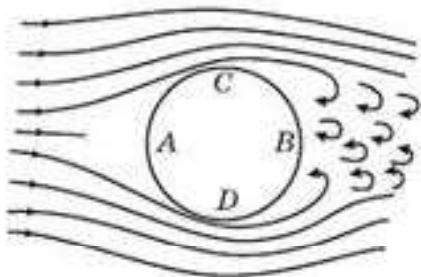


Рис. 25.2

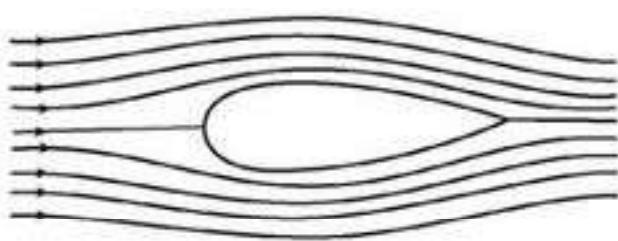


Рис. 25.3

жидкости, в котором имеется градиент скорости. Этот слой называется *пограничным*. В нем действуют силы трения, которые и приводят к возникновению лобового сопротивления. Но дело не исчерпывается только этим. Наличие пограничного слоя в корне изменяет характер обтекания тела жидкостью. Полное обтекание становится невозможным. Действие сил трения в поверхностном слое приводит к тому, что поток отрывается от поверхности тела, в результате чего позади тела возникают вихри (рис. 25.2). Давление в образующейся за телом вихревой области оказывается пониженным, поэтому результирующая сила давления будет отлична от нуля, в свою очередь обуславливая лобовое сопротивление.

Таким образом, лобовое сопротивление складывается из сопротивления трения и сопротивления давления. При данных поперечных размерах тела сопротивление давления сильно зависит от формы тела. Наименьшим сопротивлением давления обладают тела хорошо обтекаемой каплевидной формы (рис. 25.3).

При малых числах Рейнольдса, т. е. при небольших скоростях движения и небольших размерах тела, сопротивление среды обусловлено практически только силами трения. Английский ученый Дж. Стокс установил, что сила сопротивления в этом случае пропорциональна коэффициенту вязкости  $\eta$ , скорости движения  $v$  тела относительно жидкости и характерному размеру тела  $r$ . Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела. Для шара, если в качестве характерного размера взять радиус, коэффициент пропорциональности оказывается равным  $6\pi$ . Следовательно, сила сопротивления движению шарика в жидкостях при небольших скоростях в соответствии с формулой Стокса равна

$$F = 6\pi\eta rv. \quad (25.1)$$

Разность статических давлений в различных точках поверхности твердого тела, движущегося в жидкости или газе, может вызвать не только силу сопротивления, но и так называемую *подъемную силу*. Для возникновения подъемной силы вязкость жидкости не имеет существенного значения. На рисунке 25.4 показаны линии тока при обтекании идеальной жидкостью полусфера. Вследствие

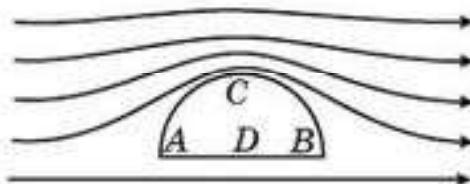


Рис. 25.4

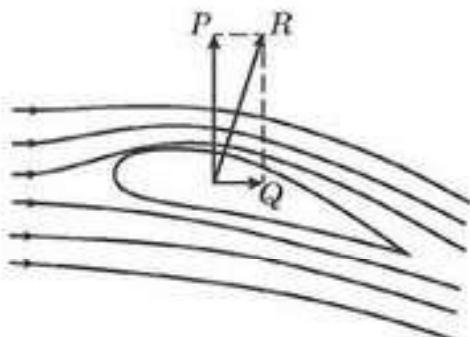


Рис. 25.5

полного обтекания линии тока будут симметричны относительно прямой  $CD$ . Однако относительно прямой  $AB$  картина будет несимметричной. Линии тока сгущаются вблизи точки  $C$ , поэтому давление здесь будет меньше, чем вблизи точки  $D$ , и возникает подъемная сила  $P$ . Аналогичным образом возникает подъемная сила и в вязкой жидкости.

В рассмотренном выше примере обтекания цилиндра вязкой жидкостью выяснили, каким образом возникает сила лобового сопротивления. При этом в нем не возникает подъемная сила. Однако, если при обтекании этот цилиндр еще и вращается, тогда ситуация меняется. При вращении цилиндр увлекает прилегающие к его поверхности слои вязкой жидкости во вращение и вокруг цилиндра возникает вихревое движение. С одной стороны цилиндра направление вихря совпадает с направлением обтекающего потока и, соответственно, скорость движения среды с этой стороны увеличивается. С другой стороны цилиндра направление вихря противоположно направлению движения потока, и скорость движения среды уменьшается. Ввиду этой разности скоростей возникает разность давлений, порождающих поперечную силу от той стороны вращающегося тела, на которой направление вращения и направление потока противоположны, к той стороне, на которой эти направления совпадают. Этот эффект был впервые описан немецким физиком Генрихом Магнусом и получил название *эффектом Магнуса*.

Возникновение подъемной силы широко используется в повседневной практике. Силой, поддерживающей самолет в воздухе, служит подъемная сила, действующая на его крылья. Лобовое сопротивление играет при полете самолета вредную роль. Поэтому крыльям самолета и его фюзеляжу придают хорошо обтекаемую форму. Профиль крыла должен вместе с тем обеспечивать достаточную по величине подъемную силу. Оптимальным для крыла является показанный на рисунке 25.5 профиль, найденный русским ученым Н. Е. Жуковским. На этом рисунке  $Q$  — это лобовое сопротивление, а  $P$  — подъемная сила.



### Вопросы для самоконтроля

1. От чего зависит величина лобового сопротивления?
2. Что такое *пограничный слой*?
3. Как возникает подъемная сила?
4. В чем заключается эффект Магнуса?
5. Как определяется сила Стокса?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Пронаблюдайте за падением вращающегося легкого теннисного шарика с края стола. Опишите это движение и попытайтесь его объяснить.

### Экспериментируйте

Проделайте эксперимент. Вложите в воронку бумажный фильтр (рис. 25.6) и попробуйте вынуть его через узкий конец воронки. У вас не получилось? Почему?

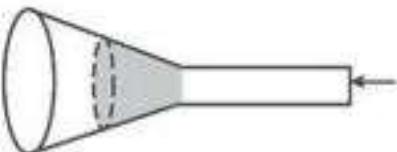


Рис. 25.6

### Объясните

Почему ураган срывает крыши домов?

### Исследуйте

Исследуйте зависимость скорости истечения воды из малого отверстия в открытом сосуде от уровня воды в сосуде. Сравните найденные вами значения с формулой Торричелли и сделайте выводы.

### Анализируйте

1. Проанализируйте, почему футбольный мяч можно "закрутить" в ворота с углового удара?

2. Проанализируйте, почему, если близко стоишь около идущего поезда, возникает эффект "притягивания" к колесам?

### Решайте

1. Определите скорость ветра, если он оказывает давление 200 Па на стену. Ветер дует перпендикулярно стене. Плотность воздуха  $1,29 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

(Ответ: 8,8 м/с)

2. В широкой части горизонтальной трубы нефть течет со скоростью 2 м/с. Определите скорость течения нефти в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы составляет 50 мм. рт. ст.

(Ответ: 4,33 м/с)

■3. На какой высоте площадь поперечного сечения струи фонтана будет в пять раз больше площади выходного отверстия трубки? Скорость воды в выходном отверстии 10 м/с.

(Ответ: 4,8 м)

■4. Бак, заполненный водой до высоты 1 м, пробивает пуля на высоте 10 см. На какое расстояние от бака будет бить струя воды? Где следовало бы сделать отверстие, чтобы она была на максимальное расстояние?

(Ответ: 0,6 м; 0,5 м)

### Рефлексия

1. Сегодня я узнал...
2. Было интересно...
3. Было трудно...
4. Я понял, что...
5. Теперь я могу...

6. Я почувствовал, что...
7. Я приобрел...
8. Я научился...
9. У меня получилось...
10. Я смог...



**Гидроаэромеханика** — это наука, изучающая механические свойства жидкостей и газов, их движение и движение твердых тел в них.

В механике жидкостей важным является понятие давления. **Давление — физическая величина, численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади поверхности  $S$ , перпендикулярно этой поверхности**, т. е.  $p = \frac{F}{S}$ . Для жидкости, находящейся в покое, справедлив **закон Паскаля**: в данной точке жидкости давление передается одинаково по всем направлениям.

Давление, вызванное действием силы тяжести, называется **гидростатическим давлением**. Его находят по формуле:  $p = \rho gh$ , где  $h$  — высота столба жидкости,  $\rho$  — ее плотность.

На тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая **законом Архимеда**: на тело, находящееся в жидкости, со стороны этой жидкости действует направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости  $F_A = \rho ghV$ , где  $\rho$  — плотность жидкости,  $V$  — объем погруженного в жидкость тела.

Движение жидкостей называется **течением**, а совокупность частиц движущейся жидкости — **потоком**. Графически движение жидкостей изображается с помощью линий тока.

Течение жидкости называется **установившимся** (или **стационарным**), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются. Для несжимаемой жидкости справедливо **уравнение неразрывности**: **произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубы тока есть величина постоянная для данной трубы тока:  $S_1v_1 = S_2v_2 = \text{const}$** .

Закон сохранения механической энергии для идеальной несжимаемой жидкости выражается **уравнением Бернулли**:  $p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}$ , где  $p$  — давление жидкости в данном сечении  $S$ ,  $\rho gh$  — гидростатическое давление,  $\frac{1}{2} \rho v^2$  — гидродинамическое давление.

Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуще внутреннее трение. Внутреннее трение в жидкостях и газах называется **вязкостью**. Внутреннее трение возникает при перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других. Модуль силы внутреннего трения определяется следующим образом:  $F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S$ . Здесь  $\eta$  — коэффициент вязкости, зависящий от природы жидкости,  $\frac{\Delta v}{\Delta x}$  — быстрота изменения скорости от слоя к слою.

Английский ученый Дж. Стокс установил, что сила сопротивления в этом случае пропорциональна коэффициенту вязкости  $\eta$ , скорости движения  $v$  тела относительно жидкости и характерному размеру тела  $r$ . Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела. Для шара он выглядит так:  $F = 6\pi\eta rv$ .

## Раздел II. ТЕПЛОВАЯ ФИЗИКА

### Глава 6. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГАЗОВ

#### § 26. Основные положения молекулярно-кинетической теории газов и ее опытное обоснование



**Ключевые понятия:** микрочастицы, атом, молекула, давление газа, диффузия, броуновское движение.

На этом уроке вы: познакомитесь с основными положениями молекулярно-кинетической теории и опытами, подтверждающими их.

В создание современной молекулярно-кинетической теории внесли свой вклад М. В. Ломоносов, который опытным путем опроверг теорию теплорода, а также Р. Клаузис, Л. Больцман, Д. И. Менделеев, Д. К. Максвелл. Перечислим ее основные положения.

1. Все тела состоят из микрочастиц (атомов или молекул), причем масса тела равна сумме масс микрочастиц, из которых оно состоит:

$$m = m_0 N.$$

2. Микрочастицы в теле непрерывно и хаотично движутся, причем скорость этого движения связана с температурой тела, поэтому его называют *тепловым движением*. Количественно связь скорости движения молекул с температурой тела установил австрийский физик Людвиг Больцман (1844—1906):  $v_0 = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ , где  $m_0$  — масса молекулы;  $T$  — абсолютная температура тела;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — *постоянная Больцмана*.

3. Микрочастицы в теле взаимодействуют друг с другом, причем силы взаимодействия носят электромагнитный характер. Между частицами тела одновременно действуют и силы отталкивания, и силы притяжения.

Приведем опытные факты, которые подтверждают основные положения молекулярно-кинетической теории.

1. Делимость вещества. При этом физические и химические свойства вещества не изменяются.

2. Сжимаемость газов. Это свидетельствует о наличии больших расстояний между молекулами тела.

3. Свойство газа занимать любой объем. Этот факт говорит как о движении молекул, так и о наличии расстояний между ними, которые легко меняются.

4. Закон кратных отношений. Согласно этому закону, при образовании любых химических соединений массы реагирующих веществ находятся в определенных отношениях. Это доказывает, хотя и косвенно, что тела должны состоять из атомов.

5. Давление газа на стенки сосуда, в котором он находится. Это говорит о движении молекул.

6. *Диффузия* — проникновение молекул одного вещества в межмолекулярное пространство другого. Диффузию можно наблюдать и в газах (запахи одеколона, бензина и т. д. в воздухе), и в жидкостях (растекание краски, чернил, туши, молока в воде), и в твердых телах (свинцовый и золотой цилинды были плотно прижаты друг к другу в течение длительного времени, при этом произошло взаимное проникновение молекул золота в межмолекулярное пространство свинца, и наоборот). Скорость протекания диффузии зависит от температуры тела и фазового состояния вещества: в газах она протекает значительно быстрее, чем в жидкостях и твердых телах.

7. Наблюдение молекул в электронный микроскоп или ионный проектор (прибор, дающий увеличение в несколько миллионов раз). В настоящее время можно увидеть изображения атомов с помощью сложных тунNELьных микроскопов, обеспечивающих увеличение в 100 млн. раз.

8. Опыт с маслом, помещенным в стальной цилиндр: заключенное в стальной цилиндр масло при большом давлении просачивалось сквозь стенки цилиндра, а сам цилиндр оставался при этом целым. Это говорит о том, что между молекулами стали есть промежутки, т. е. тело не сплошное.

9. Слипание двух свинцовых цилиндров, предварительно обработанных специальным ножом, чтобы убрать крупные шероховатости поверхности и сравнять их (в идеале) с размерами атомов. В этом случае цилинды становятся как бы единым целым. Если теперь, предварительно закрепив один цилиндр, подвесить тяжелый груз ко второму, то цилинды не оторвутся друг от друга. Они, сцепившись, могут удержать довольно тяжелый груз (порядка 20 кг). После проведения опыта свинцовые цилинды легко разъединяются.

10. Прочность тел доказывает, что микрочастицы в теле притягиваются друг к другу.

11. Способность тел к упругим деформациям тоже говорит о наличии сил взаимодействия (как сил притяжения, так и сил отталкивания) между микрочастицами тела.

12. *Броуновское движение* — это беспорядочное непрерывное движение мельчайших, взвешенных в жидкости или газе частиц какого-либо твердого тела под ударами молекул жидкости или газа. Это движение является ярким доказательством хаотического движения молекул в

теле. Впервые это движение в 1827 г. наблюдал английский ботаник Роберт Броун (1773—1858). Рассматривая под микроскопом споры плауна, попавшие в воду, он заметил, что они совершают хаотичное движение (рис. 26.1, а, б). Ученый обратил внимание на то, что это движение не прекращается и происходит непрерывно; его можно наблюдать сутками, месяцами, и интенсивность его менялась только при изменении температуры.

*Броуновское движение — это тепловое движение, и оно не может прекратиться, так как связано с температурой тела.*

Объяснить броуновское движение можно только на основе молекулярно-кинетической теории. Причина броуновского движения состоит в том, что удары молекул о броуновскую частицу не компенсируют друг друга. Качественно броуновское движение можно объяснить так: когда с частицей сталкивается большое число молекул, обладающих малым импульсом, но двигающихся случайно в одном направлении, то они могут вызвать заметное смещение этой частицы. Количественную теорию броуновского движения создали Альберт Эйнштейн (1879—1955) и польский физик-теоретик Мариан Смолуховский (1872—1917) в 1905—1906 гг. Работы французского физика Жана Перрена (1870—1942) окончательно доказали верность молекулярно-кинетической теории.

13. Опыт немецкого физика Отто Штерна (1888—1969) по определению скорости молекул был проведен в 1920 г. Экспериментальная установка, помещенная в непрерывно откачиваемый вакуумный сосуд, состояла из двух коаксиальных цилиндров *A* и *B* (рис. 26.2, а), скрепленных между собой. По оси цилиндров протянута тонкая платиновая проволока *O*, покрытая слоем серебра. При пропускании электрического тока проволока нагревается, и серебро начинает испаряться. Испарившиеся молекулы летят прямолинейно, и некоторая их часть, пролетев сквозь щель *K* во внутреннем цилиндре, оседает на охлаждаемой поверхности внешнего цилиндра, образуя на ней четкую полоску 1 металлического серебра. Если цилиндры привести во вращение с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , то полоска осажденных атомов оказывается смещенной от прежнего положения на некоторое расстояние 2 и заметно размытой (рис. 26.2). Смещение вызвано тем, что за время полета атома серебра от внутреннего цилиндра к внешнему вся система успевает по-

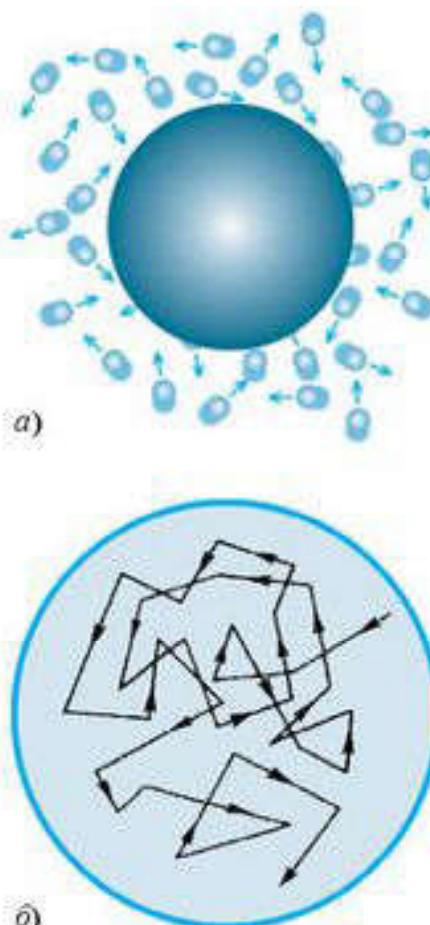


Рис. 26.1

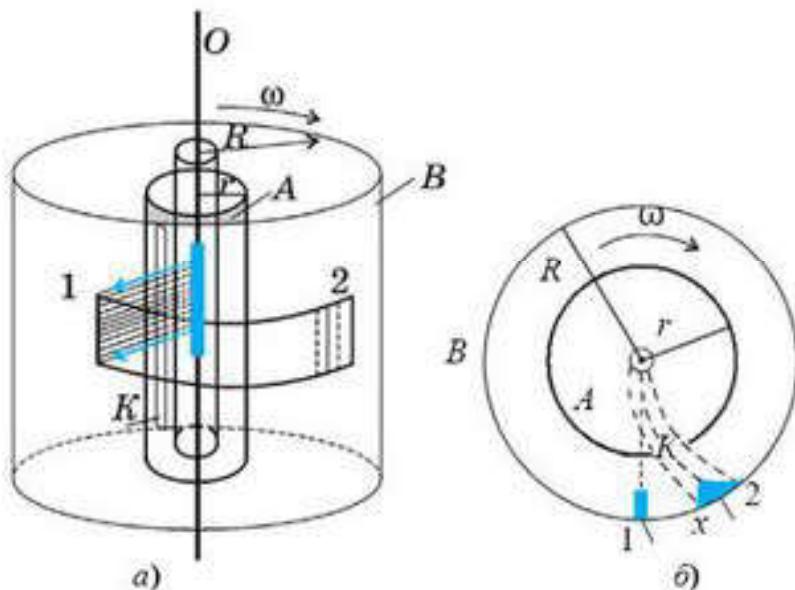


Рис. 26.2

вернуться на некоторый угол  $\phi$ . По величине смещения полоски судят о величине скорости атомов серебра. Время пролета атомов между цилиндрами  $T = \frac{R_B - R_A}{v_0}$  равно времени поворота системы цилиндров  $T = \frac{x}{\omega R_B}$ . Отсюда имеем:  $v_0 = \frac{(R_B - R_A)\omega R_B}{x}$ .

Штерн получил, что скорости молекул серебра в условиях опыта составляли порядка 650 м/с. Меняя силу тока в проводнике, ученый изменял температуру и показал, что скорость атомов пропорциональна  $\sqrt{T}$ . Размытость полоски объясняется тем, что атомы серебра имеют разные скорости. И поэтому самые быстрые атомы достигают стенок внешнего цилиндра раньше, а самые медленные — позже. По толщине слоя судят о числе атомов, обладающих данной скоростью. Опыт показал, что действительно существует распределение молекул по скоростям.

Характер такого распределения был теоретически рассчитан Максвеллом еще в 1859 г. (рис. 26.3), а опыт Штерна его полностью подтвердил. Опыт Штерна также обосновал справедливость формулы средней квадратичной скорости молекул:

$$v_0 = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Недостаток опыта состоял в том, что Штерн рассматривал молекулярный пучок. В дальнейшем его опыт улучшили и получили более точные результаты.

Мы с вами рассмотрели только некоторые факты, полученные в ходе опытов и подтверждающие основные положения молекулярно-кинетической теории. Самые же положения молекулярно-кинетической теории

очень важны как для описания тепловых процессов, происходящих с телами (нагрев, охлаждение, фазовые переходы), так и при создании теории теплопроводности тел.

**Масса и размеры молекул.** Все вышеприведенные примеры доказывают, что молекулы существуют реально. Они же свидетельствуют и о том, что размеры и масса молекул и атомов очень малы. Как же определить эти величины?

**Размеры молекул.** Для определения размера молекулы можно провести очень простой опыт, даже в домашних условиях. С помощью пипетки капнем на поверхность воды каплю оливкового масла. Под действием силы тяжести она растечется по поверхности слоем толщиной в одну молекулу. Тогда диаметр молекулы масла будет равен  $d_0 = \frac{V}{S}$ , где  $V$  — объем капли;  $S = \pi R^2$  — площадь растекшейся капли (площадь круга). Расчеты показывают, что диаметр молекулы оливкового масла  $\approx 1,7 \cdot 10^{-9}$  м. Эти размеры так малы, что их трудно себе представить. В таких случаях лучше всего прибегнуть к сравнениям. Если вашу голову увеличить до размеров Солнца, то молекула при этом увеличится до размеров головы. Если представить себе, что все размеры в мире возросли в 100 млн. раз, то молекула водорода ( $2,3 \cdot 10^{-9}$  м) будет выглядеть как шарик диаметром 2,3 см, рост человека стал бы равным 170 000 км, толщина волоса — 10 км.

**Число молекул.** Понятно, что при таких малых размерах число молекул, например, в капле воды массой 1 г, огромно. Подсчитаем число молекул в этой капле, учитывая тот факт, что ее объем равен 1 см<sup>3</sup>. Диаметр молекулы воды равен  $\approx 3 \cdot 10^{-10}$  м (это можно определить таким же способом, как указано выше). Объем молекулы приблизительно будет равен  $(3 \cdot 10^{-10})^3$  м<sup>3</sup>. Будем считать, что молекулы плотно упакованы. Тогда число молекул найдем, разделив объем капли на объем молекулы:  $N = \frac{V_{\text{капли}}}{V_0} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{27 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3} \approx 3,7 \cdot 10^{22}$ . Чтобы представить себе число молекул, можно привести такое сравнение: при каждом вдохе вы захватываете столько молекул, что если бы они после выдоха равномерно распределились в атмосфере Земли, то каждый житель планеты при вдохе получил бы две-три молекулы, побывавших в ваших легких.

**Масса молекул.** Теперь становится ясным, что масса молекулы невероятно мала. Для того чтобы ее рассчитать, можно воспользоваться данными опыта, проведенного с оливковым маслом. Объем одной молекулы масла приблизительно равен  $(1,7 \cdot 10^{-9})^3$  м<sup>3</sup>. При плотной упаковке молекул в одной капле масла массой 1 мг содержится  $N = \frac{V_{\text{капли}}}{V_0} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{5 \cdot 10^{-27} \text{ м}^3} \approx 2 \cdot 10^{20}$  молекул. Тогда масса одной молекулы масла будет равна:  $m_0 = \frac{m_{\text{капли}}}{N} = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 10^{20}} = 5 \cdot 10^{-27}$  кг. Видно, что масса

молекул действительно очень мала. Приведем размеры и массы молекул некоторых веществ:

водород:  $d_0 = 2,3 \cdot 10^{-9}$  м;  $m_0 = 3,3 \cdot 10^{-27}$  кг;

кислород:  $d_0 = 3 \cdot 10^{-9}$  м;  $m_0 = 5,1 \cdot 10^{-27}$  кг;

вода:  $d_0 = 3 \cdot 10^{-9}$  м;  $m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$  кг.

Для того, чтобы удобнее производить расчеты, в 1961 г. по международному соглашению ввели понятие *относительные массы молекул*. Ученые исходили из того, что человеческий мозг не в состоянии представить себе как столь малые ( $\approx 10^{-27}$ ), так и столь большие ( $\approx 10^{22}$ ) числа. Массы молекул стали сравнивать с  $\frac{1}{12}$  массы атома углерода  $^{12}_6\text{C}$ . Главная причина выбора углеродной шкалы состоит в том, что углерод входит в огромное количество органических соединений.

*Относительной молекулярной (или атомной) массой вещества M называют физическую величину, показывающую, во сколько раз масса молекулы (или атома) данного вещества больше  $\frac{1}{12}$  массы атома углерода:*

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{0c}}. \quad (26.1)$$

Относительные атомные массы всех химических элементов точно измерены. Складывая атомные массы химических элементов, входящих в состав молекулы, можно получить относительную молекулярную массу вещества. Например, для серной кислоты  $\text{H}_2\text{SO}_4$  имеем:

$$M_r = 1 \cdot 2 + 32 \cdot 1 + 16 \cdot 4 = 98.$$

**Количество вещества.** Так как число молекул в любых телах огромно, логично сравнивать их с числом молекул в некой порции вещества. За такую порцию вещества принято число атомов в 12 г углерода.

*Количество вещества n — это физическая величина, показывающая, во сколько раз число молекул в данном теле больше, чем число атомов в 12 г углерода:*

$$n = \frac{N}{N_A}. \quad (26.2)$$

Количество вещества измеряется в **молях**. **1 моль** — это такое количество вещества, которое содержит столько же молекул, сколько атомов содержится в 12 г углерода.

**Постоянная Авогадро.** Как видно из вышесказанного, в одном моле любого вещества содержится одинаковое число молекул или атомов. Это число получило название *число Авогадро* в честь итальянского физика и химика XIX в. Амедео Авогадро (1776—1856), внесшего большой вклад в молекулярную физику. Для того чтобы определить число Авогадро, необходимо воспользоваться определением моля и

знать массу атома углерода. Опыты показали, что масса атома углерода равна  $1,995 \cdot 10^{-26}$  кг, тогда *число Авогадро будет равно*:

$$N_A = \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{1,995 \cdot 10^{-26} \text{ кг} \cdot \text{моль}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Число Авогадро является универсальной постоянной и играет важную роль в молекулярной физике.

**Молярная масса.** В молекулярной физике и химии широко используется понятие *молярная масса*  $M$  вещества. **Молярная масса вещества** — это *масса вещества, взятого в количестве одного моля*:

$$M = m_0 N_A. \quad (26.3)$$

Молярная масса вещества связана с относительной молекулярной массой вещества следующим соотношением:  $M = M_r \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

Массу произвольного количества вещества можно выразить так:

$$m = m_0 N = m_0 N_A \cdot V = M \cdot V. \quad (26.4)$$

**Концентрация молекул.** В мире микрочастиц важной характеристикой является *концентрация молекул*, которая показывает, какое *число частиц содержится в единичном объеме вещества*:

$$n = \frac{N}{V}. \quad (26.5)$$

С учетом этого плотность тела будет равна:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0 N}{V} = m_0 \cdot n. \quad (26.6)$$



### Вопросы для самоконтроля

1. Как вы понимаете утверждение о хаотичности теплового движения?
2. Какие основные положения молекулярно-кинетической теории вы знаете?
3. Какие примеры подтверждают сам факт существования молекул?
4. Как доказать, что молекулы в теле находятся в непрерывном хаотичном движении?
5. Какое движение называется броуновским?
6. От каких факторов зависит интенсивность броуновского движения?
7. Что вы понимаете под диффузией? Как можно изменить характер ее протекания?
8. Почему опыт Штерна по определению скорости молекул имеет такое важное значение?
9. Как можно доказать, что атомы и молекулы в теле взаимодействуют?
10. Что вы знаете о размерах молекул? Каким образом можно вычислить их диаметр?
11. Расскажите о том, как можно рассчитать число молекул в теле.
12. Как определить массу молекул?
13. Для чего была введена относительная молекулярная масса вещества? Каков физический смысл этой величины?
14. Что показывает число Авогадро?
15. Какая масса называется молярной?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Рассмотрите явление диффузии в газах и жидкостях и подумайте, в каких агрегатных состояниях диффузия протекает быстрее? Почему?

### Экспериментируйте

Проверьте прочность обычной палки, пытаясь сломать ее, и убедитесь, что между молекулами существуют силы притяжения.

### Объясните

1. Почему открытие броуновского движения оказалось так важно для физики?
2. Опишите особенности движения, расположения и взаимодействия частиц в различных агрегатных состояниях вещества.
3. Расскажите, каким образом вы определили скорость молекул газа.

### Исследуйте

Выполните опыт, результаты которого могут послужить обоснованием молекулярно-кинетической теории.

### Анализируйте

1. Скорость диффузии увеличивается при повышении температуры. Объясните это.
2. При накачивании воздуха в велосипедную шину насос заметно нагревается. Почему?

### Творите

Предложите свои методы для определения скоростей молекул.

### Решайте

1. Броуновская частица в опытах Перрена имела размер 1 мкм. Во сколько раз она больше молекулы воды, диаметр которой  $10^{-8}$  см?

(Ответ: В  $10^4$  раз)

2. Какое количество вещества содержится в медном бруске массой 6 кг?

(Ответ: 93,75 моль)

3. В сосуде находится  $5,418 \cdot 10^{26}$  молекул кислорода. Какое количество вещества, выраженное в молях, находится в этом сосуде?

(Ответ: 900 моль)

4. Какова масса 200 моль азота?

(Ответ: 5,6 кг)

- \*5. Радоновые ванны содержат  $1,8 \cdot 10^6$  атомов радона на объем воды 1 дм<sup>3</sup>. На сколько молекул воды приходится один атом радона?

(Ответ:  $1,85 \cdot 10^{24}$ )



### Рефлексия

1. Что на вас произвело наибольшее впечатление?
2. Пригодятся ли вам знания, приобретенные на этом уроке, в дальнейшей жизни?
3. Что нового вы узнали на уроке?
4. Что вы считаете нужным запомнить?
5. Над чем еще надо поработать?

## § 27. Силы взаимодействия молекул



**Ключевые понятия:** Ван-дер-ваальсовые силы, ориентационные силы, дисперсионные и индукционные силы, потенциальная яма, кристаллические решетки.

**На этом уроке вы:** изучите характер взаимодействия молекул в телах; узнаете природу этих сил; научитесь описывать модели твердых тел, жидкостей и газов на основе молекулярно-кинетической теории, объяснять структуры кристаллических, аморфных тел и полимеров.

**Силы взаимодействия молекул.** Между молекулами в телах есть взаимодействие. Мы уже привели некоторые факты, доказывающие существование этих сил и то, что между молекулами одновременно действуют и силы отталкивания, и силы притяжения. На малых расстояниях преобладают силы отталкивания, а на больших — силы притяжения, хотя действуют одновременно и те, и другие.

Силы межмолекулярного взаимодействия исследовал нидерландский физик Йоханнес Ван-дер-Ваальс (1837—1923), поэтому их часто называют *ван-дер-ваальсовыми силами*. Очень трудно было исследовать природу и характер молекулярных сил, так как мало что было известно о самих атомах и молекулах. К началу XX в. ученые определили, что молекула и атом — это сложная система, состоящая из большого числа заряженных частиц: электронов и атомных ядер. И хотя в целом атом и молекула электрически нейтральны, между ними действуют значительные электрические силы. Описать, как взаимодействуют частицы внутри атомов, очень трудно. Это проблема атомной физики. В курсе физики для 10 классов мы ограничимся качественным описанием молекулярных сил.

Как оказалось, существует несколько видов межмолекулярных сил, и у каждого из них имеются свои особенности. Так, у молекул-диполей электрические силы зависят от ориентации диполя, и поэтому они называются *ориентационными*. Кроме ориентационных сил, существуют *дисперсионные* и *индукционные* силы. Необходимо отметить, что все три перечисленных вида сил притяжения одинаковым образом убывают с расстоянием пропорционально  $\frac{1}{r^7}$ .

Для сил отталкивания характерны следующие особенности: 1) они очень быстро увеличиваются при уменьшении расстояния между молекулами или атомами; 2) зависят от индивидуальности каждой молекулы, а это трудно учесть и распространить на другие молекулы. Расчеты показали, что силы отталкивания возрастают при сближении молекул пропорционально  $\frac{1}{r^9}$ .

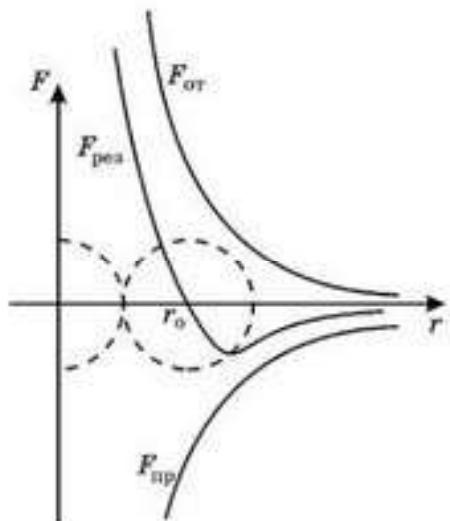


Рис. 27.1

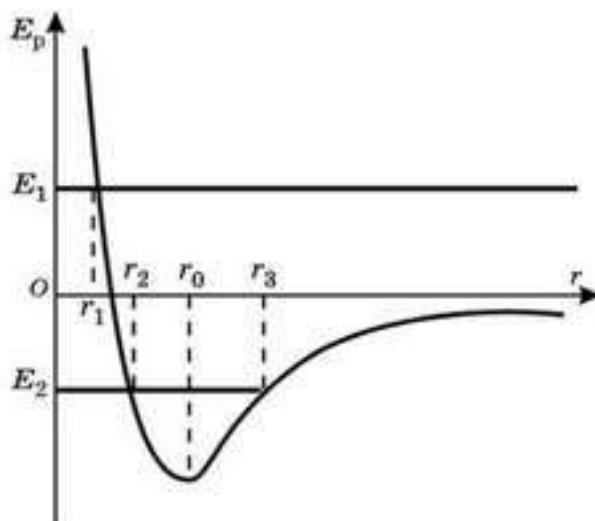


Рис. 27.2

С учетом вышесказанного можно дать примерную зависимость молекулярных сил от расстояния и построить график этой зависимости (рис. 27.1). Из графика видно, что при  $r \geq r_0$  между молекулами преобладают силы притяжения, при  $r < r_0$  — силы отталкивания, а при  $r = r_0$  силы отталкивания и силы притяжения примерно равны. В точке  $r_0$  результирующая сила взаимодействия молекул обращается в нуль, а их потенциальная энергия имеет минимальное значение.

**Потенциальная энергия взаимодействия.** Расстояние  $r_0$  (рис. 27.2) соответствует устойчивому положению равновесия атомов. Атомы совершают хаотические колебания вблизи точки  $r_0$ . Сама потенциальная энергия молекул определяется расстоянием между ними, причем чем оно больше, тем большую работу будут совершать силы притяжения молекул, втягивающие их в "потенциальную яму". Поэтому потенциальная энергия молекул отрицательна.

Молекулы и атомы, находящиеся бесконечно далеко друг от друга, практически не взаимодействуют, следовательно, их потенциальная энергия равна нулю. Тогда при приближении молекул (уменьшении расстояния  $r$  между ними) потенциальная энергия будет уменьшаться, т. е. становиться отрицательной. Молекулы вещества как бы попадают в "потенциальную яму" (рис. 27.3). При дальнейшем сближении молекул ( $r < r_0$ ) появляются быстрорастущие силы отталкивания, и потенциальная энергия снова растет. Самы же атомы и молекулы вещества будут совершать колебательное движение в окрестностях  $r_0$ . То есть график зависимости потенциальной энергии от расстояния между атомами или молекулами позволяет определить характер поведения частиц в теле, а соотношение кинетической и потенциальной энергий молекул в теле дает возможность определить агрегатное состояние вещества. Поэтому с единных позиций можно объяснить наличие агрегатных состояний вещества.

**Строение газообразных, жидких и твердых тел.** Попробуем объяснить тот факт, что вещество может находиться в трех агрегатных состояниях, используя молекулярно-кинетическую теорию строения вещества.

**Газы.** В газах расстояния между молекулами огромны и во много раз превышают размеры молекул. Потенциальная энергия взаимодействия молекул очень мала — во много раз меньше их кинетической энергии. Поэтому молекулы в газах легко перемещаются по всему объему. Столкнувшись друг с другом, они постоянно изменяют направление своего перемещения. В газах царит и ближний, и дальний беспорядок, т. е. полный хаос. Столкнувшись со стенками сосуда, в котором находится газ, молекулы передают им свой импульс. Возникает давление газа на стены сосуда.

*Газ не сохраняет ни объема, ни формы, так как слабые силы взаимодействия не в состоянии удерживать молекулы друг возле друга.*

**Жидкости.** Молекулы жидкости расположены вплотную друг к другу. Они как бы зажаты молекулами-соседями. Столкнувшись с ними, молекула совершает колебательное движение около положения равновесия. Тепловая энергия молекул в жидкости соизмерима с минимальной потенциальной энергией, которую обусловливают силы взаимодействия. Тепловое движение молекул расстраивает это расположение молекул. Рентгеноструктурный анализ показал, что молекулы в жидкости располагаются группами по 10—12 штук. Силы взаимодействия между молекулами способны удерживать рядом друг с другом определенное количество молекул, обеспечивая *ближний порядок*. Изредка молекула может совершать “перескоки” из своей группы в другую, попав в которую, она будет продолжать совершать колебательное движение. Из-за “перескоков” молекул в жидкой фазе присутствует  *дальний беспорядок*. С повышением температуры возрастает число “перескоков” молекул и уменьшается время их “оседлой жизни”. Про молекулы жидкости можно сказать, что они “ведут полуточечной образ жизни”. Молекулярное движение в жидкости было изучено советским физиком-теоретиком Я. И. Френкелем (1894—1952).

*Так как молекулы жидкости плотно упакованы, то жидкости практически несжимаемы и поэтому хорошо передают давление. Все жидкости текучи, т. е. они не сохраняют форму, зато сохраняют*

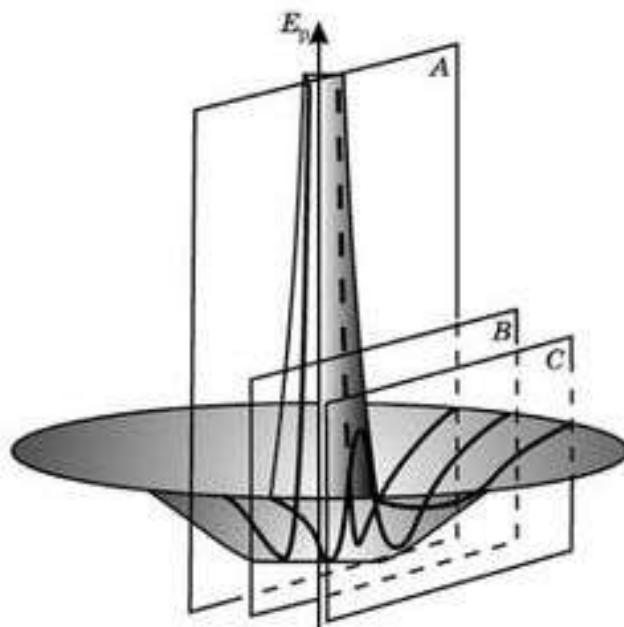


Рис. 27.3

*объем. Кинетическая энергия молекул жидкости соизмерима с их потенциальной энергией.*

Съемки с частотой 10 млн. кадров в секунду установили, что жидкость обладает хрупкостью, т. е. при падении на твердую поверхность капля жидкости раскалывается на осколки, которые сразу же собираются в более крупные капли.

**Твердые тела.** Силы взаимодействия между молекулами твердого тела так велики, что молекулы могут только колебаться около определенных положений, которые называются узлами кристаллической решетки. Поэтому твердые тела сохраняют и форму, и объем. Про молекулы твердого тела говорят, что они образуют ближний и дальний порядки. *Кристаллические решетки разных твердых тел различны, так как различные силы взаимодействия между молекулами и различно расположение самих молекул или атомов в телах.*

Можно отметить следующие типы кристаллических решеток.

1. *Ионные*, в узлах которых находятся положительные и отрицательные ионы.

2. *Атомные*, содержащие в узлах нейтральные атомы.

3. *Молекулярные*, в узлах которых находятся молекулы.

4. *Металлические*, в их узлах содержатся положительные ионы.

Если кристаллу не мешать расти, то внутренний порядок расположения атомов приводит к правильным геометрическим формам — образуются монокристаллы.

*В твердых телах кинетическая энергия молекул гораздо меньше их потенциальной энергии.*



### Вопросы для самоконтроля

1. Каков характер сил взаимодействия между молекулами и атомами вещества?
2. Как изменяются силы притяжения и силы отталкивания между молекулами в зависимости от расстояния?
3. Что вы понимаете под "потенциальной ямой"?
4. Как объяснить характер зависимости результирующей силы взаимодействия между молекулами вещества от расстояния между ними?
5. Дайте характеристику газообразного состояния вещества с точки зрения молекулярно-кинетической теории.
6. Расскажите о поведении молекул в жидкости.
7. Дайте характеристику твердой фазы вещества.



### Рефлексия

1. Что на вас произвело наибольшее впечатление?
2. Пригодятся ли вам знания, приобретенные на этом уроке, в дальнейшей жизни?
3. Что нового вы узнали на уроке?
4. Что вы считаете нужным запомнить?
5. Над чем еще надо поработать?

## § 28. Термодинамические системы и термодинамические параметры. Равновесное и неравновесное состояния термодинамических систем



**Ключевые понятия:** макротела, микротела, термодинамическая система, термодинамические параметры, термодинамический процесс, давление газа, равновесное состояние, неравновесное состояние.

На этом уроке вы: познакомитесь с основными понятиями, характеризующими свойства макроскопических тел, научитесь различать равновесное и неравновесное состояния термодинамических систем и описывать эти состояния.

Основные понятия термодинамики вводились не с помощью представлений о внутренней структуре изучаемой системы, а на основе эксперимента. В термодинамике оперируют только макроскопическими величинами: температурой, объемом, давлением, внутренней энергией тела и т. д.

Одним из основных понятий термодинамики является понятие *термодинамическая система*, под которой понимают совокупность тел любого химического состава и любой физической природы, характеризуемую определенным числом макроскопических параметров. Если термодинамическая система переходит из одного состояния (с одним набором параметров) в другое, то говорят, что произошел *термодинамический процесс*, т. е. всякое изменение состояния термодинамической системы и есть *термодинамический процесс*, который сопровождается изменением термодинамических параметров.

Под *термодинамическими параметрами* понимают физические величины, которые характеризуют свойства макроскопических тел (макросистемы) в целом. К ним относятся: *давление газа, объем, температура*.

Все макротела состоят из микротел (атомов и молекул). Микротела тоже имеют свои характеристики (микропараметры). К ним относятся: *объем  $V_0$  молекулы (атома), масса  $m_0$  молекулы (атома), скорость  $v_0$  молекулы (атома), концентрация  $n$  молекул (атомов)*. Понятно, что процессы, происходящие с макротелами, обусловлены изменением параметров микротел, из которых данное макротело состоит.

Напоминаем, что каждая физическая величина несет определенную информацию, т. е. имеет физический смысл. Так, например, *масса макротела* показывает нам, какое количество вещества содержится в данном теле, *объем* — количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом, *давление газа* характеризуется силой, с которой он действует на единицу площади.

Всякая система может находиться в различных состояниях, отличающихся температурой, давлением, объемом и т. д. Когда термодинамические параметры (термопараметры) макротела (макросистемы) не изменяются, то говорят об определенном состоянии этого тела. При переходе тела из одного состояния в другое его термопараметры изменяются.

Представим себе, что у нас имеется система тел, где в разных точках параметры состояния или хотя бы один из них, например, температура, имеют различные значения. В этом случае мы не можем приписать всей системе какую-то определенную температуру. Состояние такой системы называют *неравновесным*. Если такую систему изолировать и предоставить самой себе, то произойдет процесс выравнивания температуры, после чего процесс теплообмена прекратится — наступит термодинамическое равновесие. *Равновесным* называется такое состояние, при котором параметры системы имеют определенные значения, одинаковые для всех ее частей.

Процесс перехода макросистемы из неравновесного состояния в равновесное называется *релаксацией*, а промежуток времени, требующийся для такого перехода, — *временем релаксации*. Для различных процессов время релаксации может принимать значения от долей секунды (установление равновесного давления в газе) до нескольких лет (выравнивание концентрации в твердых сплавах).



### Вопросы для самоконтроля

- Что понимают под *термодинамической системой*? Какими параметрами она характеризуется?
- Что называется *термодинамическим процессом*?
- Что понимают под *термодинамическими параметрами*? Что к ним относится?
- Какое состояние системы называют *равновесным*? Какие значения имеют при этом параметры системы?
- Какое состояние системы называют *неравновесным*? Какие значения имеют при этом параметры системы?
- Что называется *релаксацией*?



### Рефлексия

- Что на вас произвело наибольшее впечатление?
- Пригодятся ли вам знания, приобретенные на этом уроке, в дальнейшей жизни?
- Что нового вы узнали на уроке?
- Что вы считаете нужным запомнить?
- Над чем еще надо поработать?

## § 29. Температура — как мера средней кинетической энергии теплового движения частиц вещества



**Ключевые понятия:** температура, тепловое равновесие, средняя кинетическая энергия молекул, постоянная Больцмана.

На этом уроке вы: познакомитесь с физической величиной — температурой, занимающей особое место в молекулярной физике, научитесь описывать связь температуры со средней кинетической энергией поступательного движения молекул, применять основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов и формулу для давления газа при решении задач.

**Температура.** Особое место в молекулярной физике, и в термодинамике в частности, занимает такая физическая величина, как *температура*. Изначально физический смысл температуры сводился к тому, чтобы показать степень нагретости тела. О различной степени нагретости судят по процессу теплопередачи, происходящему при соприкосновении тел. То тело, которое отдает тепло, обладает большей степенью нагретости, а, следовательно, его температура выше. В результате теплообмена температура обоих тел становится одинаковой, и наступает *тепловое равновесие*.

*Тепловым равновесием* называют такое состояние, при котором все макроскопические параметры сколь угодно долго остаются неизменными. Это означает, что в системе *не меняются объем и давление*, не происходит теплообмен, отсутствуют взаимные превращения газов, жидкостей, твердых тел и т. д. В частности, не меняется объем столбика ртути в термометре. Это означает, что *температура системы остается постоянной*.

Тепловое равновесие с течением времени устанавливается между любыми телами, имеющими различную температуру.

Тепловое равновесие устанавливается не только в случае соприкосновения двух тел, но и при контакте нескольких тел. Так, при *тепловом равновесии температура всех тел одинакова, ее можно считать характеристикой состояния теплового равновесия*. То, что в состоянии теплового равновесия температура тел одинакова, используется для ее измерения. Для этого тело и прибор, измеряющий температуру — *термометр* (рис. 29.1), приводят в непосредственный контакт. При этом их температуры приходят в состояние теплового равновесия (сравниваются).

Вещества, которые используются для измерения температуры тел, называются *термометрическими*.

В устройстве термометра использовано свойство тел изменять объем при нагревании или охлаждении. Термо-

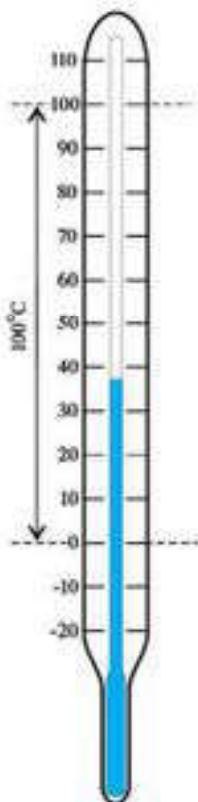


Рис. 29.1

метр никогда не покажет температуру тела сразу же после того, как он с ним соприкоснулся. Необходимо некоторое время для того, чтобы температуры тела и термометра выровнялись, и между телами установилось *тепловое равновесие*.

При изучении таких физических явлений, как диффузия, броуновское движение, неоднократно подчеркивалась зависимость их протекания от температуры. При этом предполагалось, что температура связана со скоростью движения молекул.

К определению физического смысла температуры можно прийти на основании следующих соображений. Повседневные опыты и наблюдения показывают, что при *тепловом контакте* двух различно нагретых тел они обмениваются энергией и при этом *происходят изменения физических параметров контактирующих тел*.

*Процесс передачи энергии, происходящий при контакте более нагревого тела с менее нагревым и сопровождающийся изменением ряда физических параметров, называется теплопередачей.*

Таким образом, температура как макроскопический физический параметр определяет возможность теплопередачи от одного тела к другому и направление теплопередачи. Кроме того, температура характеризует внутреннее состояние изолированной системы тел, находящихся в термодинамическом равновесии.

Следует учесть, что при установлении теплового равновесия термометр фиксирует свою собственную температуру, равную температуре тела.

Для теоретических исследований в физике используют так называемую *термодинамическую шкалу температур*, или *абсолютную температурную шкалу*. Впервые такую шкалу в 1848 г. предложил английский физик Уильям Томсон. За нулевую точку на этой шкале принята температура, при которой прекратилось бы тепловое движение молекул. Данную температуру назвали *абсолютным нулем*. Это самая низкая температура из всех возможных ее значений. На абсолютной шкале температур нет отрицательных значений.

Абсолютного нуля практически невозможно достичь, так как тепловое поступательное движение молекул никогда не прекращается. К нему можно лишь приблизиться. В настоящее время в лабораторных условиях получены температуры, отличающиеся от абсолютного нуля всего на несколько миллионных долей градуса.

За вторую точку в абсолютной температурной шкале принята температура, при которой вода одновременно находится в трех состояниях (твердом, жидком и газообразном). Такое состояние получило название *тройная точка*, и оно соответствует температуре по шкале Цельсия  $t = 0,01^{\circ}\text{C}$ .

По термодинамической шкале температуру тройной точки воды приняли равной 273,16 единиц. За единицу абсолютной температуры

условились принимать один *Кельвин* (1 К), размер которого равен одному градусу Цельсия (1°C):

$$1 \text{ K} = 1^\circ\text{C}.$$

Так как температура тройной точки по Международной шкале температур равна  $T = 273,16$  К, а по шкале Цельсия  $t = 0,01^\circ\text{C}$  и, учитывая, что  $1^\circ\text{C} = 1 \text{ K}$ , то соотношение между температурами будет равно:

$$T - t = 273,15^\circ.$$

Отсюда найдем формулы, выражающие связь между термодинамической (или абсолютной) температурой  $T$  и температурой  $t$ , отсчитываемой по шкале Цельсия:

$$T = (t + 273,15) \text{ K} \text{ или } t = (T - 273,15)^\circ\text{C}.$$

На рисунке 29.2 показана простая сравнительная таблица между шкалами Цельсия и Кельвина.

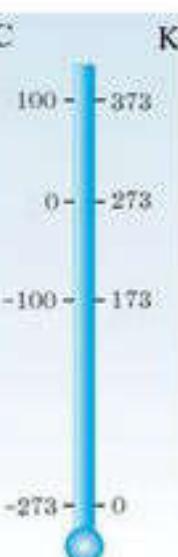


Рис. 29.2

Очевидно, что нуль по абсолютной шкале (абсолютный нуль) равен:

$$0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C}.$$

Поскольку тела состоят из молекул, а температура характеризует внутреннее состояние тел, то можно предположить, что температура каким-то образом связана с движением молекул. Это предположение подтверждает ряд опытных фактов. Так, броуновское движение частиц тем более интенсивно, чем выше температура жидкости. Увеличение скорости диффузии также зависит от повышения температуры среды.

Итак, чем выше температура тела, тем быстрее движутся его молекулы и тем больше их кинетическая энергия. Это означает, что кинетическую энергию движения молекул, как и температуру, можно рассматривать в качестве меры теплового движения молекул.

Теперь выясним, какова же связь между средней кинетической энергией молекул и температурой газа. Для этого рассмотрим описание следующих двух процессов.

1. Если привести в соприкосновение два газа с различными значениями средней кинетической энергии молекул, то в результате беспорядочного движения молекулы сталкиваются между собой. При этом молекулы газа с большой кинетической энергией передают часть своей энергии молекулам газа с меньшей кинетической энергией. Этот процесс передачи энергии продолжается до тех пор, пока средние кинетические энергии молекул не сравняются. Тогда между газами устанавливается тепловое равновесие, хотя столкновения хаотически движущихся молекул продолжаются.

2. Но, как известно, аналогично ведут себя тела, имеющие неодинаковую температуру. При соприкосновении двух тел, нагретых до различных температур, происходит передача энергии от одного тела к другому. При этом температура более нагревшего тела уменьшается, а менее нагревшего — увеличивается. Тепловое равновесие наступает, когда температуры обоих тел становятся одинаковыми.

Из сопоставления этих двух описаний процесса перехода к тепловому равновесию можно сделать следующее заключение: *средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул и температура одинаково характеризуют процесс перехода к тепловому равновесию тел: первая — микроскопически, вторая — макроскопически.* При соприкосновении тел обе эти величины выравниваются, т. е. устанавливается тепловое равновесие тел. Следовательно, между абсолютной температурой идеального газа и средней кинетической энергией молекулы существует количественная связь:

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} \sim T. \quad (29.1)$$

*Средняя кинетическая энергия молекул  $\bar{W}_k$  пропорциональна абсолютной температуре газа  $T$ .*

Чтобы пропорциональную зависимость в выражении (29.1) записать в виде равенства, вводят размерный коэффициент  $\frac{3}{2} k$ . Тогда:

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} k \text{ или } \bar{W}_k = \frac{3}{2} kT.$$

Коэффициент  $k$  называют *постоянной Больцмана*. Он показывает, насколько изменится кинетическая энергия одной молекулы при изменении температуры на один градус. Постоянная Больцмана является важнейшей постоянной в молекулярно-кинетической теории. С помощью различных методов экспериментально было определено *численное значение постоянной Больцмана*:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Итак, *абсолютная температура тела является мерой средней кинетической энергии движения молекул.*

В этом заключается молекулярно-кинетический смысл температуры. Этот вывод справедлив не только для идеального газа, но и для вещества в любом состоянии.



### Вопросы для самоконтроля

1. Что понимают под *тепловым, или термодинамическим равновесием тел*?
2. Чем отличаются горячие и холодные тела?
3. На чем основан метод измерения температуры?
4. Какая величина одинакова для газов, находящихся в состоянии теплового равновесия друг с другом?
5. Какие свойства тел используются в термометрах?
6. В чем заключается принцип построения абсолютной температурной шкалы? Какова единица абсолютной (термодинамической) температуры?
7. Что такое *абсолютный нуль температуры*?
8. Каково соотношение между абсолютной температурой и температурой по шкале Цельсия?
9. Какая связь существует между температурой и средней кинетической энергией поступательного движения молекул газа?



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

Рассмотрите примеры установления теплового равновесия тел, окружающих вас в повседневной жизни.

### Объясните

- Измерьте температуру тела и объясните принцип действия ртутного термометра.
- Можно ли говорить о температуре одной или нескольких молекул? Ответ обоснуйте.
- В чем отличие между абсолютной шкалой температур и шкалой Цельсия? Что у них общего?

### Исследуйте

Воспользовавшись справочником по физике, определите интервалы температур, в которых можно использовать ртутный и спиртовой термометры.

### Анализируйте

- Каковы отличительные признаки состояний теплового равновесия?
- Как выразить в кельвинах следующие температуры:  $27^{\circ}\text{C}$ ;  $-175^{\circ}\text{C}$ ;  $100^{\circ}\text{C}$ ;  $0^{\circ}\text{C}$ ? Приведите расчеты.
- Как записать в  $^{\circ}\text{C}$  следующие температуры:  $4\text{ K}$ ;  $180\text{ K}$ ;  $310\text{ K}$ ;  $420\text{ K}$ ? Приведите расчеты.

### Творите

Придумайте задачу на определение связи между температурой и средней кинетической энергией поступательного движения молекул газа.

### Решайте

- Во сколько раз изменится средняя кинетическая энергия атома неона при уменьшении его абсолютной температуры на 30%?  
(Ответ: уменьшится в 1,43 раза)
- Определите кинетическую энергию  $10^5$  атомов гелия при температуре  $47^{\circ}\text{C}$ .  
(Ответ:  $6,62 \cdot 10^{-16}$  Дж)
- Гелий находится при температуре  $27^{\circ}\text{C}$ . Кинетическая энергия теплового движения всех молекул газа  $10$  Дж. Определите число молекул гелия.  
(Ответ:  $1,6 \cdot 10^{21}$ )
- Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа  $480$  м/с при температуре  $296$  К. Сколько молекул содержится в  $10$  г этого газа?  
(Ответ:  $1,88 \cdot 10^{25}$ )

### Рефлексия

- Что на вас произвело наибольшее впечатление?
- Пригодятся ли вам знания, приобретенные на этом уроке, в дальнейшей жизни?
- Что нового вы узнали на уроке?
- Что вы считаете нужным запомнить?
- Над чем еще надо поработать?

## § 30. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов



**Ключевые понятия:** идеальный газ, основное уравнение молекулярно-кинетической теории, закон Авогадро.

На этом уроке вы: познакомитесь с основным уравнением молекулярно-кинетической теории газов и научитесь применять его при решении задач.

Для того чтобы найти количественную связь между макромиром и микромиром, необходимо максимально упростить задачу. Молекулы различных газов отличаются друг от друга и размерами, и массой, и соединениями. Кроме того, силы взаимодействия между молекулами разных газов тоже различны. Если учитывать все эти факторы, то наша задача значительно усложнится. Поэтому для упрощения расчетов в молекулярно-кинетической теории была введена простейшая физическая модель реального газа — *идеальный газ*. Такого газа не существует, но он необходим нам для установления связи между микро- и макромирами. В то же время идеальный газ должен отражать наиболее характерные свойства реального газа.

*Идеальный газ* — это газ, молекулы которого представляют собой абсолютно упругие шарики бесконечно малого объема, взаимодействие между которыми проявляется только при непосредственном столкновении их друг с другом или со стенками сосуда. Между столкновениями молекулы движутся по инерции. Удары молекул друг о друга и о стени сосуда, в котором находится газ, рассчитываются по законам упругого взаимодействия.

Проще всего установить связь между состоянием макротела и поведением микрочастиц в нем, рассчитав среднее давление газа на стеки сосуда, в котором он находится. Выделим в сосуде *ABCD* стенку площадью  $S$ , перпендикулярную координатной оси  $Ox$  (рис. 30.1). Каждая молекула массой  $m_0$ , подлетающая к стенке со скоростью, обладает импульсом  $m_0 v_x$ . Так как удар абсолютно упругий, то импульс молекулы изменится на противоположный, следовательно,

изменение импульса молекулы будет равно  $-2m_0 v_x$ . Точно такой же по модулю импульс молекула передает стенке:  $2m_0 v_x$ . Молекул много, и каждая из них передает стенке при столкновении такой же импульс. За время  $t$  они передадут стенке импульс  $2m_0 v_x z t$ , где  $z$  — число столкновений всех молекул со стекой в единицу времени. Число столкновений прямо пропорционально концентрации

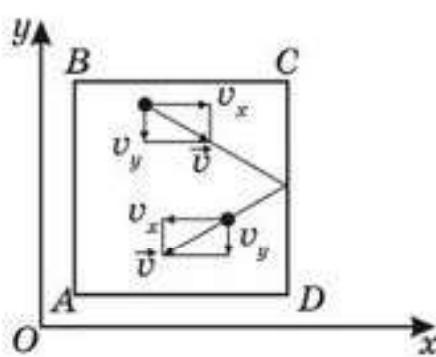


Рис. 30.1

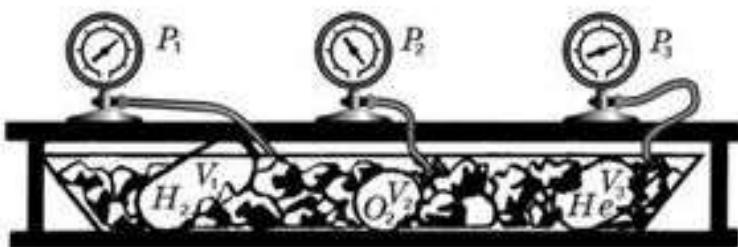


Рис. 30.2

молекул  $n = \frac{N}{V}$ . Кроме того, число  $z$  пропорционально скорости молекул. Чем больше эта скорость, тем большее число молекул успеет столкнуться со стенкой. Кроме того, число столкновений пропорционально площади поверхности стенки  $S$ . Помимо этого, надо учесть, что в среднем только половина всех молекул движется к стенке. Другая же половина движется от нее в обратном направлении. Поэтому  $z = \frac{1}{2} m v_x S$ , и полный импульс, переданный стенке за время  $t$ , будет:  $2m_0 v_x z t = m_0 n v_x^2 S t$ . Согласно второму закону Ньютона: *импульс силы равен изменению импульса тела*, т. е.  $Ft = m_0 n v_x^2 S t$ . Учтем и тот факт, что не все молекулы имеют одинаковую скорость  $v_x$ . В действительности средняя сила, действующая на стенку, пропорциональна не  $v_x^2$ , а среднему квадрату скорости  $\bar{v}^2$ , который равен  $\bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$ .

Тогда  $F = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 S$ . Давление газа на стенки сосуда будет равно:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2.$$

Уравнение:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2, \quad (30.1)$$

или

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2, \quad (30.2)$$

называется *основным уравнением молекулярно-кинетической теории*. Его назвали так потому, что: 1) оно связывает между собой микро- и макромир; 2) позволяет теоретически получить все газовые законы, открытые экспериментально; 3) дает информацию о процессах, происходящих в микромирах.

Основное уравнение можно записать и так:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 \frac{2}{2} = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{2}{3} n \bar{W}_{k_0}. \quad (30.3)$$

Из этого уравнения следует, что *давление идеального газа пропорционально средней кинетической энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объема, т. е. плотности кинетической энергии*.

Для того чтобы получить еще одну форму записи основного уравнения молекулярно-кинетической теории, обратимся к опыту. Возьмем несколько сосудов, заполненных различными газами, например, водородом, гелием и кислородом. Сосуды имеют определенные объемы и снабжены манометрами, которые позволяют следить за изменением давления в сосудах. Известна масса газов в сосудах, а, следовательно, и число молекул в каждом из них. Приведем газы в состояние теплового равновесия. Для этого поместим сосуды в тающий лед и подождем, пока давление на манометрах перестанет изменяться (рис. 30.2). После этого можно будет утверждать, что температура всех газов равна 0°C. Давление газов  $p$ , их объемы  $V$  и число молекул  $N$  различны.

Найдем отношение  $\frac{pV}{N}$  для водорода. Если, к примеру, 1 моль водорода занимает объем 0,1 м<sup>3</sup>, то при температуре 0°C давление водорода будет равным 22,65 кПа. Отсюда получаем, что:

$$\frac{pV}{N_A} = \frac{22,35 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \text{ Па} \cdot \text{м}^3}{6,02 \cdot 10^{23}} = 3,76 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Расчеты показали, что и для других газов величина  $\frac{pV}{N}$  получается точно такой же. Обозначим эту величину  $\Theta_0 = \frac{pV}{N}$ .

Теперь поместим сосуды с этими же газами в кипящую воду при нормальном атмосферном давлении и найдем, что величина  $\frac{pV}{N}$  по-прежнему будет одной и той же для различных газов, но немного большей:  $\Theta_{100} = \frac{pV}{N} = 5,14 \cdot 10^{-21}$  Дж. Величина  $\Theta$  называется *энергетической температурой*. Она измеряется в джоулях.

Мы с вами привыкли, что температура измеряется в градусах. Тогда можно считать, что энергетическая температура и температура, измеряемая в градусах, связаны прямо:  $\Theta = kT$ , где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

Вычислим численное значение этого коэффициента:

$$\Theta_{100} - \Theta_0 = k(T_2 - T_1), \text{ где } T_2 = 373 \text{ К, а } T_1 = 273 \text{ К.}$$

Отсюда получим, что

$$\frac{\Theta_{100} - \Theta_0}{T_2 - T_1} = \frac{5,14 - 3,76}{100} \cdot 10^{-21} \text{ Дж/К} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Коэффициент  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К является *постоянной Больцмана*. Она связывает *энергетическую температуру* с *температурой, измеряемой в кельвинах*.

Обратимся теперь к основному уравнению молекулярно-кинетической теории:

$$p = \frac{2}{3}n\overline{W}_{k_0} = \frac{2}{3}\frac{N\overline{W}_{k_0}}{V},$$

где  $\overline{W}_{k_0}$  — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа. Отсюда получим, что  $\frac{pV}{N} = \frac{2}{3}\overline{W}_{k_0}$ . Так как нами только что было доказано, что  $\frac{pV}{N} = kT$ , то получим, что левые части последних уравнений равны, значит, равны и их правые части. Следовательно,

$$\overline{W}_{k_0} = \frac{3}{2}kT. \quad (30.4)$$

Формула (30.4) показывает, что *средняя кинетическая энергия хаотического движения молекул газа пропорциональна его абсолютной температуре*. Подставим это значение средней кинетической энергии поступательного движения молекулы идеального газа в основное уравнение молекулярно-кинетической теории и получим:

$$p = \frac{2}{3}n\overline{W}_{k_0} = \frac{2}{3}n\frac{3}{2}kT = nkT. \quad (30.5)$$

Это еще одна форма записи основного уравнения молекулярно-кинетической теории. Из уравнения  $p = nkT = \frac{N}{V}kT$  следует, что *в равных объемах газов при одинаковых температурах и давлениях содержится одинаковое число молекул — закон Авогадро*.



### Вопросы для самоконтроля

1. Для какой цели было введено понятие *идеальный газ*? Опишите модель идеального газа.
2. Как вывести основное уравнение молекулярно-кинетической теории?
3. Что называется *энергетической температурой*?
4. Назовите три формы записи основного уравнения молекулярно-кинетической теории.
5. Как средняя кинетическая энергия хаотического движения молекул связана с температурой системы?

## Примеры решения задач

**1.** Капелька воды имеет массу 1 нг. Из скольких молекул она состоит?

*Решение.* Число молекул в капле найдем по формуле:  $N = VN_A$ , где  $V = \frac{m}{M}$  — количество вещества,  $N_A$  — число Авогадро,  $M$  — молярная масса воды, тогда  $N = \frac{m}{M}N_A = \frac{10^{-12} \text{ кг} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}}{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 3,3 \cdot 10^3 \text{ молекул}$ .

**2.** Плотность неизвестного газа  $\rho = 0,09 \text{ кг}/\text{м}^3$ . При этом в объеме  $V = 0,1 \text{ м}^3$  содержится  $N = 2,7 \cdot 10^{24}$  молекул. Какой это газ? Определить его молярную массу.

*Решение.* Массу газа можно найти, используя следующие две формулы:  $m = \rho V$  и  $m = m_0 N$ , где  $m_0 = \frac{m}{N_A}$  — масса молекулы газа. Тогда  $\rho V = \frac{m}{N_A} \cdot N$ , отсюда  $M = \frac{\rho V \cdot N_A}{N}$ .  $M = \frac{0,09 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,1 \text{ м}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{2,7 \cdot 10^{24}} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ . Это водород  $\text{H}_2$ .

**3.** Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до  $p = 10^{-12} \text{ мм рт. ст.}$  Сколько молекул газа содержится в объеме  $V = 1 \text{ см}^3$  при этом давлении и температуре  $t = 48^\circ\text{C}$ ?

*Решение.* Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории газов, давление идеального газа равно:

$$p = nkT, \text{ где } n = \frac{N}{V} \text{ — концентрация молекул.}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \text{ — постоянная Больцмана.}$$

$$T = (t + 273) \text{ К} \text{ — абсолютная температура газа.}$$

$$\text{Тогда } p = \frac{N}{V} kT. \text{ Отсюда } N = \frac{pV}{kT}; N = \frac{10^{-12} \cdot 133 \text{ Па} \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 321 \text{ К}} \approx 30000 \text{ шт.}$$

**4.** Давление газа в закрытом сосуде увеличилось после его нагревания в 16 раз ( $p_2 = 16p_1$ ). Во сколько раз изменилась средняя квадратичная скорость его молекул?

*Решение.* Запишем основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов для двух состояний газа:  $p_1 = \frac{1}{3}m_0n v_{01}^2$  и  $p_2 = \frac{1}{3}m_0n v_{02}^2$ ;

$$\text{так как } p_2 = 16p_1, \text{ то } \frac{1}{3}m_0n v_{02}^2 = 16 \cdot \frac{1}{3}m_0n v_{01}^2.$$

Отсюда  $v_{02} = 4v_{01}$ , т. е. средняя квадратичная скорость молекул газа возросла в 4 раза.



## Творческая мастерская

### Объясните

- Поясните, почему при выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории учет столкновений между молекулами не влияет на окончательный результат?
- Каков физический смысл постоянной Больцмана?
- Почему основное уравнение молекулярно-кинетической теории называется основным уравнением?

### Иследуйте

Сравните давление кислорода и водорода при одинаковых концентрациях молекул и равных средних квадратичных скоростях их движения.

### Анализируйте

- О чём говорит закон Авогадро?
- Какие упрощающие предположения были использованы при выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории для идеального газа?

### Решайте

- Каким может быть наименьший объём баллона, содержащего кислород массой 6,4 кг, если его стенки при температуре 20°C выдерживают давление 1568 Н/см<sup>2</sup>?

(Ответ: 31 л)

- До какой температуры  $T$ , при постоянном давлении  $p = 10^5$  Па надо нагреть кислород, чтобы его плотность стала равна плотности водорода при том же давлении и температуре  $T_2 = 200$  К?

(Ответ: 3200 К)

- Найдите формулу соединения углерода с кислородом, если известно, что это вещество в газообразном состоянии массой  $m = 1$  г при температуре  $t = 27^\circ\text{C}$  и давлении  $p = 5,6 \cdot 10^4$  Па занимает объем  $V = 1$  дм<sup>3</sup>.

(Ответ: CO<sub>2</sub>)

### Рефлексия

- Что на вас произвело наибольшее впечатление?
- Пригодятся ли вам знания, приобретенные на этом уроке, в дальнейшей жизни?
- Что нового вы узнали на уроке?
- Что вы считаете нужным запомнить?
- Над чем еще надо поработать?



**Молекулярно-кинетическая теория** — раздел молекулярной физики, изучающий тепловые явления с учетом внутреннего строения вещества.

Основные положения молекулярно-кинетической теории:

- 1) все тела состоят из микрочастиц;
- 2) микрочастицы в теле непрерывно и хаотично движутся;
- 3) микрочастицы в теле взаимодействуют друг с другом, причем силы эти электромагнитной природы.

Эти положения имеют экспериментальное подтверждение (например, диффузия, броуновское движение, опыт Штерна).

**Термодинамические параметры** — это физические величины, которые характеризуют состояние макросистемы в целом. К ним относятся давление газа, объем, температура.

**Температура** характеризует внутреннее состояние изолированной системы тел, находящихся в термодинамическом равновесии.

*Чем выше температура тела, тем быстрее движутся его молекулы и тем большая их кинетическая энергия.*

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул прямо пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$\overline{W}_{k_0} = \frac{3}{2} kT,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана. Она связывает энергетическую температуру с абсолютной температурой.

Средняя квадратичная скорость хаотичного движения молекул пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$v_0 = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

**Идеальный газ** — это газ, молекулы которого представляют собой абсолютно упругие шарики бесконечно малого объема, не взаимодействующие друг с другом.

Связь микромира с макромиром устанавливает основное уравнение молекулярно-кинетической теории:  $p = \frac{1}{3} m v_0^2$ , или  $p = \frac{2}{3} n W_k$ , или  $p = nkT$ .

Из уравнения  $p = nkT = \frac{N}{V} kT$  следует, что в равных объемах газов при одинаковых температурах и давлениях содержится одинаковое число молекул — закон Авогадро.

## Глава 7. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

### § 31. Уравнение состояния идеального газа



**Ключевые понятия:** уравнение состояния идеального газа, универсальная газовая постоянная.

На этом уроке вы: познакомитесь с физическим смыслом универсальной газовой постоянной, научитесь применять уравнение состояния идеального газа при решении задач.

**Уравнение состояния идеального газа.** Для того чтобы установить, в каком состоянии находится газ, нам необходимо знать его термодинамические параметры: давление  $p$ , температуру  $T$ , объем  $V$ . Изменение одного из термопараметров приводит к изменению других его параметров. Уравнение, которое связывает между собой термодинамические параметры, называется *уравнением состояния газа*. Выведем это уравнение, используя основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

Нам известно, что  $p = nkT$ . Так как концентрация молекул газа по определению равна  $n = \frac{N}{V}$ , то  $p = \frac{N}{V}kT$ , откуда следует, что  $pV = NkT$ . Число молекул газа найдем, зная количество вещества газа:  $N = VN_A = \frac{m}{M}N_A$ . С учетом этого получим:  $pV = \frac{m}{M}N_AkT$ .

Величина, равная произведению двух постоянных чисел — постоянной Авогадро и постоянной Больцмана, сама будет постоянной величиной. Ее назвали *универсальной газовой постоянной*:

$$R = kN_A. \quad (31.1)$$

$$R = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}.$$

С учетом сказанного получим, что для идеального газа справедливо следующее уравнение:

$$pV = \frac{m}{M}RT. \quad (31.2)$$

Это уравнение называется *уравнением состояния идеального газа*. В таком виде оно впервые было получено русским ученым Дмитрием Ивановичем Менделеевым (1834—1907) и поэтому носит название *уравнение Менделеева — Клапейрона*. Бенуа Клапейрон (1799—1864), французский физик и инженер, работавший в течение 10 лет в России, получил уравнение состояния идеального газа раньше Менделеева (в 1834 г.), но в другой форме.

Уравнение состояния идеального газа — первое из замечательных обобщений в физике, вобравшее в себя ряд экспериментально открытых газовых законов. Именно к таким обобщениям стремится физика — к нахождению наиболее общих законов, не зависящих от тех или иных веществ.

Если переписать уравнение Менделеева — Клапейрона в виде  $\frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R$ , то получим, что в правой части уравнения расположена постоянная величина, зависящая только от молярной массы газа, т. е. для данной массы газа эта величина постоянная. Тогда можно записать:

$$\frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (31.3)$$

Именно в таком виде и получил *уравнение состояния идеального газа* Б. Клапейрон.

Приведем еще один интересный факт. Если написать уравнение состояния для одного моля идеального газа, находящегося при нормальных условиях, т. е. при давлении  $p = 101\ 325$  Па и температуре  $T = 273$  К, то газ займет объем  $V = 22,4$  л/моль. Тогда величина  $\frac{pV}{T} = \frac{101325 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{м}^3}{273 \text{ К} \cdot \text{моль}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$  — это и есть *универсальная газовая постоянная*. (Подумайте, что означает этот факт.)



### Вопросы для самоконтроля

1. Какое уравнение называют *уравнением состояния идеального газа*?
2. Как вывести уравнение состояния идеального газа?
3. Почему газовая постоянная называется *универсальной*?
4. Таким образом можно проверить применимость уравнения состояния идеального газа для описания свойств реальных газов?
5. Выведите уравнение Менделеева—Клапейрона.



## Творческая мастерская

**Экспериментируйте**

Измерив размеры физического кабинета, определите массу воздуха в кабинете при температуре  $27^{\circ}\text{C}$  и нормальном атмосферном давлении.

**Объясните**

- Почему при одинаковом давлении горячий воздух легче холодного?
- Со дна водоема поднимается пузырь. Как вы думаете, меняется ли сила, выталкивающая его из воды? Какое значение имеет глубина водоема?

**Исследуйте**

Докажите, что объем одного моля любого идеального газа при нормальных условиях равен  $2,24 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ .

**Решайте**

- Используя уравнение состояния идеального газа, по четырем параметрам, представленным в таблице, определите пятый, неизвестный параметр.

$m, \text{ кг}$	$M, \text{ кг/моль}$	$p, \text{ Па}$	$V, \text{ м}^3$	$T, \text{ К}$
8	$4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^5$	16,6	$x_1$
$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$8,3 \cdot 10^3$	$x_2$	200
64	$32 \cdot 10^{-3}$	$x_3$	24,9	300
7	$x_4$	$10^5$	8,3	400
$x_5$	$44 \cdot 10^{-3}$	$10^7$	$2,49 \cdot 10^{-2}$	300

- 2. Гелий массой 20 г бесконечно медленно переводят из состояния, в котором газ занимает объем 32 л при давлении  $4,1 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , в состояние с термодинамическими параметрами:  $V_2 = 9 \text{ л}$ ;  $p_2 = 15,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$  (рис. 31.1). В каком состоянии температура выше?

(Ответ: в состоянии 2)

3. В сосуде объемом 10 л находится гелий под давлением  $10^5 \text{ Па}$  при  $27^{\circ}\text{C}$ . После того как из сосуда был взят гелий массой 1 г, давление в сосуде понизилось до  $0,9 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . Определите температуру гелия, оставшегося в сосуде.

(Ответ: 722 К)

- \*4. Плотность газа, состоящего из смеси гелия и аргона,  $2 \text{ кг/м}^3$  при давлении 150 кПа и температуре  $27^{\circ}\text{C}$ . Сколько атомов гелия содержится в газовой смеси объемом  $1 \text{ см}^3$ ?

(Ответ:  $6,8 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ )

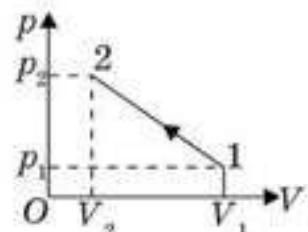


Рис. 31.1

**Рефлексия**

- Изученный материал привлек меня тем...
- Материал показался интересным...

- Заставил задуматься...
- Навел на размышления...

## § 32. Изопроцессы. Графики изопроцессов. Закон Дальтона



**Ключевые понятия:** изопроцессы, изотермический процесс, термостат, закон Бойля—Мариотта, изотерма идеального газа, изобарный процесс, закон Гей-Люссака, изохорный процесс, закон Шарля, закон Дальтона, парциальное давление.

На этом уроке вы: познакомитесь с изотермическим, изобарным и изохорным процессами и научитесь выводить законы Бойля—Мариотта, Гей-Люссака и Шарля, строить графики изопроцессов, применять формулы данных законов для решения задач.

**Изопроцессы.** Из множества процессов, происходящих с газами, для нас наиболее интересны *изопроцессы* — это процессы, происходящие с данной массой газа при каком-то неизменном термопараметре. Так, процесс изменения состояния газа, происходящий при неизменной температуре, называется *изотермическим* (от греч. *isos* — “равный” и *therme* — “тепло”), а процесс, происходящий при неизменном давлении, называется *изобарическим* (*изобарным*) (от греч. *isos* — “равный” и *baros* — “тяжесть, вес”). Если же неизменным остается объем, то процесс называется *изохорическим* (*изохорным*) (от греч. *isos* — “равный” и *chora* — “объем”). Все газовые законы, открытые экспериментально, легко получить из уравнения Менделеева — Клапейрона.

**Изотермический процесс.** Первым из изопроцессов был изучен именно изотермический процесс. Английский физик и химик Роберт Бойль (1627—1691) в 1662 г. и независимо от него в 1676 г. французский физик Эди Мариотт (1620—1684) экспериментально установили, что *при неизменной температуре произведение давления данной массы газа на объем, который она при этом занимает, остается величиной постоянной*, т. е.  $pV = \text{const}$ . Этот закон носит название **закон Бойля — Мариотта**. Теоретически его легко получить, записав уравнение Менделеева — Клапейрона для двух состояний газа:  $p_1 V_1 = \frac{m}{N} RT$  — первое состояние;  $p_2 V_2 = \frac{m}{N} RT$  — второе состояние. Правые части этих уравнений равны, следовательно, равны и левые:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \quad (32.1)$$

Для осуществления изотермического процесса на практике, необходимо, чтобы исследуемый газ находился в хорошем тепловом контакте с окружающей средой, масса которой велика, а температура все время остается неизменной. Такая среда называется *термостатом*. Экспериментально подтвердить закон Бойля — Мариотта можно с помощью трубки Мельде — это запаянная с одного конца стеклянная трубка,

в которой находится воздух, отделенный от наружного столбиком ртути. Меняя положение трубки, мы изменяем объем и давление воздушного столбика, которые можно измерить линейкой и манометром. Произведение давления на объем каждый раз остается неизменным. Закон Бойля — Мариотта справедлив для достаточно широкого диапазона давлений и температур. Только при очень больших давлениях (порядка сотен атмосфер) наблюдаются существенные отклонения.

Как следует из закона Бойля — Мариотта, давление данной массы газа при изотермическом процессе обратно пропорционально зависит от объема, т. е. гиперболически зависит от объема. Изобразим эту зависимость графически (рис. 32.1) в координатах  $pV$ . Полученная кривая называется *изотермой идеального газа*. Для разных температур характер зависимости давления газа от объема не изменяется, только с ростом температуры кривая удаляется от координатных осей. Здесь мы имеем дело с "семейством" изотерм.

Графически изотермический процесс можно представить и в других координатах (рис. 32.2).

**Изобарный процесс.** Французский химик и физик Жозеф Гей-Люссак (1778—1850) в 1802 г. экспериментально установил, что *при неизменном давлении объем данной массы газа линейно зависит от температуры*, т. е.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (32.2)$$

Этот закон носит название *закона Гей-Люссака*. Его тоже легко вывести теоретически, применив уравнение Менделеева — Клапейрона к двум разным состояниям газа:  $pV_1 = \frac{m}{M}RT_1$  — первое состояние и  $pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$  — второе состояние. Разделив первое уравнение на второе, имеем:  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ . Сам же Гей-Люссак вывел этот закон в виде

$V = V_0(1 + \alpha_p T)$ , где  $\alpha_p$  — температурный коэффициент объемного

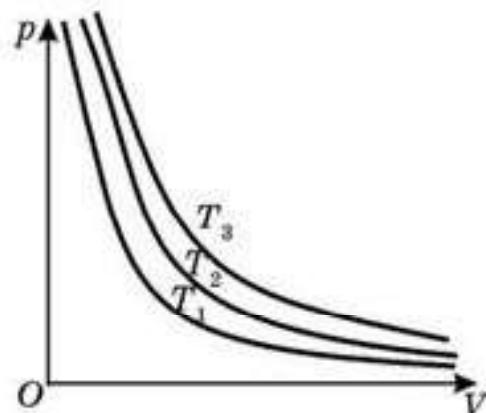


Рис. 32.1

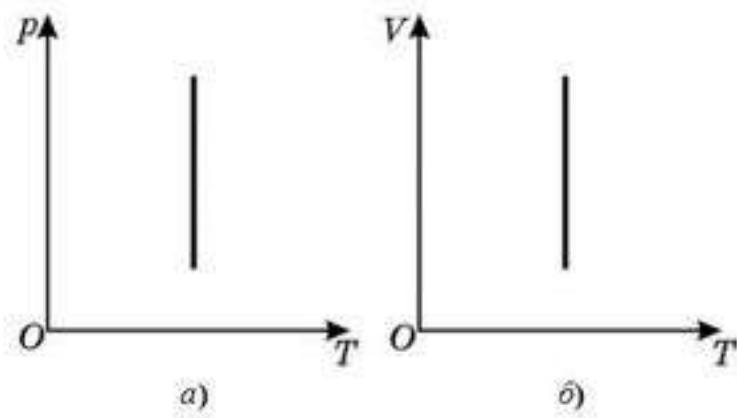


Рис. 32.2

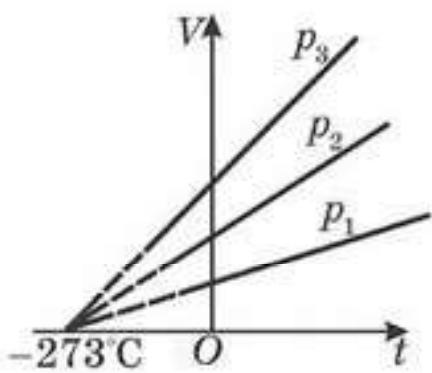


Рис. 32.3

расширения. Опыт показывает, что при малых плотностях практически для всех газов  $\alpha_v \approx \frac{1}{273} \frac{1}{^{\circ}\text{К}}$ .

Поскольку зависимость объема идеального газа от температуры при изобарном процессе линейная, то графиком этого процесса в координатах  $VT$  будет прямая, которую называют *изобарой*. На рисунке 32.3 изображено “семейство” изобар, причем чем меньше угол наклона изобары, тем выше давление в процессе, но все изобары начинаются в точке, температура которой равна  $-273^{\circ}\text{C}$ .

Удобнее изображать графическую зависимость в координатах  $VT$ . В этих координатах все изобары будут выходить из абсолютного нуля температур (рис. 32.4).

**Изохорный процесс.** Этот процесс был изучен французским физиком и изобретателем Жаком Шарлем (1746—1823). В 1787 г. он экспериментальным путем установил, что *при неизменном объеме давление данной массы газа прямо пропорционально его температуре*, т. е.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (32.3)$$

Это и есть **закон Шарля**. Он открыл свой закон гораздо раньше Гей-Люссака, но результаты исследований опубликовал позднее. Совершенно ясно, что и этот закон можно получить, используя уравнение Менделеева — Клапейрона. (Попробуйте это сделать самостоятельно.)

Между давлением газа и его температурой в случае изохорного процесса зависимость линейная. В координатах  $pT$  эта прямая называется *изохорой*. На рисунке 32.5 изображено “семейство” изохор, причем чем меньше угол наклона изохоры, тем больше объем газа.

На основе закона Шарля работает один из наиболее точных термометров — *газовый*, представляющий собой сосуд, заполненный азотом, аргоном или гелием. Сосуд соединен гибкой трубкой с ртутным

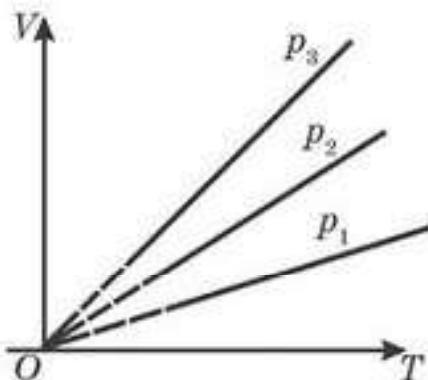


Рис. 32.4

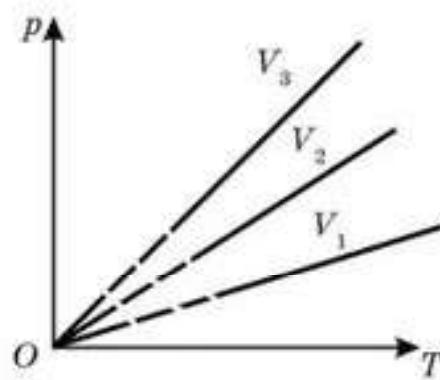


Рис. 32.5

манометром, который измеряет давление газа и поддерживает его постоянный объем (рис. 32.6). По показаниям манометра можно судить о температуре газа. Газовый термометр используется в основном для градуировки более простых термометров.

Мы с вами рассмотрели характер протекания трех изопроцессов, построили их графики, определили границы их применения.

**Закон Дальтона.** Кроме этих трех законов можно отметить еще один важный закон, который был открыт английским физиком и химиком Джоном Дальтоном (1766—1844). Об этом законе мы уже говорили ранее. Остановимся на нем подробнее.

Закон Дальтона, открытый в 1801 г., определяет давление смеси газов и конкретный “вклад” в это общее давление отдельных компонентов смеси. В реальной жизни мы чаще всего имеем дело не с чистым газом, а со смесью газов. Так, например, воздух состоит из азота, кислорода, углекислого газа и многих других газов. Вот Дальтон и решил определить давление смеси газов. Для этого он ввел новое понятие — *парциальное (частное) давление*.

*Парциальным давлением называется давление, которое оказывал бы каждый газ из смеси, если бы он один занимал весь данный объем.* Дальтон установил, что *давление смеси газов равно сумме парциальных давлений всех газов, составляющих данную смесь*, т. е.  $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ . Это и называется *законом Дальтона*. Его так же легко получить, используя основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$p = nkT = \frac{N}{V} kT = \frac{(N_1 + N_2 + \dots + N_n)}{V} kT = \frac{N_1}{V} kT + \frac{N_2}{V} kT + \dots + \frac{N_n}{V} kT = n_1 kT + n_2 kT + \dots + n_n kT = p_1 + p_2 + \dots + p_n.$$

Т. е.

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (32.4)$$

Закон Дальтона позволяет рассчитать молярную массу смеси газов при любом соотношении масс составляющих ее газов.

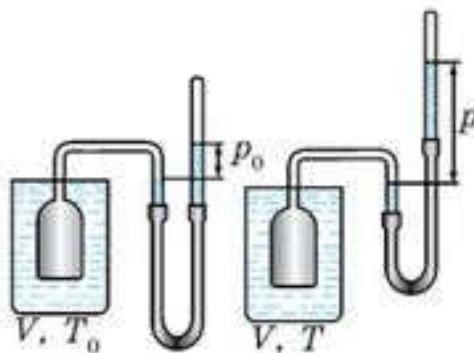


Рис. 32.6



### Вопросы для самоконтроля

1. Какие процессы называются изопроцессами?
2. Что такое изотермический процесс? Выведите закон Бойля—Мариотта.
3. Что такое изобарный процесс? Выведите закон Гей-Люссака.
4. Что называется изохорным процессом? Выведите закон Шарля.
5. Как осуществить изотермический, изохорный и изобарный процессы?
6. Как формулируется закон Дальтона?

## Примеры решения задач

**1.** Температуру воздуха в комнате подняли с  $t_1 = 7^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 27^\circ\text{C}$ . Какая масса воздуха должна выйти из комнаты, чтобы давление осталось неизменным,  $p = 10^5 \text{ Па}$ ? Объем воздуха в комнате  $V = 60 \text{ м}^3$ .

*Решение.* Запишем уравнение Менделеева—Клапейрона для двух состояний воздуха в комнате:

а) до нагревания:  $pV = \frac{m_1}{M}RT_1$ , где  $T_1 = (t_1 + 273)\text{К}$ ;

б) после прогрева:  $pV = \frac{m_2}{M}RT_2$ , где  $T_2 = (t_2 + 273)\text{К}$ .

Тогда масса воздуха, вышедшего из комнаты, будет равна

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{pVM}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right), \text{ или}$$

$$\Delta m = \frac{\rho VM(T_2 - T_1)}{RT_1 T_2} = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 60 \text{ м}^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 20 \text{ К}}{8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 280 \text{ К} \cdot 300 \text{ К}} \approx 5 \text{ кг}.$$

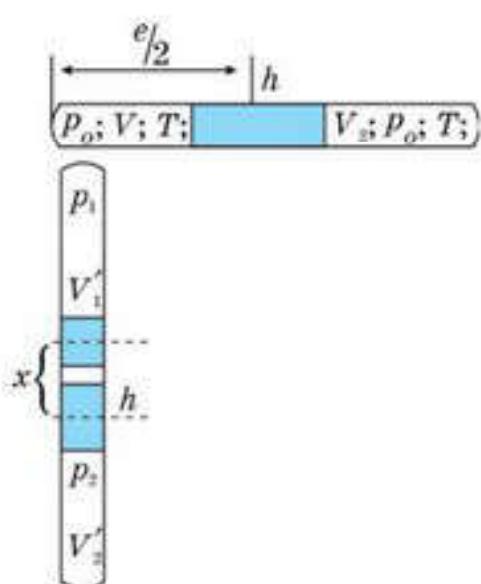


Рис. 32.7

**2.** Посередине запаянной с обоих концов горизонтальной трубы находится столбик ртути длиной  $h = 10 \text{ см}$ . В обеих половинах трубы находится воздух под давлением  $p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.}$  Длина трубы  $l = 1 \text{ м}$ . На какое расстояние сместится столбик ртути, если трубку поставить вертикально?

*Решение.* Изобразим ситуацию на рисунке 32.7. Смещение столбика ртути закончится в тот момент, когда давление воздуха в нижней части трубы  $p_2$  уравновесит суммарное давление воздуха, в верхней части  $p_1$  и гидростатическое давление ртутного столбика  $\rho gh$ , т. е.

$$p_2 = p_1 + \rho gh. \quad (1)$$

Применим уравнение Менделеева—Клапейрона к двум состояниям газа в левой части трубы и в верхней части трубы, стоящей вертикально:

$$p_0 S \left( \frac{l}{2} - \frac{h}{2} \right) = VRT, \quad (2)$$

и

$$p_1 S \cdot \left( \frac{l-h}{2} + x \right) = VRT. \quad (3)$$

Аналогично, запишем это уравнение для правой части трубы и нижней части трубы во втором состоянии:

$$p_0 S \left( \frac{l-h}{2} \right) = VRT, \quad (4)$$

$$p_2 S \cdot \left( \frac{l-h}{2} - x \right) = VRT. \quad (5)$$

Тогда

$$p_0 S \left( \frac{l-h}{2} \right) = p_1 S \left( \frac{l-h}{2} + x \right), \quad p_0 S \left( \frac{l-h}{2} \right) = p_2 \cdot S \left( \frac{l-h}{2} - x \right).$$

Отсюда  $p_1 = \frac{p_0 \left( \frac{l-h}{2} \right)}{\frac{l-h}{2} + x}$ ;  $p_2 = \frac{p_0 \left( \frac{l-h}{2} \right)}{\frac{l-h}{2} - x}$ . Подставив  $p_2$  и  $p_1$  в (1), получим:

$$\frac{p_0 (l-h)}{l-h-2x} = \frac{p_0 (l-h)}{l-h+2x} + \rho gh, \text{ так как } p_0 = \rho gH, \text{ где } H = 760 \text{ мм; то}$$

$$\frac{\rho gH(l-h)}{l-h-2x} = \rho g \left[ \frac{H(l-h)}{l-h+2x} + h \right] \text{ или } \frac{H(l-h)4x}{(l-h)^2 - 4x^2} = h.$$

$$\text{Отсюда } x = \frac{2(l-h) \left( \sqrt{H^2 + h^2} - H \right)}{2h} = 1,6 \text{ см.}$$

3. Летом в Алматы жаркая погода. Температура воздуха  $+42^\circ\text{C}$ . Как в этих условиях измерить медицинским термометром температуру тела человека?

*Ответ*: необходимо предварительно охладить термометр в холодильнике или, встряхнув его несколько раз, сразу же поместить в подмышку.



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

Вы надули щеки. При этом и объем, и давление воздуха во рту увеличиваются. Как это согласовать с законом Бойля—Мариотта?

### Объясните

- Почему газовая постоянная  $R$  называется универсальной?
- Почему при одинаковом давлении горячий воздух легче холодного?
- Дайте качественное объяснение газовых законов на основе молекулярно-кинетической теории.

### Исследуйте

- Постройте изохору идеального газа в координатах  $VT$ ,  $pT$  и  $pV$ . Как расположены изохоры одной и той же массы газа при разных объемах на этих графиках?
- Постройте изотерму идеального газа в координатах  $pV$ ,  $TV$  и  $pT$ . Как расположены изотермы одной и той же массы газа при разных температурах на этих графиках?
- Постройте изобару идеального газа в координатах  $pT$ ,  $TV$  и  $pV$ . Как расположены изобары одной и той же массы газа при разных давлениях на этих графиках?

### Анализируйте

- При надувании воздушного шарика температура и давление воздуха в нем практически не изменяются, а объем заметно увеличивается. Как это согласовать с законом Бойля—Мариотта?
- Как, используя закон Дальтона, вывести формулу для расчета молярной массы смеси двух газов, массы и молярные массы которых соответственно равны  $m_1$  и  $M_1$ ,  $m_2$  и  $M_2$ ?

### Решайте

- При изотермическом сжатии объем газа уменьшился на  $\Delta V_1 = 2$  л. При этом его давление возросло на 20%. На сколько процентов увеличилось бы давление, если бы объем был уменьшен на  $\Delta V_2 = 4$  л?

(Ответ: 50%)

- В цилиндре под поршнем изобарически охлаждают газ объемом  $V_1 = 10$  л от температуры  $T_1 = 323$  К до температуры  $T_2 = 273$  К. Каков объем газа при температуре  $T_2$ ?

(Ответ: 8,5 л)

- Идеальный газ расширяется по закону  $pV = \text{const}$ , где  $p$  — давление газа;  $V$  — занимаемый им объем. Найдите первоначальную температуру газа  $T_1$ , если при увеличении его объема в три раза температура оказалась равной  $T_2 = 100$  К.

(Ответ: 300 К)

- Какая масса углекислого газа  $\text{CO}_2$  растворена в бутылке с лимонадом объемом 0,5 л, если на одну молекулу газа приходится  $5,56 \cdot 10^5$  молекул воды?

(Ответ: 2,2 мг)

- Оцените среднее расстояние между молекулами газа при нормальных условиях.

(Ответ: 3,35 нм)

■6. Капелька воды, взвешенная в воздухе, движется со средней квадратичной скоростью  $v = 1,7 \text{ м/с}$ . Радиус капли  $10^{-6} \text{ см}$ . Найдите температуру воздуха.

(Ответ: 290 К)

7. При давлении  $10^5 \text{ Па}$  плотность воздуха  $1,29 \text{ кг/м}^3$ . Вычислите среднюю квадратичную скорость его молекул.

(Ответ: 482 м/с)

8. На сколько процентов увеличится средняя квадратичная скорость молекул водяного пара при повышении температуры от  $37^\circ\text{C}$  до  $40^\circ\text{C}$ ?

(Ответ: 48%)

9. Газ изотермически сжат от объема  $V_1 = 8 \text{ л}$  до объема  $V_2 = 6 \text{ л}$ . Давление при этом возросло на  $\Delta p = 4 \cdot 10^3 \text{ Па}$ . Определите первоначальное давление.

(Ответ: 12 кПа)

■10. Идеальный газ расширяют изотермически так, что его объем изменяется в 1,4 раза, а давление на  $\Delta p = 2 \text{ атм}$ . Найдите начальное давление газа.

(Ответ: 0,7 МПа)

■11. Электрическая лампа наполнена азотом при давлении  $p_1 = 600 \text{ мм рт. ст.}$ . Объем лампы  $V = 500 \text{ см}^3$ . Какая масса воды войдет в лампу, если под водой у нее отломить кончик при давлении  $p_2 = 760 \text{ мм рт. ст.}$

(Ответ: 105 г)

12. Начертите на  $VT$  и  $pT$  диаграммах процесс, изображенный на рисунке 32.8. Вещество — идеальный газ.

\*13. Аэростат объемом  $V = 300 \text{ м}^3$  наполняется молекулярным водородом при температуре  $T = 300 \text{ К}$  и давлении  $p = 10^5 \text{ Па}$ . Какое время будет затрачено на наполнение оболочки аэростата, если из баллонов каждую секунду переходит в аэростат  $\Delta m = 25 \text{ г}$  водорода? До наполнения газом оболочка аэростата водорода не содержала. Газ считать идеальным.

(Ответ: 16 мин)

14. В колбе емкостью 4 л находятся кислород и азот при температуре  $0^\circ\text{C}$ . Определите давление на стенки сосуда, если массы газов  $m_1 = m_2 = 1 \text{ г}$ .

(Ответ: 38 кПа)

\*15. Посередине горизонтальной трубки, запаянной с обоих концов, находится столбик ртути длиной  $h = 10 \text{ см}$ . В обе половины трубы закачан воздух под давлением  $p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.}$  Длина трубы  $l = 1 \text{ м}$ . На какое расстояние сместится столбик ртути, если трубку поставить вертикально?

(Ответ: 3 см)

\*16. В стеклянной трубке находится воздух, закрытый столбиком ртути длиной 8 см. Если держать трубку открытым концом вверх, то длина воздушного столбика составит 4 см, а если вниз, то его длина будет 5 см. Определите атмосферное давление.

(Ответ: 720 мм рт. ст.)

### Рефлексия

1. Изученный материал привлек меня тем...
2. Материал показался интересным...

3. Заставил задуматься...
4. Навел на размышления...



Уравнение  $pV = \frac{m}{M}RT$  называется **уравнением состояния идеального газа**. Оно было получено русским ученым Д. И. Менделеевым и французским физиком-инженером Бенуа Клапейроном, поэтому носит название *уравнение Менделеева — Клапейрона*.

**Изопроцессы** — это процессы, происходящие с данной массой газа при каком-то неизменном термопараметре.

**Изотермический процесс** — при неизменной температуре произведение давления данной массы газа на объем, который она при этом занимает, остается величиной постоянной, т. е.  $pV = \text{const}$ . Этот закон носит название **закон Бойля — Мариотта**.

**Изобарный процесс** — при неизменном давлении объем данной массы газа линейно зависит от температуры, т. е.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Этот закон носит название **закона Гей-Люссака**.

**Изохорный процесс** — при неизменном объеме давление данной массы газа прямо пропорционально его температуре, т. е.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Это и есть **закон Шарля**.

Все газовые законы, открытые экспериментально, легко получить из уравнения Менделеева — Клапейрона.

**Парциальным давлением** называется давление, которое оказывало бы каждый газ из смеси, если бы он один занимал весь данный объем. Дальтон установил, что **давление смеси газов равно сумме парциальных давлений всех газов, составляющих данную смесь**, т. е.  $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ . Это и называется **законом Дальтона**. Его также легко получить, используя основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Закон Дальтона позволяет рассчитать молярную массу смеси газов при любом соотношении масс составляющих ее газов.

## Глава 8. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

### § 33. Внутренняя энергия



**Ключевые понятия:** термодинамика, термодинамическая система, термодинамический процесс, внутренняя энергия, кинетическая и потенциальная энергии микрочастиц, идеальный газ, универсальная газовая постоянная, многоатомные газы, число степеней свободы, поступательное и вращательное движения молекулы.

На этом уроке вы: узнаете о двух методах изучения тепловых явлений; узнаете, что включает в себя понятие внутренней энергии тела; научитесь рассчитывать внутреннюю энергию идеального газа.

**Тепловые явления и два метода их изучения.** Нам уже известно, что физические процессы, протекающие в телах при их нагревании или охлаждении, называются **тепловыми явлениями**. Исторически сложилось так, что тепловые явления в физике изучаются с двух точек зрения: **термодинамической** и **молекулярно-кинетической**.

К концу XIX в. оформилась наука, получившая название **термодинамика**. Она возникла как раздел физики, изучающий оптимальные способы преобразования теплоты в механическую работу. В основе термодинамики лежат принципы, являющиеся обобщением огромного количества опытных данных. Эти принципы были сформулированы в виде общих законов, которые, не касаясь внутренней структуры веществ, теплового движения молекул и взаимодействия между ними, устанавливают количественные соотношения при превращениях энергии в тепловых процессах.

Одним из основных понятий термодинамики является понятие **термодинамическая система**, под которой понимают тело или группу тел, состоящих из большого числа молекул. В качестве термодинамической системы могут рассматриваться, например, газ, находящийся под поршнем цилиндра; жидкость, налитая в стакан; кусок железа. Все, что не входит в систему и находится вне ее границ, называется **окружающей средой**. В термодинамике оперируют величинами, которые характеризуют вещество в целом, но не имеют смысла применительно к отдельным молекулам. К числу таких величин, называемых **макроскопическими параметрами**, мы можем отнести, например, давление. Ведь не имеет смысла говорить о давлении одной молекулы. Мы можем говорить о давлении газа, подразумевая под этим среднюю силу действия бесчисленных ударов молекул о стенки сосуда. Именно эту среднюю по времени силу действия ударов молекул об единицу площади и фиксирует прибор для измерения давления — манометр.

Состояние термодинамической системы характеризуется определенным набором макроскопических параметров. Например, для описания состояния системы "газ, находящийся под поршнем цилиндра", необходимо задать три параметра: давление  $p$ , объем  $V$ , температура  $T$ . Если термодинамическая система переходит из одного состояния в другое, то говорят, что произошел **термодинамический процесс**.

В то же время мы уже знаем, что существует и другой способ описания тепловых явлений, который называется **молекулярно-кинетической теорией**. В молекулярно-кинетической теории, или в *статистической механике*, как ее еще называют в теоретической физике, все процессы, происходящие внутри тела, объясняются поведением атомов и молекул, из которых оно состоит. Например, процесс плавления твердых тел, при котором происходит разрушение кристаллической решетки, объясняется тем, что энергия, получаемая твердым телом извне, приводит к увеличению амплитуды колебаний атомов в узлах кристаллической решетки. При некотором значении температуры энергия колебательного движения атомов становится настолько большой, что силы притяжения между ними уже не могут удерживать атомы в узлах решетки, и они покидают ее пределы.

Оба метода — термодинамический и молекулярно-кинетический, широко используются для изучения тепловых явлений. При этом они не противоречат друг другу, а, наоборот, зачастую взаимно дополняют друг друга.

**Внутренняя энергия.** Все макроскопические тела наряду с механической энергией обладают и энергией, зависящей от внутреннего состояния тел. Эту энергию назвали *внутренней*. Попробуем, используя уже известные нам знания, выяснить, от каких параметров зависит внутренняя энергия тела.

Согласно основным положениям молекулярно-кинетической теории, все тела состоят из микрочастиц (атомов и молекул). Микрочастицы внутри тела непрерывно и хаотично движутся, следовательно, обладают кинетической энергией. Кроме того, микрочастицы внутри тела взаимодействуют друг с другом, следовательно, обладают и потенциальной энергией. Тогда можно сказать, что *внутренняя энергия тела равна сумме кинетических энергий хаотического движения всех микрочастиц тела в системе отсчета, связанной с его центром масс, и потенциальных энергий взаимодействия всех микрочастиц друг с другом*. Из определения внутренней энергии тела следует, что это понятие не включает в себя ни кинетическую энергию, связанную с движением тела, как целого, ни потенциальную энергию, связанную с нахождением тела в поле каких-либо внешних сил. Вместо этого, оно может включать в себя: кинетическую энергию поступательного, вращательного и колебательного движений молекул, потенциальную

энергию взаимодействия между атомами внутри молекул, а также потенциальную энергию взаимодействия между самими молекулами.

**Внутренняя энергия идеального газа.** Если учесть, что количество молекул макроскопического тела невероятно огромно, то становится понятным, что теоретически рассчитать его внутреннюю энергию не представляется возможным. Ведь это потребовало бы от нас записи и решения гигантского количества уравнений движения для каждой, отдельно взятой молекулы. Даже мощности и быстродействия современных суперкомпьютеров не хватило бы для того, чтобы справиться с этой задачей.

Однако именно тот факт, что число молекул в макроскопических телах огромно, избавляет нас от необходимости учитывать движения каждой молекулы в отдельности. Вместо этого, нам достаточно знать лишь средние значения величин, характеризующих движение молекул, таких как *средняя скорость* или *средняя кинетическая энергия*, рассмотренных нами в главе 6. Применение такого подхода, называемого в молекулярно-кинетической теории *статистическим*, значительно упрощает задачу расчета внутренней энергии термодинамической системы.

Рассчитаем, например, внутреннюю энергию идеального газа. Вспомним, что идеальный газ — это газ, молекулы которого представляют собой материальные точки, практически не взаимодействующие друг с другом. Отсутствие взаимодействия между молекулами идеального газа означает, что его внутренняя энергия должна выражаться суммой лишь кинетических энергий молекул, входящих в состав этого газа. Если обозначить кинетическую энергию отдельной  $i$ -й молекулы  $W_{ki}$ , то, воспользовавшись знаком суммирования  $\sum$ , можно записать:

$$U = \sum W_{ki}. \quad (33.1)$$

Формулу (33.1) для внутренней энергии идеального газа можно упростить еще больше, если мы, рассуждая, что в среднем все молекулы газа имеют одинаковую кинетическую энергию  $\bar{W}_k$ , запишем выражение для общей их энергии как произведение числа молекул газа  $N$  на величину средней кинетической энергии одной молекулы  $\bar{W}_k$ :

$$U = N \bar{W}_k. \quad (33.2)$$

Из предыдущей главы известно, что средняя кинетическая энергия одноатомной молекулы  $\bar{W}_k$  выражается формулой:

$$\bar{W}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (33.3)$$

Число молекул газа массой  $m$  определяется выражением:

$$N = VN_A = \frac{m}{M} N_A. \quad (33.4)$$

С учетом формул (33.3) и (33.4) и известного нам соотношения между постоянными  $R = kN_A$ , выражение для внутренней энергии одноатомного идеального газа примет вид:

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (33.5)$$

Из полученной формулы видно, что для данной массы идеального газа его внутренняя энергия зависит только от температуры и не зависит от его давления и объема.

**Внутренняя энергия многоатомных газов.** Полученное нами выражение для внутренней энергии (33.5) справедливо только для одноатомного идеального газа, так как его молекула, являясь материальной точкой, может совершать в пространстве лишь поступательное движение, а потому имеет три *поступательные степени свободы*. Молекула многоатомного газа, как мы знаем, способна совершать и другие виды движения. Рассмотрим, например, молекулу двухатомного газа ( $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2$ ), чья форма напоминает маленькую гантель. Такая молекула, помимо поступательного движения вдоль трех осей прямоугольной системы координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , может также совершать вращательное движение вокруг этих трех осей, проходящих через центр масс молекулы (рис. 33.1).

В связи с этим, говорят о наличии у многоатомной молекулы трех других, *вращательных степеней свободы*. В отличие от одноатомной молекулы, у которой вся ее энергия приходится на три поступательные степени свободы, у многоатомной молекулы полная ее энергия распределается между тремя поступательными и тремя вращательными степенями свободы. Заметим, однако, что в случае двухатомной молекулы, энергией, приходящейся на одну из ее вращательных степеней свободы, можно пренебречь. Из приведенного выше рисунка нетрудно понять, что речь идет об энергии вращения молекулы относительно оси  $z$ , которая проходит через оба атома молекулы (рис. 33.1). Энергия вращательного движения, как нам известно, выражается формулой:

$$W_{\text{вр}} = \frac{1}{2} J \omega,$$

и, поскольку, момент инерции молекулы  $I$  относительно оси  $z$  ничтожно мал, то и энергия вращения молекулы вокруг этой оси тоже пренебрежимо мала.

В таком случае, средняя кинетическая энергия двухатомной молекулы будет распределена между оставшимися пятью степенями свободы. Причем, в силу полной хаотичности теплового движения молекул, мы можем предположить, что на каждую степень свободы

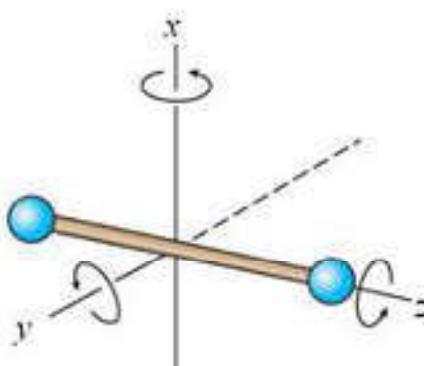


Рис. 33.1

молекулы, независимо от того, является ли она поступательной или вращательной, должна приходиться одинаковая энергия. Эту энергию разумно полагать равной  $\frac{1}{2} kT$ , так как для одноатомной молекулы с ее тремя степенями свободы средняя кинетическая энергия выражается формулой  $\frac{3}{2} kT$ . Предположение о равномерном распределении энергии молекулы по степеням ее свободы было доказано Больцманом и носит название *закона равнораспределения*.

Таким образом, средняя кинетическая энергия двухатомной молекулы должна рассчитываться по формуле  $\bar{W}_k = \frac{5}{2} kT$ . В таком случае, для расчета внутренней энергии идеального двухатомного газа заданной массы  $m$  справедлива формула:

$$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (33.6)$$



### Вопросы для самоконтроля

- Чем отличается термодинамический метод изучения тепловых явлений от молекулярно-кинетического?
- Что понимают под термодинамической системой?
- Что называется термодинамическим процессом?
- Какая энергия называется *внутренней*? Что представляет собой внутренняя энергия с точки зрения микроструктуры вещества?
- Как вы думаете, почему точка на  $pV$ -диаграмме полностью характеризует состояние определенного количества идеального газа?
- Как зависит внутренняя энергия данной массы газа от его температуры?
- Изменится ли внутренняя энергия идеального газа, если уменьшить количество вещества, содержащегося в нем?
- Почему внутренняя энергия идеального газа зависит от того, сколько атомов содержится в молекуле газа?
- Моль какого газа при данной температуре обладает большей внутренней энергией — идеального или реального?



## Творческая мастерская

## Объясните

1. В ясную ночь понаблюдайте за падением метеорита в земной атмосфере. Почему он раскаляется?
2. Приложив силу к бруски, можно заставить его двигаться по шероховатой ровной поверхности с постоянной скоростью. Работа, совершенная силой по перемещению бруска, не меняет его кинетическую и потенциальную энергию. В таком случае, на что тратится работа силы?

## Решайте

1. В баллоне находится 5 кг аргона при температуре 300 К. Чему равна внутренняя энергия газа?  
(Ответ: 470 кДж)
2. Чему равна внутренняя энергия 2 молей двухатомного идеального газа при температуре 27°C?  
(Ответ: 6,2 кДж)
3. Каково давление одноатомного идеального газа, занимающего объем 2 л, если его внутренняя энергия равна 300 Дж?  
(Ответ:  $10^5$  Па)
- 4. Найдите концентрацию молекул идеального одноатомного газа в сосуде вместимостью 2 л при температуре 27°C, если его внутренняя энергия 300 Дж.  
(Ответ:  $2,4 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ )

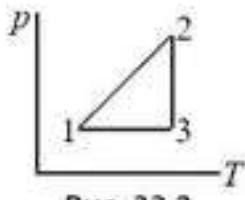


Рис. 33.2

5. Идеальный газ совершает циклический процесс, график которого в координатах  $p$ ,  $T$  изображен на рисунке 33.2. Как менялась внутренняя энергия газа на каждом из участков цикла? За весь цикл?

(Ответ: 1—2 повышалась; 2—3 не менялась; 3—1 уменьшалась. Не изменилась)



## Рефлексия

1. Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
2. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
3. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
4. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
5. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 34. Работа, совершаемая при термодинамических процессах



**Ключевые понятия:** работа, совершающаяся газом, работа, совершающаяся над газом, работа при изобарном процессе, функция состояния, функция процесса.

На этом уроке вы: научитесь рассчитывать работу, совершающую газом при изобарном процессе; научитесь определять работу газа графически; ознакомитесь с понятиями функция состояния и функция процесса.

**Работа в механике и термодинамике.** Согласно формулам (33.5) и (33.6), температуру заданной массы идеального газа можно изменить только путем изменения его внутренней энергии. Каким же образом можно изменить внутреннюю энергию газа?

Из механики нам известно, что изменение энергии тела происходит всякий раз, когда тело совершает работу или, когда над телом совершается работа. И если в первом случае энергия тела уменьшается, то во втором — увеличивается. Если, например, упруго деформированная пружина совершает работу, то убывает ее потенциальная энергия. Если же внешняя сила, заставляя тело ускоряться, совершает над ним работу, то возрастает кинетическая энергия тела.

Работа в термодинамическом процессе также приводит к изменению энергии тела. Но, в отличие от механической работы, где рассматривается движение тела как целого, работа в термодинамике связана с перемещением микрочастиц тела относительно друг друга и совершается только тогда, когда есть изменение объема тела. Следовательно, для того, чтобы уменьшить, к примеру, внутреннюю энергию газа, находящегося под поршнем цилиндра, необходимо заставить его совершить механическую работу по расширению. Если же требуется повысить температуру газа, то нужно совершить работу по сжатию газа.

**Молекулярная картина изменения внутренней энергии при совершении работы.** Попробуем разобраться, почему при совершении газом работы по расширению его внутренняя энергия понижается, в то время как при совершении внешней силой работы по сжатию газа его внутренняя энергия увеличивается. Дело в том, что, когда молекула газа соударяется с поршнем, удаляющимся от нее, как это происходит при расширении газа, то она после столкновения теряет свою скорость, а вместе с ней, и свою кинетическую энергию (рис. 34.1, *а*). Наоборот, когда молекула соударяется с поршнем, движущимся ей навстречу, что имеет место при сжатии газа, ее скорость и кинетическая энергия после столкновения возрастают (рис. 34.1, *б*). В случае же упругого соударения молекулы с неподвижным поршнем изменения ее скорости не происходит вообще (рис. 34.1, *в*). Во всех трех рассмотренных случаях уместна аналогия с действиями футболиста, стремящегося, в

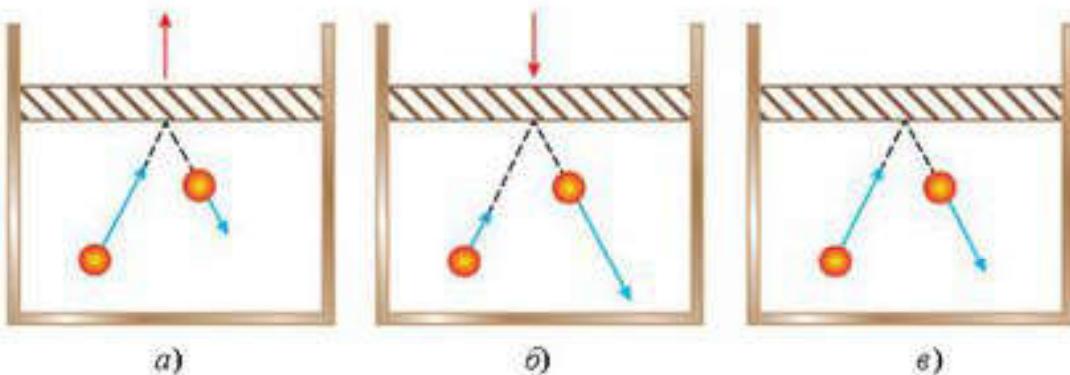


Рис. 34.1

первом случае, остановить движение летящего к нему мяча, во втором — придать мячу еще большую скорость, в третьем — сыграть в “стенку” с партнером.

Так как в общем случае внутренняя энергия тела, помимо суммарной кинетической энергии его молекул, включает в себя и суммарную потенциальную энергию взаимодействия между молекулами, зависящую от расстояний между ними, то изменение внутренней энергии тела может быть вызвано также изменением расстояний между молекулами тела при его сжатии или расширении.

**Вычисление работы газа.** В механике рассматривается движение макроскопических тел. Нам известно, что если под действием постоянной силы  $F$  тело перемещается на расстояние  $s$ , то работа, совершаемая силой, определяется выражением:

$$A = Fs \cos \alpha, \quad (34.1)$$

где  $\alpha$  — угол между векторами силы  $\vec{F}$  и перемещения  $\vec{s}$ .

Рассмотрим газ, находящийся под поршнем площадью поверхности  $S$  при давлении  $p$  (рис. 34.2). Из определения давления  $p = \frac{F}{S}$ , величина силы давления газа  $F$ , действующей на поршень, равна  $pS$ . Пусть под действием силы поршень сместится в направлении ее действия на очень малое расстояние  $\Delta h$ . При таком малом смещении поршня давление газа практически не изменится, что позволяет рассматривать процесс расширения газа как изобарический. Следовательно, сила, с которой газ давит на поршень, остается постоянной в течение всего процесса. В таком случае, для вычисления работы, совершаемой газом по поднятию поршня, мы можем воспользоваться формулой (34.1):

$$A = Fh = pS(h_2 - h_1) = p(Sh_2 - Sh_1) = p(V_2 - V_1) = p\Delta V, \quad (34.2)$$

где  $\Delta V$  — изменение объема газа. Из формулы (34.2) видно, что, если конечный объем больше начального ( $V_2 > V_1$ ,  $\Delta V > 0$ ), то работа газа положительна, и говорят, что сам газ совершил работу. Если же конечный объем меньше начального ( $V_2 < V_1$ ,  $\Delta V < 0$ ), то работа самого

газа отрицательна, и говорят, что над газом совершили работу. Так как, согласно третьему закону Ньютона, сила  $F$ , с которой газ действует на поршень, равна силе  $F'$ , с которой внешняя сила действует на газ, взятой с обратным знаком ( $F = -F'$ ), то в первом случае внешняя сила совершает отрицательную работу, а во втором — положительную.

### Вычисление работы с помощью графика $p(V)$ . Формула (34.2) позволяет рассчитать работу, совершающую газом при изобарическом процессе. Построим график изобарического процесса в координатах $p - V$ (рис. 34.3). Из графика видно, что произведение $p\Delta V$ численно равно площади прямоугольника, ограниченного сверху графиком изобарного процесса $p(V)$ , снизу — осью $V$ и с двух сторон — перпендикулярами к ней (заштрихованная область).

Рассмотренный нами графический метод вычисления работы применим не только для изобарного процесса. С помощью графика процесса в координатах  $p - V$  можно рассчитать работу любого процесса как площадь фигуры под кривой, ограниченной сверху кривой  $p(V)$ , снизу — осью  $V$  и с двух сторон — перпендикулярами к ней, равными по длине начальному и конечному давлениям. Докажем это на примере термодинамического процесса, график которого в координатах  $p - V$  изображен на рисунке 34.4. Разобъем интервал  $V_1 - V_2$  на графике на множество бесконечно малых участков  $\Delta V$ . Давление на каждом из этих участков можно считать постоянным. Пользуясь формулой работы для изобарного процесса (34.2), рассчитаем на каждом из участков элементарные (бесконечно малые) работы  $\Delta A$  (площадь затемненной области), и сложим их для вычисления работы газа на всем интервале от  $V_1$  до  $V_2$ . Ввиду малости  $\Delta V$ , очевидно, что суммарная площадь всех маленьких прямоугольников достаточно близка площади под кривой графика процесса.

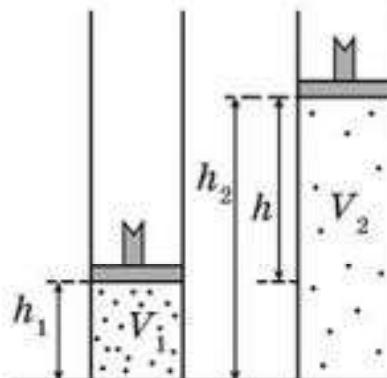


Рис. 34.2

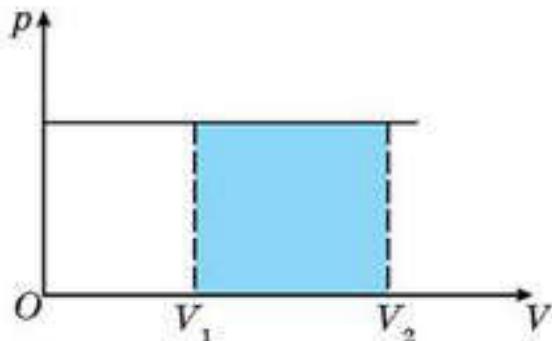


Рис. 34.3

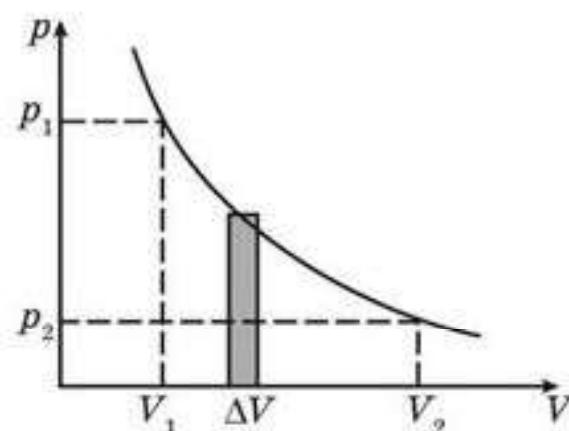


Рис. 34.4

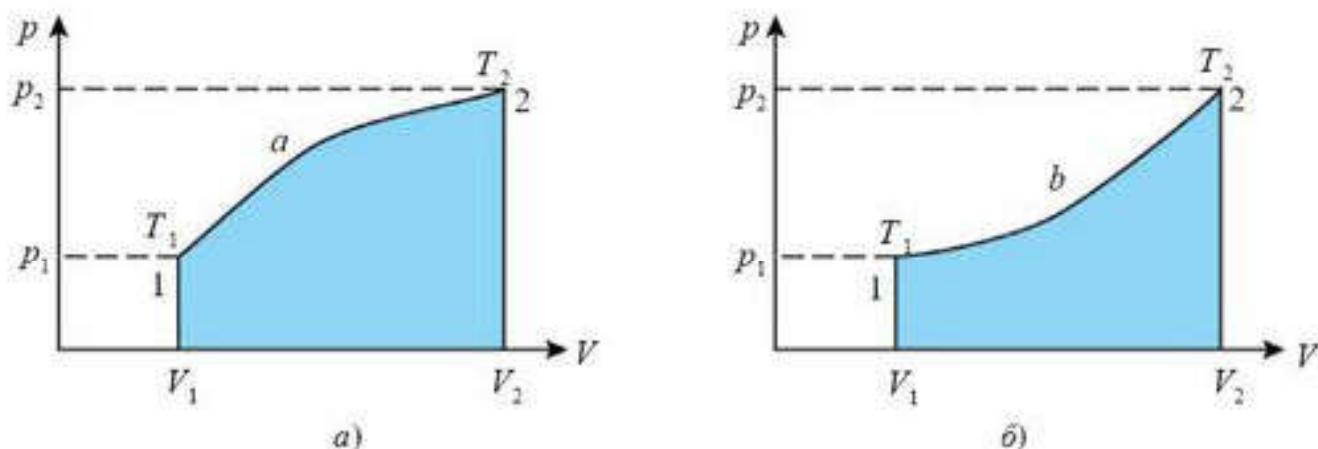


Рис. 34.5

Пусть газ переходит из состояния 1 с параметрами  $p_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$  в состояние 2 с параметрами  $p_2$ ,  $V_2$ ,  $T_2$ , совершая два разных процесса: а) 1–*a*–2; б) 1–*b*–2 (рис. 34.5, а и рис. 34.5, б). Применив графический способ, сравним работы, совершаемые газом в каждом из этих процессов. Очевидно, что  $A_{1-a-2} > A_{1-b-2}$ . Мы видим, что работа газа зависит от того, по какому пути он на графике  $p(V)$  переходит из одного состояния в другое. В этом смысле, про работу в термодинамике говорят как о *функции процесса*. Нельзя говорить, что в системе содержится определенное количество работы. Можно говорить о работе, совершенной системой или над системой, в результате чего изменяется ее внутренняя энергия.

Изменение внутренней энергии газа в процессах *а*) и *б*) одно и то же  $\Delta U_{1-a-2} = \Delta U_{1-b-2}$ , так как она, как мы знаем, определяется лишь макропараметрами газа в начальном и конечном состояниях. Следовательно, про внутреннюю энергию можно сказать, что она является *функцией состояния*.



### Вопросы для самоконтроля

- Объясните, почему работа газа при изменении его объема отличается от работы внешней силы, действующей на поршень, знаком, и не отличается по модулю.
- Как, используя график какого-либо процесса на  $pV$ -диаграмме, можно определить работу, совершаемую газом? В каком случае эта работа положительна, а в каком — отрицательна?
- Имеются три процесса: изохорный, изобарный и изотермический. В ходе какого из них при одинаковом изменении объема работа, совершаемая газом, максимальна; минимальна?



## Творческая мастерская

### Объясните

Как объяснить нагревание газа при сжатии с молекулярной точки зрения?

### Анализируйте

Работа в термодинамике является функцией процесса. Какой смысл вкладывается в это утверждение?

### Решайте

1. Углекислый газ массой 10 г нагрет от 20°C до 30°C при постоянном давлении. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

(Ответ:  $A = 18,9 \text{ Дж}$ ;  $\Delta U = 83 \text{ Дж}$ )

2. При изобарном нагревании на 159 К газом, масса которого 3,47 кг, была совершена работа 144 кДж. Определите молярную массу газа.

(Ответ:  $32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ )

■3. Идеальный газ массой  $m$ , находящийся при температуре  $T$ , охлаждается изохорно так, что давление падает в  $n$  раз. Затем газ расширяется при постоянном давлении. В конечном состоянии его температура равна первоначальной. Определите совершенную газом работу. Молярная масса газа равна  $M$ .

$$(Ответ: A = \frac{n - 1}{n} \frac{m}{M} RT)$$

\*4. Некоторое количество газа нагревают от температуры  $T_1 = 300 \text{ К}$  до температуры  $T_2 = 400 \text{ К}$ . При этом объем газа изменяется прямо пропорционально температуре. Начальный объем газа  $V = 3 \text{ дм}^3$ . Давление, измеренное в конце процесса,  $p = 10^5 \text{ Па}$ . Какую работу совершил газ в этом процессе?

(Ответ: 100 Дж)

\*5. Один моль одноатомного идеального газа совершает циклический процесс 1—2—3—4—1, график которого изображен на рисунке 34.6. Температура газа в 1-м состоянии 100 К. Работа, совершенная газом за цикл, равна 16,6 кДж. Найдите количество молей газа.

(Ответ: 2 моля)

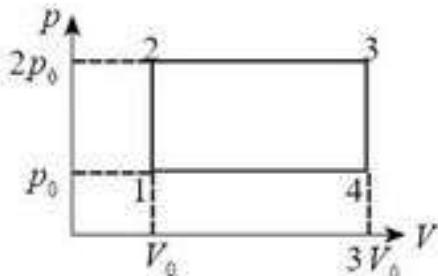


Рис. 34.6

### Рефлексия

- Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 35. Количество теплоты. Способы изменения внутренней энергии. Теплоемкость



**Ключевые понятия:** теплопередача, теплород, количество теплоты, теплоемкость, удельная теплоемкость, молярная теплоемкость, уравнение теплового баланса.

На этом уроке вы: узнаете, что такое теплопередача; узнаете физический смысл удельной теплоемкости вещества; познакомитесь с понятием молярная теплоемкость вещества; научитесь рассчитывать количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела.

**Изменение внутренней энергии при теплопередаче.** В предыдущем параграфе мы рассмотрели механизм изменения внутренней энергии газа посредством совершения работы. Существует, однако, еще один способ изменения внутренней энергии тел, происходящий без совершения работы. Рассмотрим его более подробно на примере газа, находящегося под поршнем цилиндра. На этот раз закрепим поршень, не давая ему возможности перемещаться. Так как объем газа теперь не может изменяться, то работа не совершается. Если в этих условиях нагреть газ, например, приведя его в контакт с более нагретым телом, то температура и внутренняя энергия газа возрастут. Заметим, что в рассмотренном случае передаче энергии от нагреветого тела к газу способствовало не совершение работы, а наличие разности температур у контактирующих тел.

*Передача энергии от одного тела к другому, происходящая в результате разности температур этих тел, называется теплопередачей.*

**Теория теплорода.** Опыт показывает, что если одно тело привести в контакт со вторым телом, температура которого отличается от температуры первого, то более горячее из тел начнет остывать, а более холодное — нагреваться. Процесс теплопередачи продолжится до тех пор, пока температуры обоих тел не уравняются. До середины XIX в. механизм теплопередачи ученые пытались объяснить перетеканием из одного тела в другое некой невесомой жидкости, названной ими *теплородом*. В дальнейшем выяснилось, что подобные представления о причине изменения температур тел, приведенных в контакт между собой, неверны и никакого теплорода не существует.

**Теплопередача с молекулярной точки зрения.** В действительности передачу энергии при контакте двух тел с разными температурами следует объяснить следующим образом: при взаимных столкновениях, происходящих на границе этих тел, молекулы нагреветого тела отдают молекулам холодного тела часть своей кинетической энергии. Это приводит к тому, что скорости молекул нагреветого тела уменьшаются, а холодного — увеличиваются.

**Количество теплоты и теплоемкость.** Несмотря на то, что теория теплорода оказалась несостоительной, некоторые понятия, введенные ее сторонниками, прочно укоренились в физике и широко используются и поныне. Одно из них — *количество теплоты*.

*Количество теплоты представляет собой энергию, передаваемую от одного тела к другому в процессе теплопередачи.*

Понятие количества теплоты, так же как и работы, имеет смысл применительно к термодинамическому процессу, но не к состоянию системы. Не имеет смысла говорить, например, о количестве теплоты, запасенной системой. Можно говорить о количестве теплоты только по отношению к энергии, передаваемой от одного тела к другому в результате разности температур. Следовательно, количество теплоты  $Q$ , так же как и работа  $A$ , является функцией процесса.

**Два способа изменения внутренней энергии.** Таким образом, существуют два разных способа изменения внутренней энергии термодинамической системы: 1) путем совершения работы; 2) в процессе теплопередачи. Например, нагретый газ в цилиндре двигателя может терять свою внутреннюю энергию и остывать в результате отдачи теплоты окружающей среде, не совершая при этом никакой работы. Но он может терять энергию и остывать, если будет перемещать поршень в условиях полной теплоизоляции, когда теплопередача отсутствует.

**Теплоемкость.** Из курса физики для 8 классов вы уже знаете, что количество теплоты, необходимое для нагревания тела на 1 К, для различных тел разное. Поэтому для характеристики тепловых свойств тел пользуются величиной, называемой *теплоемкостью*.

*Теплоемкостью тела называют количество теплоты, которое нужно подвести к телу или отнять от него для изменения его температуры на 1 К.*

Для характеристики вещества используют понятие *удельной теплоемкости*, которую обозначают буквой  $c$ .

*Удельная теплоемкость — это количество теплоты, которое нужно подвести к 1 кг вещества или отнять от него для того, чтобы изменить его температуру на 1 К.*

Из определения удельной теплоемкости следует, что она измеряется в  $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\right]$  и выражается формулой:

$$c = \frac{Q}{m\Delta t}. \quad (35.1)$$

Теплоемкость, отнесенная к 1 молю вещества, называется *молярной теплоемкостью* и обозначается буквой  $C$ .

*Молярная теплоемкость — это количество теплоты, которое нужно подвести к 1 молю вещества или отнять от него для того, чтобы изменить его температуру на 1 К.*

Удельная теплоемкость связана с молярной теплоемкостью очевидным соотношением:

$$c = \frac{C}{M}, \quad (35.2)$$

где  $M$  — молярная масса вещества.

Из (35.2) следует, что молярная теплоемкость должна измеряться в  $\frac{\text{Дж}}{(\text{моль} \cdot \text{К})}$  и определяться выражением:

$$C = Mc = \frac{M}{m} \cdot \frac{Q}{\Delta T}. \quad (35.3)$$

С помощью формул (35.1) или (35.3) мы можем рассчитать количество теплоты  $Q$ , которое необходимо для того, чтобы изменить температуру заданной массы вещества на  $\Delta T$ :

$$Q = mc \Delta T = \frac{m}{M} C \Delta T. \quad (35.4)$$

**Теплообмен в замкнутой термодинамической системе.** Мы уже знаем, что теплообмен между телами прекращается, когда температуры тел выравниваются и наступает тепловое равновесие. Рассмотрим теплообмен, происходящий между телами термодинамической системы, которая изолирована от окружающей среды. Такую систему называют *замкнутой*. Внутренняя энергия замкнутой термодинамической системы не изменяется. Если тела, входящие в систему, не совершают никакой работы, то изменение внутренней энергии любого из тел системы будет вызвано количеством теплоты, которое оно получило или отдало до наступления в системе теплового равновесия. И, так как суммарная внутренняя энергия тел не изменяется, то, следовательно, не изменяется и сумма количеств теплоты, полученных или отданных каждым из тел замкнутой системы:

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0. \quad (35.5)$$

Это уравнение называется *уравнением теплового баланса*. Количества теплоты, входящие в уравнение, рассчитываются по формулам (35.1) или (35.3) и могут быть как положительными, так и отрицательными по знаку.



### Вопросы для самоконтроля

- Какое явление называется *теплопередачей*?
- Вспомните, какие виды теплопередачи существуют?
- Что мы понимаем под количеством теплоты?
- Почему нельзя говорить о количестве теплоты, запасенной системой?



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

- Используя термометр и мензурку, определите теплоемкость воды. Сравните полученное значение с табличным и объясните расхождение между ними.
- Наполните стакан емкостью  $200 \text{ см}^3$  кипятком на три четверти. Дополните стакан холодной водой температурой  $10^\circ\text{C}$ . Измерьте установившуюся температуру воды. Используя уравнение теплового баланса, определите расчетное значение температуры. Сравните полученные результаты. Объясните расхождение между ними.

### Объясните

- Почему при холостых выстрелах ствол пушки нагревается сильнее, чем при стрельбе снарядами?
- Объясните механизм теплопередачи, опираясь на знания о микроструктуре вещества.

### Анализируйте

Чему равно значение теплоемкости газа при изотермическом процессе?

### Решайте

- Какое количество теплоты необходимо для нагревания  $19 \text{ л}$  воды в латунной посуде массой  $12 \text{ кг}$  от  $21^\circ\text{C}$  до температуры кипения? ( $c_s = 380 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ )

(Ответ:  $6,7 \text{ МДж}$ )

- Для закалки нагретую до  $1073 \text{ К}$  стальную деталь массой  $0,5 \text{ кг}$  опустили в воду массой  $10 \text{ кг}$  при температуре  $288 \text{ К}$ . До какой температуры охладится стальная деталь?

(Ответ:  $292,3 \text{ К}$ )

- Сколько воды при температуре  $100^\circ\text{C}$  надо добавить к  $200 \text{ кг}$  воды при температуре  $10^\circ\text{C}$ , чтобы получить температуру смеси  $37^\circ\text{C}$ ?

(Ответ:  $85,7 \text{ кг}$ )

### Рефлексия

- Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 36. Первый закон термодинамики



**Ключевые понятия:** закон сохранения и превращения энергии, первый закон термодинамики.

На этом уроке вы: узнаете смысл первого закона термодинамики как закона сохранения энергии применительно к механической и тепловой энергии.

К середине XIX в. появилось огромное количество опытных фактов, говорящих о взаимных превращениях различных форм энергии. Например, механическая энергия летящей свинцовой пули после ее соударения с массивной плитой переходит в тепло. Энергия колебательного движения маятника уходит на преодоление силы сопротивления воздуха, превращаясь при этом во внутреннюю энергию маятника и окружающего его воздуха. Было установлено также, что какие бы превращения энергии не происходили в замкнутой системе тел, полная энергия системы оставалась постоянной.

Таким образом, на основании многочисленных наблюдений и результатов кропотливых опытов был сформулирован **закон сохранения и превращения энергии**:

**энергия в природе не возникает из ничего и никуда не исчезает; она только переходит из одной формы в другую, от одного тела к другому, а полная энергия в замкнутой системе тел остается величиной неизменной.**

В установление закона сохранения и превращения энергии большой вклад внесли немецкий врач и естествоиспытатель Р. Майер (1814—1878), высказавший теоретические положения, английский ученый Дж. Джоуль (1818—1889), осуществивший экспериментальные исследования и немецкий ученый Г. Гельмгольц (1821—1894), которому принадлежит математическое выражение закона сохранения энергии и обобщение полученных результатов на все явления природы.

В термодинамике не берется во внимание механическая энергия тела как целого. В ней рассматривается изменение внутренней энергии тел, которое, как мы уже знаем, может происходить либо в результате процесса совершения работы, либо в результате процесса теплопередачи. В общем случае, внутренняя энергия термодинамической системы может изменяться, когда оба эти процесса совершаются одновременно. Применительно к таким случаям, закон сохранения и превращения энергии приобретает форму *первого закона термодинамики*:

*Изменение внутренней энергии термодинамической системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работы, совершенной над системой и количества теплоты, переданной системе.*

$$\Delta U = A' + Q, \quad (36.1)$$

где  $A'$  — работа, совершенная внешними силами над системой.

Учитывая, что работа  $A'$ , совершаемая внешними силами над системой, и работа  $A$ , совершаемая системой над внешними телами, связаны соотношением  $A' = -A$ , первый закон термодинамики можно записать в следующей форме:

$$Q = \Delta U + A. \quad (36.2)$$

*Количество теплоты, сообщенное термодинамической системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами.*

Таким образом, первый закон термодинамики представляет собой общее выражение закона сохранения и превращения энергии, распространенного на тепловые явления.

**Невозможность создания вечного двигателя первого рода.** Из первого закона вытекает важное следствие о невозможности создания *вечного двигателя первого рода* — воображаемого механизма, который, действуя циклически, совершал бы работу, превышающую получаемую им энергию. Действительно, циклический режим означает, что рабочее вещество двигателя периодически возвращается в начальное состояние. В таком случае, внутренняя энергия вещества в начальном и конечном состояниях одна и та же:  $U_2 = U_1$ , а, значит, изменение внутренней энергии равно нулю  $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$ . Тогда, согласно (36.2),  $Q = A$ . Это означает, что работа не может быть больше, чем теплота, получаемая двигателем, например, при сгорании топлива.

Решением Парижской Академии наук было принято не рассматривать многочисленные проекты вечных двигателей.



### Вопросы для самоконтроля

- Почему закон сохранения и превращения энергии носит универсальный характер?
- Как формулируется первый закон термодинамики?
- Что в термодинамике понимают под вечным двигателем первого рода?



## Творческая мастерская

## Наблюдайте

1. Пронаблюдайте, как при слабом морозе снег на дорогах с интенсивным автомобильным движением размягчается и подтаивает. Объясните явление.

В зимнее время пустую бутылку, находившуюся долго на улице, затыкают пробкой и вносят в теплое помещение. Через некоторое время пробка вылетает. За счет чего пробка приобретает кинетическую энергию?

## Объясните

- Почему при сверлении отверстия дрелью сверло нагревается?
- Почему при быстром скольжении вниз по канату можно обжечь руки?

## Творите

Придумайте задачу, в которой происходят превращения энергии из одного вида в другой.

## Решайте

1. Автомобиль массой 10 т движется со скоростью 28,8 км/ч и останавливается при торможении. Сколько теплоты выделилось при торможении, если вся кинетическая энергия автомобиля обратилась во внутреннюю?

(Ответ: 320 кДж)

■2. Градинка температурой 0°C падает на тротуар, температура которого 0°C. Считая, что температура воздуха не изменяется с высотой и тоже равна 0°C, определите первоначальную высоту, с которой должна упасть градинка, для того, чтобы полностью растаять? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Удельная теплота плавления льда  $3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .

(Ответ: 54 км)

■3. Два моля углекислого газа расширили, как показано на рисунке 36.1. Рассчитайте: работу, совершенную газом; изменение внутренней энергии; количество теплоты, сообщенное газу.

(Ответ:  $A = 1350 \text{ Дж}$ ;  $U = 750 \text{ Дж}$ ;  $Q = 2100 \text{ Дж}$ )

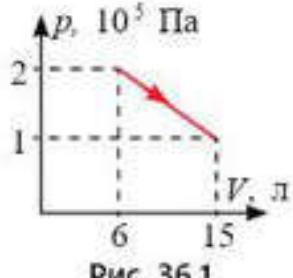


Рис. 36.1



## Рефлексия

- Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 37. Применение первого закона термодинамики к изопроцессам



**Ключевые понятия:** изохорный процесс, изобарный процесс, изотермический процесс, универсальная газовая постоянная, формула Майера.

На этом уроке вы: научитесь применять первый закон термодинамики к различным изопроцессам; узнаете физический смысл универсальной газовой постоянной; установите связь между молярными теплоемкостями идеального газа при изобарном и изохорном процессах.

Применим первый закон термодинамики к различным процессам.

**Изохорный процесс.** При изохорном процессе, происходящем с газом, неизменным параметром остается объем газа. Тогда, применив к этому процессу первый закон термодинамики в виде  $Q = \Delta U + A$ , и учитывая, что при изохорном процессе работа не совершается ( $A = 0$ ), получим следующее выражение:

$$Q = \Delta U. \quad (37.1)$$

Из формулы (37.1) очевидно, что при изохорном нагревании газа, когда  $Q > 0$ , его внутренняя энергия возрастает  $\Delta U > 0$ . При охлаждении газа  $Q < 0$ , и следовательно, его внутренняя энергия уменьшается  $\Delta U < 0$ .

Формула (37.1) также дает нам возможность определить теплоемкость газа при изохорном процессе. Рассчитаем молярную теплоемкость одноатомного идеального газа при постоянном объеме, которую обозначим  $C$ . По определению:

$$C = \frac{M}{m} \cdot \frac{Q}{\Delta T}.$$

В этой формуле количество теплоты  $Q$  согласно (37.1) заменим на

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

Тогда

$$C_V = \frac{M}{m} \cdot \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{M}{m} \cdot \frac{\frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2} R. \quad (37.2)$$

Для двухатомного идеального газа аналогичные расчеты дают:

$$C_V = \frac{5}{2} R. \quad (37.3)$$

**Изобарный процесс.** Так как при изобарном процессе объем газа не фиксирован и может изменяться, то газ имеет возможность совершать работу. Ясно, что в этом случае закон термодинамики следует записывать в его полном виде:  $Q = \Delta U + A$ . Работу при изобарном процессе

$A = p\Delta V$  с учетом уравнения состояния идеального газа  $pV = \frac{m}{M}RT$  можно выразить через изменение температуры:

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1) = \frac{m}{M}R\Delta T.$$

Из этого выражения легко установить физический смысл постоянной  $R$ : *универсальная газовая постоянная — это физическая величина, численно равная работе, совершенной 1 молем идеального газа в процессе изобарного расширения при нагревании его на 1 К.*

Сравним количества теплоты, необходимых для изменения температуры газа на 1 К, для случаев изобарного и изохорного процессов. Очевидно, что в первом случае понадобится большее количество теплоты, чем во втором. Действительно, ведь условия постоянства давления означают, что газу предоставлена возможность свободно расширяться, а значит, совершать работу. Но в таком случае сообщаемая газу теплота будет расходоваться не только на изменение его внутренней энергии, как это было при изохорном процессе, но также на совершение газом работы по расширению. Следовательно, теплоемкость газа при изобарном процессе должна превышать его теплоемкость при изохорном процессе.

Определим молярную теплоемкость идеального одноатомного газа при постоянном давлении, которую будем обозначать  $C_p$ . Так как теперь:  $Q = \Delta U + A$ , то количество теплоты можем рассчитать:

$$Q = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M}R\Delta T + \frac{m}{M}R\Delta T = \frac{5}{2} \cdot \frac{m}{M}R\Delta T.$$

В таком случае:

$$C_p = \frac{M}{m} \frac{Q}{\Delta T} = \frac{M}{m} \cdot \frac{\frac{5}{2} \frac{m}{M} R \Delta T}{\Delta T} = \frac{5}{2} R. \quad (37.4)$$

Для двухатомного идеального газа молярная теплоемкость при постоянном давлении равна:

$$C_p = \frac{7}{2} R. \quad (37.5)$$

Сравнение выражений для молярных теплоемкостей газа при изохорном (37.2), (37.3) и изобарном (37.4), (37.5) процессах позволяет установить связь между ними:

$$C_p = C_v + R. \quad (37.6)$$

Это соотношение впервые было получено Р. Майером и носит название *формулы Майера*.

**Изотермический процесс.** При изотермическом процессе температура газа, а, следовательно, его внутренняя энергия не изменяются  $\Delta U = 0$ . Тогда все сообщаемое ему количество теплоты полностью идет на совершение газом работы:

$$Q = A. \quad (37.7)$$

Выражение (37.7) означает, что при изотермическом расширении газ совершает положительную работу ( $A > 0$ ) за счет подводимого к нему количества теплоты ( $Q > 0$ ), а при изотермическом сжатии, когда работа газа отрицательна ( $A < 0$ ), теплота от него отводится ( $Q < 0$ ).

Молярную теплоемкость газа при изотермическом процессе можно считать бесконечно большой. Действительно, какое бы количество теплоты ни передали газу, нагреваться он не будет — вследствие того, что его температура должна оставаться постоянной. Математически, бесконечность теплоемкости газа при изотермическом процессе следует из формулы:

$$C_V = \frac{M}{m} \cdot \frac{Q}{\Delta T} = \infty,$$

в которой знаменатель обращается в ноль ввиду  $\Delta T = 0$ .



### Вопросы для самоконтроля

1. По какой причине теплоемкость некоторого количества вещества зависит от про- исходящего с ним процесса?
2. Чему равно значение теплоемкости при изотермическом процессе?
3. Одну и ту же массу идеального газа нагревают на  $1^{\circ}\text{K}$ : первый раз при постоянном объеме, второй — при постоянном давлении. В каком случае потребуется большее количество теплоты?



## Творческая мастерская

## Объясните

Почему теплоемкость газа при постоянном давлении всегда больше его теплоемкости при постоянном объеме?

## Творите

Придумайте пример такого процесса, проводимого с идеальным газом, при котором его теплоемкость будет иметь отрицательное значение.

## Анализируйте

Процессы, при которых теплоемкость газа остается постоянной, называются политропными. Покажите, что все известные нам изопроцессы являются политропными.

## Решайте

1. Гелий массой 1 г был нагрет на 100 К при постоянном давлении. Определите:  
а) количество теплоты, переданное газу; б) работу расширения газа; в) приращение внутренней энергии газа.

(Ответ: а) 520 Дж; б) 208 Дж; в) 312 Дж)

2. Какое количество тепла надо сообщить азоту при изобарическом нагревании, чтобы газ совершил работу 2,0 Дж?

(Ответ: 7 Дж)

3. Расширяясь, водород совершил работу 6 кДж. Определить количество теплоты, подведенное к газу, если процесс протекал: а) изобарически; б) изотермически.

(Ответ: а) 21 кДж; б) 6 кДж)

4. Для изобарного нагревания идеального двухатомного газа ему сообщили 12 МДж тепла. Найдите работу газа и приращение его внутренней энергии.

(Ответ:  $A = 3,4 \text{ МДж}$ ;  $\Delta U = 8,6 \text{ МДж}$ )

■5. При изотермическом расширении кислорода, содержащего количество вещества 1 моль и имевшего температуру 300 К, газу было передано количество теплоты 2 кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

(Ответ: в 2,23 раза)

\*6. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях  $p = 1,43 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Найти удельные теплоемкости  $C_p$  и  $C_v$  этого газа.

(Ответ:  $C_v = 650 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}$ ;  $C_p = 910 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}$ )



## Рефлексия

- Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
- С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
- Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждается ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
- Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
- Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 38. Адиабатный процесс



**Ключевые понятия:** адиабатный процесс, уравнение Пуассона, показатель адиабаты.

На этом уроке вы: узнаете, что такое **адиабатный процесс** и каковы условия его протекания; ознакомитесь с примерами адиабатного процесса в природе и технике; узнаете уравнение адиабатного процесса.

В изопроцессах, как мы знаем, один из макроскопических параметров газа остается неизменным, в то время как два других изменяются. Существуют однако процессы, в которых могут изменяться все три макроскопических параметра газа  $p$ ,  $V$ ,  $T$ . Среди них большой интерес для нас представляет *адиабатный процесс*.

*Процесс, при котором отсутствует теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой, называется адиабатным.*

**Работа газа при адиабатном процессе.** При адиабатном процессе  $Q = 0$ . В таком случае первый закон термодинамики для адиабатного процесса принимает форму:

$$A = -\Delta U. \quad (38.1)$$

Согласно формуле (38.1), газ, совершая положительную работу ( $A > 0$ ) по адиабатному расширению, охлаждается, так как знак изменения его внутренней энергии должен быть отрицательным  $\Delta U < 0$ . И, наоборот, при адиабатном сжатии ( $A < 0$ ) газ нагревается, так как его внутренняя энергия возрастает  $\Delta U > 0$ . Молекулярную картину изменения температуры газа мы обсуждали в § 34.

**Способы осуществления адиабатного процесса.** Идеальных адиабатных процессов в природе не существует, так как невозможно полностью устранить теплообмен между системой и окружающей средой. Однако существуют способы практического осуществления условий, при которых процесс можно считать близким к адиабатному:

1. Процесс должен протекать достаточно быстро, для того чтобы теплообмен не успевал происходить. Примером адиабатного процесса, осуществляемого этим способом, является быстрое накачивание насосом велосипедной камеры. Нагревание воздуха при быстром адиабатном сжатии нашло применение в двигателях Дизеля, с принципом действия которых мы ознакомимся далее в этой главе.

2. Процесс должен протекать в больших массах газа. Процессы охлаждения воздушных масс, происходящие в грандиозных масштабах в атмосфере Земли, являются примером данного способа осуществления адиабатных процессов.

**Уравнение адиабатного процесса.** При адиабатном процессе соотношение между давлением газа и его объемом уже не будет определяться законом Бойля — Мариотта  $pV = \text{const}$ , так как в этом процессе температура не является постоянной. Вычисления показывают, что для адиабатного процесса зависимость  $p(V)$  выражается формулой, называемой *уравнением Пуассона*:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (38.2)$$

где  $\gamma$  — постоянная, называемая *показателем адиабаты* для данного газа.

Показатель адиабаты  $\gamma$  равен отношению молярной теплоемкости идеального газа при постоянном давлении  $C_p$  к его теплоемкости при постоянном объеме  $C_V$ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}. \quad (38.3)$$

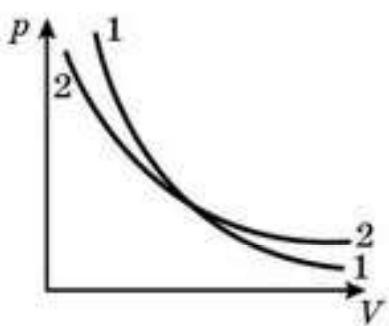


Рис. 38.1

**График адиабатного процесса.** Пользуясь законом Бойля — Мариотта ( $pV = \text{const}$ ) и уравнением Пуассона ( $pV^\gamma = \text{const}$ ) мы можем сравнить графики изотермического (изотерма) и адиабатного (адиабата) процессов в координатах  $p - V$ . Из рисунка 38.1 видно, что адиабата 1 идет круче изотермы 2. Объясняется это тем, что, если при изотермическом расширении газа уменьшение давления вызывается лишь увеличением объема, то при его адиабатном расширении на уменьшение давления газа влияют сразу два фактора: увеличение объема и понижение температуры газа. Математически различие двух графиков можно объяснить тем, что при адиабатном изменении объема газа его давление изменяется обратно пропорционально не первой степени объема  $p \sim \frac{1}{V^1}$ , как в случае изотермического процесса, а  $p \sim \frac{1}{V^\gamma}$ , причем, как мы уже знаем,  $\gamma = \frac{C_p}{C_V} > 1$ .



#### Вопросы для самоконтроля

1. Как изменится температура идеального газа в ходе адиабатного расширения?
2. Можно ли осуществить такой замкнутый процесс, при котором все подведенное к рабочему телу количество теплоты превращалось бы в механическую работу?
3. Пусть газ, находясь в адиабатной изоляции, совершает отрицательную работу. Что происходит при этом с его внутренней энергией?
4. Всегда ли теплота, подведенная к системе, приводит к увеличению ее температуры? Объясните, почему.



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Понаблюдайте за облаками на небе. Объясните, как адиабатические процессы, происходящие в атмосфере, приводят к формированию облаков.

### Экспериментируйте

Налейте в сосуд Дьюара (термос) кипяток. Спустя некоторое время измерьте температуру воды в термосе. Объясните, какие факторы способствуют нарушению адиабатных условий, о чем свидетельствует охлаждение воды.

### Объясните

Дайте физическое и математическое объяснение тому, что кривая зависимости  $p(V)$  для адиабаты идет круче, чем для изотермы?

### Творите

Вам необходимо осуществить адиабатный процесс с газом, при котором теплообмен с окружающей средой ничтожно мал. Предложите два способа, которыми этого можно добиться.

### Анализируйте

Чему равно значение теплоемкости газа при адиабатном процессе?

### Решайте

1. При адиабатическом сжатии кислорода массой 1 кг совершена работа 100 кДж. Определите конечную температуру газа, если до сжатия кислород находился при температуре 300 К.

(Ответ: 454 К)

2. Одноатомный идеальный газ расширяется адиабатически и при этом объем его увеличивается вдвое. Во сколько раз изменится температура газа?

(Ответ: уменьшится в 1,6 раза)

■3. Двухатомный идеальный газ расширяют адиабатически так, что его первоначальный объем увеличивается в 40 раз. Во сколько раз изменилось давление газа? Во сколько раз изменилась температура газа?

(Ответ:  $\left(\frac{P_1}{P_2} = 175; \frac{T_1}{T_2} = 4,4\right)$ )

### Рефлексия

1. Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
2. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
3. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
4. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
5. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 39. Тепловые двигатели. Коэффициент полезного действия тепловых двигателей



**Ключевые понятия:** тепловой двигатель, круговой процесс, нагреватель, охладитель, рабочее тело, КПД теплового двигателя.

На этом уроке вы: ознакомитесь с принципом работы теплового двигателя; узнаете, что такое КПД теплового двигателя; научитесь рассчитывать КПД различных циклов.

Человечество уже давно использует в своей практике двигатели — устройства, которые предназначены для совершения механической работы. В зависимости от того, какой вид энергии они превращают в механическую работу, различают тепловые, механические и электрические двигатели. Особенно широко используются *тепловые двигатели*. **Тепловыми двигателями называют машины, которые превращают внутреннюю энергию топлива в механическую работу.**

**Круговой процесс.** Конструкции тепловых двигателей многообразны, однако все они обладают одним общим свойством — *цикличностью*.

**Циклом (круговым процессом) называется процесс, при котором термодинамическая система, пройдя ряд промежуточных состояний, возвращается в первоначальное состояние.**

График кругового процесса представляет собой замкнутую кривую линию (рис. 39.1). Работа, совершаемая при круговом процессе, численно равна площади фигуры, охватываемой этой замкнутой кривой. Докажем справедливость этого утверждения, взяв в качестве термодинамической системы некоторую массу газа.

Положительная работа  $A_1$ , совершаемая газом при расширении, выражается площадью фигуры  $d1a2c$ . При сжатии работа газа  $A_2$  отрицательна и выражается площадью фигуры  $d1b2c$ . Тогда работа  $A$ , совершаемая газом за цикл, равна  $A = A_1 - A_2$  и выражается площадью фигуры, ограниченной замкнутой кривой  $1a2b1$ .

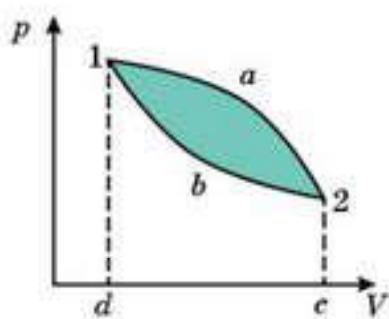


Рис. 39.1



Рис. 39.2

**Принцип действия теплового двигателя.** Любой тепловой двигатель должен иметь *нагреватель*, *рабочее тело* и *охладитель* (рис. 39.2). Во время цикла, совершаемого тепловым двигателем: 1) рабочее тело, в качестве которого обычно используется газ, получает количество теплоты  $Q_1$  от нагревателя; 2) за счет возросшего запаса внутренней энергии рабочее тело совершает работу  $A$ ; 3) от рабочего тела отводится количество теплоты  $Q_2$  к охладителю.

**Необходимость наличия охладителя.** Рассмотрим, чем вызвана необходимость отвода теплоты  $Q_2$  к охладителю. Для этого в качестве рабочего тела возьмем газ, находящийся под подвижным поршнем. Приводя газ в тепловой контакт с нагревателем, заставим его изотермически расширяться из состояния 1 в состояние 2 и совершив работу по поднятию поршня (рис. 39.3). Но является ли эта система двигателем? Нет, потому, что данный процесс не является циклическим. Для того, чтобы завершить цикл, необходимо вернуть газ в исходное состояние 1, сжимая его до первоначального объема. Если сжатие газа проводить при температуре нагревателя, то работа, совершаемая газом, будет такая же по величине, какую он совершил при расширении, но отрицательная по знаку:  $A_{2 \rightarrow 1} = -A_{1 \rightarrow 2}$ . В итоге мы получим *нулевую* суммарную работу за полный цикл. Следовательно, для получения отличной от нуля полезной работы в течение одного цикла, сжимать газ до первоначального состояния следует при температуре ниже, чем температура нагревателя. Вот почему в тепловом двигателе необходимо наличие второго теплового резервуара — охладителя, тепловой контакт с которым и приводит к снижению температуры газа в процессе его сжатия. Так как процесс, совершаемый рабочим веществом, является циклическим, то начальное и конечное значения его внутренней энергии одинаковы, и, следовательно,  $\Delta U = 0$ . Тогда, согласно первому закону термодинамики, суммарная работа  $A$ , совершенная тепловым двигателем за цикл, равна суммарному количеству теплоты  $Q_{\text{сум}}$ , сообщенному двигателю во время цикла:  $A = Q_{\text{сум}}$ . Из рисунка 39.1 видно, что  $Q_{\text{сум}} = |Q_1| - |Q_2|$ . Величины  $Q_1$  и  $Q_2$  взяты здесь по модулю, а для того, чтобы указать их направления, перед ними использованы знаки "+" и "-". Таким образом,  $A = |Q_1| - |Q_2|$ .

**КПД теплового двигателя.** Коэффициентом полезного действия (КПД) теплового двигателя называют отношение суммарной работы, совершенной двигателем за один цикл к количеству теплоты, подводимой к газу в течение цикла:

$$\eta = \frac{A}{|Q_1|} = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}. \quad (39.1)$$

Из формулы (39.1) видно, что КПД теплового двигателя не может быть равным 1, или 100%.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какой процесс называют круговыми?
2. Какое устройство называют тепловым двигателем?
3. Какова роль охладителя в тепловом двигателе?
4. Что такое коэффициент полезного действия теплового двигателя?
5. Почему КПД теплового двигателя не может быть равным 100%?

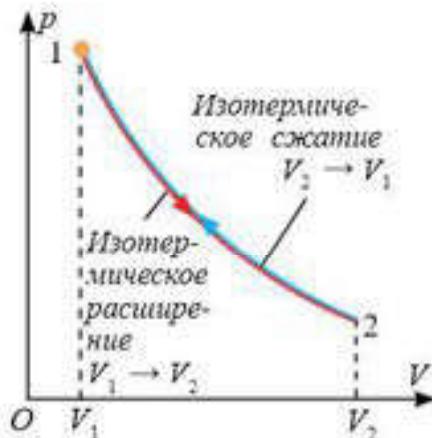


Рис. 39.3



## Творческая мастерская

## Решайте

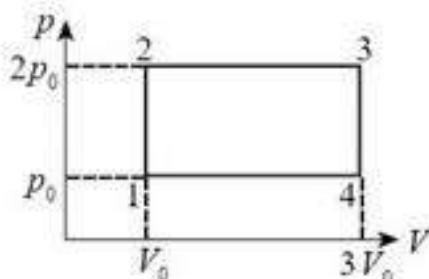


Рис. 39.4

- 1. КПД теплового двигателя 40%. В результате его усовершенствования количество теплоты, получаемое от нагревателя за один цикл, увеличилось на 20%, а количество теплоты, отдаваемое холодильнику, уменьшилось на 20%. Каким стал КПД двигателя после усовершенствования?

(Ответ: 60%)

- 2. Один моль двухатомного идеального газа совершает циклический процесс 1—2—3—4—1, график которого изображен на рисунке 39.4.  $p_0$ ,  $V_0$  — считать известными. Найдите КПД цикла.

(Ответ: 12%)

- 3. Один моль одноатомного идеального газа совершает циклический процесс 1—2—3—4—1, график которого изображен на рисунке 39.5.  $V_0$ ,  $T_0$  — считать известными. Найдите КПД цикла.

(Ответ: 15%)

- 4. Найти КПД цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если в пределах цикла давление изменяется в 2 раза. Рабочим веществом является азот.

(Ответ: 18%)

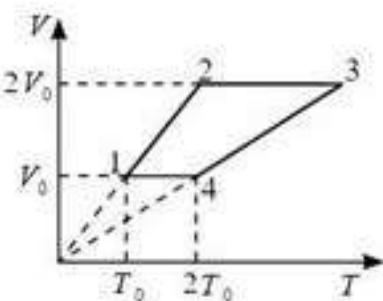


Рис. 39.5

## Рефлексия

1. Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
2. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
3. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
4. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
5. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 40. Цикл Карно. КПД цикла Карно



**Ключевые понятия:** тепловой двигатель Карно, КПД цикла Карно.

На этом уроке вы узнаете, что такое тепловой двигатель Карно; изучите цикл Карно; научитесь рассчитывать КПД цикла Карно.

### Идеальная тепловая машина Карно.

В начале XIX в. широкое распространение получили тепловые машины, но КПД этих устройств был очень низким. Так, у паровых машин он был равен всего 8—9%, а у первых поршневых двигателей внутреннего сгорания 12—20%. Возник естественный вопрос: каким образом повысить КПД тепловых машин? Над этой проблемой активно работал французский физик и инженер Сади Карно (1796—1832).

Результаты своих исследований он опубликовал в 1824 г. в работе “Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу”. Карно решил построить (теоретически) идеальную тепловую машину с максимально возможным КПД. Его идеальная тепловая машина работала на идеальном газе и без потерь энергии. Цикл, по которому работала такая теоретическая машина, получил название **цикла Карно**. Он представляет собой замкнутый процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, протекающий в следующей последовательности (рис. 40.1). Газ, помещенный под поршень в цилиндр с хорошо проводящим тепло дном, получает тепло от нагревателя с температурой  $T_1$  (рис. 40.2, а). Изотермически расширяясь, газ совершает работу  $A_{12}$  (рис. 40.2, б). Затем дно цилиндра делают теплоизолированым, как и стенки цилиндра (рис. 40.3, а), и газ, расширяясь адиабатно, совершает работу  $A_{23}$  (рис. 40.3, б). Температура газа при этом понижается, так как при адиабатном расширении работа ( $A > 0$ ) может совершаться только за счет уменьшения внутренней энергии газа ( $\Delta U < 0$ ). После этого теплоизолирующую подставку убирают, приводя газ в тепло-

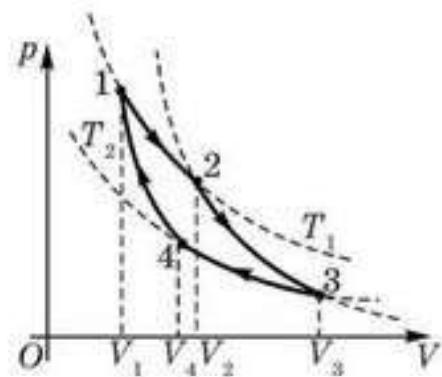
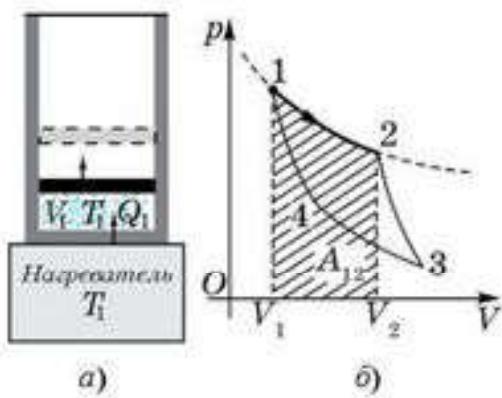
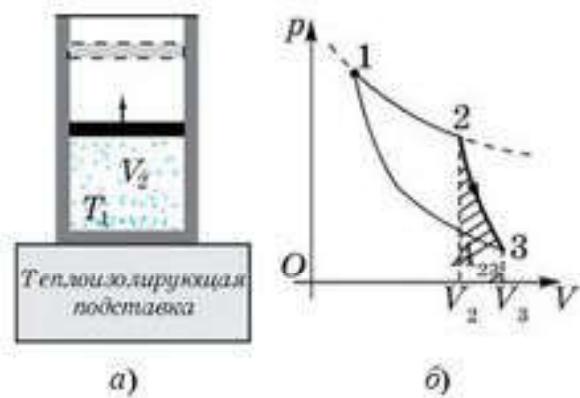


Рис. 40.1



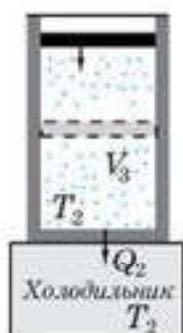
а)



а)

Рис. 40.2

Рис. 40.3



a)

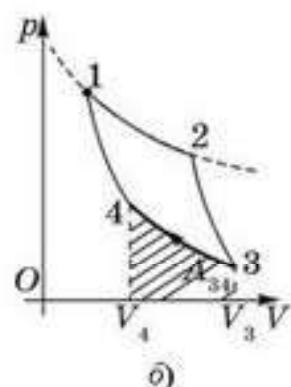
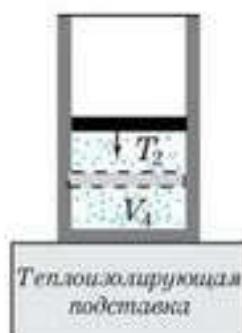


Рис. 40.4



a)

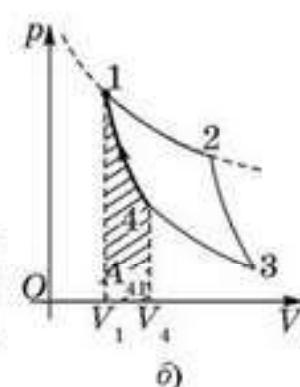


Рис. 40.5

вой контакт с охладителем, имеющим температуру  $T_2$ . Далее следует процесс изотермического сжатия газа при этой температуре, во время которого от газа отводится количество теплоты  $Q_2$  к охладителю. Сам газ при этом совершает отрицательную работу  $A_{34}$  (рис. 40.4, б). И, наконец, опять заменяя дно цилиндра теплоизолирующей подставкой (рис. 40.5, а), газ сжимают адиабатно до первоначального состояния с температурой  $T_1$ . При этом газ совершает отрицательную работу  $A_{41}$  (рис. 40.5, б).

**КПД цикла Карно.** Так как суммарная работа, совершенная газом за цикл, равна  $A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$ , а количество теплоты газ получает только на участке изотермического расширения  $Q_{12}$ , то КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, определяется отношением  $\eta = \frac{A}{Q_{12}}$ .

Расчеты показывают, что КПД зависит лишь от соотношения между температурами нагревателя и охладителя:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (40.1)$$

Таким образом, даже для идеальной машины Карно КПД всегда меньше 1.

**Пути повышения КПД теплового двигателя.** Формула (40.1) показывает, что нужно делать для того, чтобы достичь максимально возможного КПД тепловой машины: нужно по возможности повысить температуру нагревателя и понизить температуру охладителя. Однако в попытках достижения максимального КПД мы не можем безгранично как повышать температуру нагревателя (из-за риска плавления материала), так и понижать температуру охладителя (ввиду недостижимости абсолютного нуля температуры).



### Вопросы для самоконтроля

1. Из каких этапов состоит цикл Карно?
2. Чем определяется КПД цикла Карно?
3. Почему даже для цикла Карно невозможно достичь КПД, равного единице?
4. Как можно повысить КПД тепловых машин?



## Творческая мастерская

### Объясните

При изотермическом расширении газ совершает работу, численно равную количеству теплоты, которое ему сообщили. Означает ли это, что возможно создание теплового двигателя с КПД, равным единице?

### Анализируйте

1. Двигатель, работающий по циклу Карно, называют *идеальной тепловой машиной*. Почему?
2. Почему невозможно понизить температуру комнаты, держа открытой дверцу работающего холодильника?

### Решайте

1. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в три раза выше температуры холодильника. Нагреватель передал газу количество теплоты 42 кДж. Какую работу совершил газ?

(Ответ: 28 кДж)

- \*2. На рисунке изображен цикл Карно (рис. 40.6). При этом площадям, обозначенным буквами A, B, C, D и E соответствуют энергии: A – 50 Дж; B – 45 Дж; C – 40 Дж; D – 10 Дж; E – 150 Дж. Считая, что цикл совершается по часовой стрелке, определите:
  - количество теплоты, сообщенного газу;
  - работу цикла;
  - КПД цикла.

(Ответ: а) 245 Дж; б) 160 Дж; в) 65%)

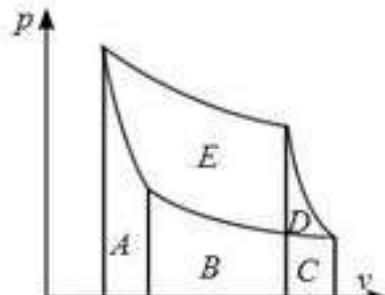


Рис. 40.6

### Рефлексия

1. Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
2. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
3. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
4. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
5. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 41. Обратимые и необратимые процессы. Энтропия. Второй закон термодинамики



**Ключевые понятия:** обратимый процесс, необратимый процесс, второй закон термодинамики, вечный двигатель второго рода, энтропия.

На этом уроке вы: научитесь различать обратимые и необратимые процессы; выясните сущность второго закона термодинамики; ознакомитесь с понятием энтропии; научитесь рассчитывать изменение энтропии в термодинамических процессах.

**Обратимый процесс.** В термодинамике следует различать обратимые и необратимые процессы. *Процесс перехода термодинамической системы из 1-го состояния во 2-е называется обратимым, если возможен процесс перехода из 2-го состояния в 1-е, в результате которого ни в самой системе, ни в окружающей среде не останется никаких изменений.* В качестве примера обратимого процесса можно привести колебание маятника в среде без трения. Совершив одно полное колебание, маятник вернулся бы в исходное положение, причем никаких следов от произошедших изменений не осталось бы. Температура маятника, так же как и температура окружающей среды, остались бы неизменными.

**Необратимые процессы.** В природе, однако, трение присутствует всегда, в ней не существует абсолютно упругих тел и соударений. Следовательно, все механические процессы в природе необратимы. Вообще все процессы, происходящие в термодинамических системах, т. е. в телах, в которых число молекул огромное, характерны своей *необратимостью*. Рассмотрим несколько примеров необратимых процессов.

1. Если два тела с разными температурами привести в контакт между собой, то теплота всегда передается от более нагретого тела к менее нагретому телу. В природе никогда не происходит *самопроизвольного* обратного процесса передачи теплоты от холодного тела к горячему.

2. Резиновый мяч, падающий с некоторой высоты, совершив несколько соударений с землей, приходит в состояние покоя. Однако лежащий на земле мяч никогда не может заново начать самостоятельно подпрыгивать, забрав от земли внутреннюю энергию.

3. Маятник, совершающий колебания, в конце концов останавливается — из-за столкновений с молекулами воздуха и трения в точке подвеса. Механическая энергия системы переходит во внутреннюю энергию воздуха, маятника и подвеса, однако, обратного превращения энергии без постороннего вмешательства никогда не происходит.

Все перечисленные процессы являются *необратимыми*, в силу того, что они естественным образом, т. е. самопроизвольно происходят только в одном направлении. Примеров подобной необратимости в природе можно привести неограниченно много. Поэтому мы можем

обобщить, что практически все макроскопические процессы в природе являются необратимыми.

**Второй закон термодинамики.** Следует отметить, что в рассмотренных нами примерах необратимых процессов энергетически допустимы и обратные процессы. То есть первый закон термодинамики не был бы нарушен, например, если бы мяч, лежащий на земле, забрав от земли тепло, поднялся на прежнюю высоту. Тот факт, что этого не происходит никогда, свидетельствует о недостаточности одного лишь первого закона термодинамики для объяснения невозможности протекания некоторых процессов в природе и порождает необходимость еще одного закона, который устанавливал бы направление возможных энергетических превращений в природе. Таким законом и является *второй закон термодинамики*. Он был установлен путем обобщения большого числа опытных фактов и не может быть выведен теоретически.

Существует несколько формулировок второго закона. Приведем формулировку немецкого ученого Р. Клаузиуса (1822—1888), касающуюся уже известного нам факта направленности теплопередачи:

**Теплота не может самопроизвольно передаваться от холодного тела к горячему.**

**Невозможность создания вечного двигателя второго рода.** Еще одна формулировка второго закона термодинамики вытекает из необходимости наличия охладителя в работе тепловой машины, о которой мы говорили в § 39. *Воображаемый механизм, превращающий все количество теплоты в работу, называется вечным двигателем второго рода.* Схематически он выглядел бы как на рисунке 41.1. Тогда второй закон термодинамики можно еще сформулировать следующим образом:

**Вечный двигатель второго рода невозможен.**

Несмотря на внешнее различие, обе формулировки второго закона термодинамики выражают ее сущность одинаково и являются равнозначными.

**Обесценение энергии при необратимых процессах.** В рассмотренных выше примерах необратимых процессов энергия всей системы сохраняется, однако происходит ухудшение ее качества — в том смысле, что часть этой энергии становится недоступной для превращения ее в механическую энергию. В самом деле, все виды энергии — механическая, электрическая, световая — могут самопроизвольно переходить в теплоту, в то время как превращения теплоты в другие виды энергии сами по себе происходить не могут.

**Энтропия.** Количественной мерой такого “обесценения” тепловой энергии служит важная в термодинамике физическая величина, называемая *энтропией*  $S$ . В процессах, происходящих в термодинами-



Рис. 41.1

ческих системах, интерес представляет не сама величина  $S$ , а только ее изменение  $\Delta S$  при переходе системы из одного состояния в другое.

Изменение энтропии рассчитывается по формуле:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \quad (41.1)$$

где  $Q$  — количество теплоты, передаваемое телу,  $T$  — температура, при которой происходит теплопередача.

Из формулы (41.1) видно, что единица измерения энтропии —  $\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ .

Опыт и теория показывают, что при необратимых процессах энтропия теплоизолированной системы может лишь возрастать.

**Расчет изменения энтропии.** На примере некоторых необратимых процессов покажем, что энтропия системы действительно растет. Пусть требуется расплавить 1 кг льда, находящегося в комнате с постоянной температурой 20°C. Зная для льда его удельную теплоту плавления  $\lambda$  и температуру плавления  $T_{\text{пл}}$ , рассчитаем изменение энтропии системы “лед — комната”.

Увеличение энтропии льда равно:

$$\Delta S_x = \frac{m\lambda}{T_{\text{пл}}} = \frac{1 \times 3,35 \cdot 10^5}{273} = 1,23 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Уменьшение энтропии комнаты равно:

$$\Delta S_k = \frac{-m\lambda}{T_k} = \frac{-1 \times 3,35 \cdot 10^5}{293} = -1,14 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Следовательно, энтропия системы, рассчитываемая как сумма энтропий льда и комнаты, действительно возрастет:

$$\Delta S = \Delta S_x + \Delta S_k = 1,23 \cdot 10^3 - 1,14 \cdot 10^3 = 90 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} > 0.$$

**Энтропия и беспорядок.** Физический смысл понятия энтропии раскрывается в статистической физике. При необратимых процессах вместе с энтропией растет и неупорядоченность в системе. Например, в рассмотренном выше примере роста энтропии при плавлении льда, строгий порядок в расположении атомов в кристаллической решетке льда сменяется на менее упорядоченное расположение атомов воды. В этом смысле энтропию можно рассматривать как меру беспорядка системы.



### Вопросы для самоконтроля

1. В чем отличие обратимых и необратимых процессов?
2. Почему необратимы механические процессы?
3. Приведите примеры необратимых процессов в природе.
4. Какие формулировки второго закона термодинамики вы можете дать?
5. Что в термодинамике понимают под вечным двигателем второго рода?
6. Как рассчитывается разность энтропий?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Отпустите мяч с некоторой высоты и проследите за тем, как при его соударениях с горизонтальной поверхностью механическая энергия переходит во внутреннюю энергию. Запрещает ли первый закон термодинамики обратное превращение внутренней энергии в механическую энергию мяча?

### Экспериментируйте

Проведите опыт, свидетельствующий о том, что самопроизвольно тепло всегда переходит от более нагретого тела к менее нагретому.

### Объясните

Объясните, что означает вечный двигатель второго рода. Почему невозможно его создать?

### Анализируйте

В домашнем холодильнике тепло забирается от морозильной камеры и отдается более теплой кухне. Как это согласуется со вторым законом термодинамики о том, что тепло передается только в направлении от горячего тела к холодному?

### Решайте

1. Найти прирост энтропии при плавлении 1 кг льда, находящегося при температуре 0°C.

(Ответ: 1227 Дж/К)

2. Найти изменение энтропии при испарении 5 л воды при температуре 100°C.

(Ответ: 30,3 кДж/К)

■3. Камень массой  $10^3$  кг при температуре 293 К падает со скалы высотой 125 м в озеро, температура воды в котором также 293 К. Считая, что вся кинетическая энергия камня при входлении в воду превращается во внутреннюю энергию воды, найти изменение энтропии воды в озере.

(Ответ: 4,2 кДж/К)

### Рефлексия

1. Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
2. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
3. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
4. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
5. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?

## § 42. Применение тепловых двигателей



**Ключевые понятия:** двигатель внутреннего сгорания, степень сжатия, двигатель Дизеля, газовые турбины, турбореактивные и турбовинтовые двигатели.

На этом уроке вы узнаете, как работают двигатель внутреннего сгорания и двигатель Дизеля; рассмотрите особенности паровой и газовой турбин, экологические аспекты использования тепловых двигателей.

**Виды тепловых машин и их применение.** Человечество проделало огромный путь в развитии тепловых двигателей. Современные устройства коренным образом отличаются от первых тепловых машин с КПД 8—12%. На смену паровым машинам пришли *двигатели внутреннего сгорания*, более удобные в работе и с более высоким КПД. После того, как были получены новые виды топлива (бензин и керосин), изобрели карбюраторный двигатель, в цилиндре которого происходит смешивание бензина с воздухом, и образовавшаяся горючая смесь, сгорая, сообщает рабочему телу тепло, увеличивая тем самым его внутреннюю энергию. Для поршневых двигателей внутреннего сгорания важной характеристикой, определяющей полноту сгорания топлива и значительно влияющей на КПД, является степень сжатия горючей смеси:  $\varepsilon = \frac{V_2}{V_1}$ , где  $V_2$  и  $V_1$  — объемы в начале и в конце сжатия. С увеличением степени сжатия возрастает начальная температура горючей смеси в конце такта сжатия, что способствует ее более полному сгоранию. У современных карбюраторных двигателей  $\varepsilon \approx 8$ . Дальнейшему повышению степени сжатия препятствует явление *детонации* (самовоспламенение) горючей смеси, происходящее еще до того, как поршень достигнет верхней мертвой точки. Все это оказывает разрушающее действие на цилиндр двигателя и снижает мощность и КПД. Для борьбы с этим явлением используют бензин со специальными антидетонационными присадками.

**Двигатель Дизеля.** Для дальнейшего повышения КПД двигателя внутреннего сгорания в 1892 г. немецкий инженер Рудольф Дизель (1858—1913) предложил использовать еще большие степени сжатия рабочего тела и расширения при постоянном давлении. Высокая степень сжатия достигается в двигателе Дизеля за счет того, что сжатию подвергается не горючая смесь, а воздух. По окончании такта сжатия в цилиндр впрыскивается горючее, для зажигания которого не требуется специального устройства, (например, свечи зажигания), так как при высокой степени адиабатного сжатия температура в цилиндре достигает 600—700°C. Этого достаточно, чтобы произошло воспламенение горючего. Современные дизельные двигатели имеют степень сжатия  $\varepsilon \approx 16—21$  и КПД около 40%. Кроме того, дизельные двигатели работают на обедненной смеси, что приводит к более полному сгоранию.

топлива и уменьшению токсичности выхлопных газов. Дизельные двигатели обладают гораздо большей мощностью, чем карбюраторные.

На современном этапе инженерная мысль снова вернулась к паровым турбинам, в которых привлекает сравнительная простота устройства, принцип действия и применение в качестве рабочего тела водяного пара. Работы в этой области привели к тому, что КПД паровых турбин достигает 40%. Паротурбинные двигатели широко применяются на водном транспорте и паротурбинных конденсационных электростанциях.

**Газовые турбины.** Мысль об устраниении топки и котла в тепловой машине с турбиной за счет перенесения места сжигания топлива в само рабочее тело привела к созданию *газовых турбин*. У них отсутствуют громоздкие паровые котлы и паровые турбины, а также поршни и механизмы, необходимые для преобразования возвратно-поступательного движения во вращательное. Поэтому газотурбинный двигатель занимает примерно втрое меньше места, чем дизельный двигатель такой же мощности. Компактность и быстроходность в сочетании с большой мощностью позволили применять газотурбинные двигатели в авиации и на водном транспорте. Газовая турбина может быть использована как реактивный двигатель, так как воздух и продукты горения выбрасываются из нее с большой скоростью, создавая большую реактивную силу тяги. Поэтому эти реактивные двигатели используются в самолетах и теплоходах. Различают *турбореактивные* и *турбовинтовые двигатели*.

**Применение тепловых двигателей** в народном хозяйстве огромно. Одно только перечисление разных типов тепловых двигателей займет очень много места. Мы не представляем себе жизнь на Земле без миллионов автомобилей, автобусов, мотоциклов, тепловозов. На самолетах и вертолетах также установлены разнообразные тепловые двигатели (поршневые, турбореактивные, турбовинтовые и т. п.). Практически вся сельскохозяйственная техника (тракторы, комбайны, посевная техника) работает на тепловых двигателях. Невозможно представить себе современную космонавтику без ракетных двигателей. На тепловых электростанциях также используют тепловые машины.

**Тепловые двигатели и загрязнение окружающей среды.** К сожалению, применение тепловых двигателей отрицательно воздействует на окружающую нас среду. Это вызвано действием различных факторов, возникающих в результате сжигания углеводородного топлива в тепловых машинах.

Среди этих факторов основным является выброс в атмосферу углекислого газа. В настоящее время суммарное количество углекислого газа, ежегодно выбрасываемого в атмосферу всеми странами, превышает 30 млрд. т. Углекислый газ в атмосфере вызывает парниковый эффект, удерживая инфракрасное излучение нагретой Солнцем поверхности Земли. В результате этого происходит неуклонное повышение средней

температуры на Земле, что создает реальную угрозу глобального потепления, последствием которого станут таяние ледников, подъем уровня мирового океана и другие климатические изменения.

Кроме этого, сжигание топлива сопровождается потреблением большого количества кислорода, содержащегося в атмосфере. В промышленно развитых странах тепловые двигатели уже сегодня потребляют кислорода больше, чем его производят растения.

И, наконец, из-за неполного сгорания топлива в тепловых двигателях воздух загрязняется золой, азотными и серными соединениями. Антидетонационные присадки, добавляемые к транспортному топливу, приводят к значительному повышению концентрации свинца в атмосфере.

В настоящее время основные усилия стран в борьбе против загрязнения атмосферы направлены на сокращение выбросов CO<sub>2</sub>. В развитых европейских странах уже в ближайшее десятилетие запланировано введение полного запрета на продажу автомобилей с бензиновыми и дизельными двигателями, а вместо них эти государства выделяют своим гражданам субсидии при покупке электромобилей.

Помимо транспорта, источниками загрязнения являются также промышленные предприятия и предприятия топливно-энергетического комплекса. Перевод этих предприятий на возобновляемые источники энергии, такие как ветровые и солнечные электростанции, и постепенный отказ от тепловых электростанций будет способствовать сохранению благоприятной окружающей среды.

В перспективе, в связи с истощением мировых запасов органического топлива, а также в связи с ухудшением экологической ситуации в мире, тепловые двигатели должны постепенно уступить свое место более экологичным источникам энергии. Последним научно-техническим достижениям разных стран в сфере возобновляемых источников энергии была посвящена международная выставка ЭКСПО-2017 “Энергия будущего” в нашей столице.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какие виды тепловых двигателей вы знаете? В чем их преимущества друг перед другом? Каковы их недостатки?
2. Каковы проблемы и перспективы развития тепловых машин?

## Примеры решения задач

**1.** Определить количество теплоты, необходимое для перевода одного моля одноатомного идеального газа из состояния 1 в состояние 3 по пути 1–2–3 (рис. 42.1). В состоянии 1 температура газа  $T_1 = 300$  К.

*Решение.* Задачу легко решить, если мы рассчитаем количество теплоты в процессе 1–2–3 как сумму количеств теплоты на изобарном 1–2 и изохорном 2–3 участках. На участке 1–2 количество теплоты, сообщенное газу, можно определить по формуле:

$$Q_{1-2} = V C_p (T_2 - T_1) = V \frac{5}{2} R (T_2 - T_1).$$

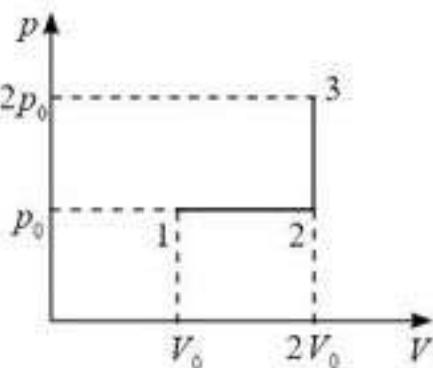


Рис. 42.1

Здесь мы учли, что для одноатомного газа  $C_p = \frac{5}{2} R$ . Температуру  $T_2$  в состоянии 2 найдем по закону Гей-Люссака:  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_2}{V_1}$ , из которого  $T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = 300 \cdot 2 = 600$  К. Тогда  $Q_{1-2} = 1 \cdot 2,5 \cdot 8,31(600 - 300) = 6233$  Дж. На изохорном участке 2–3 количество теплоты находится по формуле:

$$Q_{1-2} = V C_p (T_2 - T_1) = V \frac{3}{2} R (T_3 - T_2),$$

так как для одноатомного газа  $C_p = \frac{3}{2} R$ . Температуру  $T_3$  в состоянии 3 найдем по закону Шарля:  $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$ , из которого  $T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = 600 \cdot 2 = 1200$  К. Тогда  $Q_{2-3} = 1 \cdot 1,5 \cdot 8,31(1200 - 600) = 7479$  Дж.

Количество теплоты на всем участке 1–2–3 равно  $Q_{1-3} = Q_{1-2} + Q_{2-3} = 6233 + 7479 = 13712$  Дж = 13,7 кДж.

**2.** Одноатомный идеальный газ совершает круговой процесс 1–2–3–1, график которого в координатах  $p$  –  $V$ , изображен на рисунке 42.2. Определите КПД цикла.

*Решение.* Вычислим КПД цикла по формуле:

$\eta = \frac{A}{Q_1}$ , где  $A$  — суммарная работа, совершенная газом за цикл.  $Q_1$  — количество теплоты, сообщенного газу во время

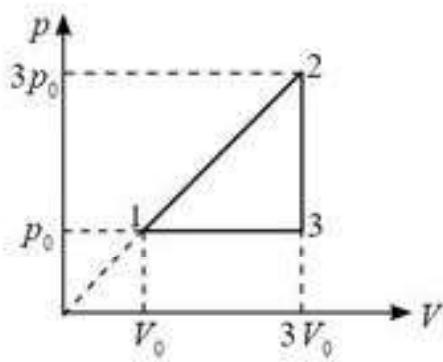


Рис. 42.2

цикла. Работу  $A$  легко рассчитать через площадь треугольника 123.  $A = \frac{1}{2}(3p_0 - p_0)(3V_0 - V_0) = 2p_0V_0$ . Теплота газу сообщается лишь на участке 1—2 и ее можно рассчитать, применяя первый закон термодинамики для этого участка:  $Q_1 = Q_{1-2} = A_{1-2} + \Delta U_{1-2}$ . Работа  $A_{1-2}$  рассчитывается через площадь трапеции  $V_0 - 1 - 2 - 3V_0$  и равна  $A_{1-2} = \frac{1}{2}(3p_0 + p_0)(3V_0 - V_0) = 4p_0V_0$ . Изменение внутренней энергии  $\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}VR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(9p_0V_0 - p_0V_0) = 12p_0V_0$ . Здесь мы воспользовались уравнением состояния идеального газа и заменили произведение  $VRT$  на  $pV$ . Таким образом, теплота  $Q_1 = 4p_0V_0 + 12p_0V_0 = 16p_0V_0$ . Следовательно, для КПД цикла получаем:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{2p_0V_0}{16p_0V_0} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%.$$

**3.** Один моль некоторого идеального газа изобарно нагрели на 72 К, сообщив ему количество тепла 1,60 кДж. Найти изменение его внутренней энергии и величину  $\gamma$ .

*Решение.* Первый закон термодинамики для изобарного процесса имеет форму  $Q = \Delta U + A$ . Отсюда следует, что  $\Delta U = Q - A$ . Работа одного моля газа при изобарном процессе выражается формулой  $A = R\Delta T$ . Следовательно,  $\Delta U = Q - R\Delta T = 1,60 \cdot 10^3 - 8,31 \cdot 72 = 1,00 \cdot 10^3$  Дж.

При изобарном процессе количество теплоты, сообщаемой 1 моль газа, рассчитывается по формуле  $Q = C_p \Delta T$ . По определению  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ . Умножим числитель и знаменатель на  $\Delta T$ . Тогда получим

$$\gamma = \frac{C_p \Delta T}{C_V \Delta T} = \frac{Q}{\frac{1}{2}R\Delta T} = \frac{Q}{\Delta U} = \frac{1,60 \cdot 10^3}{1,00 \cdot 10^3} = 1,6.$$

**4.** При адиабатном сжатии кислорода массой 20 г его внутренняя энергия увеличилась на 8 кДж и температура повысилась до 900 К. найти: 1) повышение температуры; 2) конечное давление газа, если начальное давление 200 кПа.

*Решение.* 1) Изменение внутренней энергии кислорода определяется по формуле:  $\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{m}{M} R\Delta T$ . Отсюда

$$\Delta T = \frac{2M\Delta U}{5mR} = \frac{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^3}{5 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 616 \text{ К.}$$

2) Для адиабатного процесса выполняется уравнение Пуассона  $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ . Из уравнения состояния идеального газа найдем объем

газа  $V = \frac{mRT}{pM}$  и подставим его в уравнение адиабатного процесса. Тогда уравнение Пуассона запишется в таком виде:  $p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ . Возведем обе части уравнения в степень  $\frac{1}{1-\gamma}$ . Тогда получим:  $p_1 T_1^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = p_2 T_2^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ .

Отсюда:  $p_2 = p_1 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 2 \cdot 10^5 \left( \frac{900 - 616}{900} \right)^{\frac{1,4}{1-1,4}} = 11,3 \cdot 10^6$  Па. В расчетах мы взяли  $\gamma = 1,4$ , так как кислород — двухатомный газ.

**5.** 1 моль идеального двухатомного газа совершает цикл Карно. Температура нагревателя 400 К. Найти КПД цикла, если при адиабатном сжатии газа затрачивается работа 2,0 кДж.

*Решение.* Первый закон термодинамики для адиабатного процесса ( $Q = 0$ ) записывается в виде  $A = -\Delta U$ . По условию задачи работа газа отрицательна, т. е.  $A = \Delta U$ . Изменение внутренней энергии двухатомного газа определим по формуле  $\Delta U = \frac{5}{2} vR \Delta T$ . Отсюда  $\Delta T = \frac{2 \Delta U}{5vR} = \frac{2A}{5vR} = -\frac{2 \cdot 2,0 \cdot 10^3}{5 \cdot 1 \cdot 8,31} = 96$  К. Следовательно, КПД цикла Карно равен  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{96}{400} = 24\%$ .



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Понаблюдайте за работой двигателя автомобиля. Что является нагревателем, рабочим веществом и холодильником в двигателе внутреннего сгорания?

### Анализируйте

В какое время — жаркое или прохладное — КПД одного и того же двигателя автомобиля будет больше?

### Решайте

1. Двигатель мотороллера развивает мощность 3,31 кВт при скорости 58 км/ч. Какой путь проедет мотороллер, если у него в бензобаке 3,2 л бензина? КПД двигателя 20%.

(Ответ: 100 км)

2. Двигатель реактивного самолета с КПД 20% при полете со скоростью 1800 км/ч развивает силу тяги 88,2 кН. Определить расход керосина за 1 ч полета и развиваемую мощность.

(Ответ: 18,4 т;  $4,41 \cdot 10^4$  кВт)



### Рефлексия

1. Понятны ли были цели, обозначенные в начале параграфа?
2. С какими терминами и понятиями вы встречались ранее?
3. Какая часть пройденного материала усвоена хорошо, а какая слабо? Нуждаетесь ли вы в дополнительном разъяснении темы? Что необходимо сделать, чтобы ликвидировать этот пробел?
4. Помогли ли вам задания "Творческой мастерской" в усвоении темы? В чем возникли наибольшие затруднения?
5. Какая информация заинтересовала вас особенно? Почему?



Макроскопические тела обладают внутренней энергией, равной сумме кинетической энергии хаотичного движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия. Внутренняя энергия является однозначной функцией температуры тела:  $U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$ .

Изменить внутреннюю энергию системы можно с помощью теплопередачи или совершением работы над системой. Энергия, переданная телу в ходе теплопередачи, называется *количеством теплоты*.

Термодинамические процессы подчиняются первому закону термодинамики, представляющему собой закон сохранения энергии для тепловых процессов: *количество теплоты, переданное газу, идет на совершение газом работы и на изменение его внутренней энергии*:

$$Q = A + \Delta U.$$

Работа, совершаемая газом, зависит от процесса, в котором участвует газ: а) изобарный процесс  $A = p\Delta V$ ; б) изохорный  $A = 0$ ; в) изотермический  $A = Q$ .

Работу, которую совершает газ в ходе произвольного процесса, можно найти как площадь фигуры, ограниченную графиком  $p(V)$ , осью  $OV$  и перпендикулярами на ось  $OV$ .

Количество теплоты, получаемое газом, также зависит от процесса, в котором участвует газ: а) изохорный  $Q = \Delta U$ ; б) изотермический  $Q = A$ ; в) изобарный  $Q = A + \Delta U$ .

*Адиабатный процесс — это процесс, протекающий без теплообмена.* Для этого процесса справедливо:  $Q = 0$  и  $A = -\Delta U$ , т. е. работа совершается газом за счет убыли внутренней энергии.

При обмене теплотой в изолированной системе без совершения работы выполняется уравнение теплового баланса:  $Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$ , где  $Q_1, Q_2, Q_3$  — количества теплоты, полученные или отданные телами, участвующими в теплообмене.

**Второй закон термодинамики:** теплота самопроизвольно передается от тел более горячих к телам более холодным.

*Тепловые двигатели — это двигатели, превращающие внутреннюю энергию рабочего тела в механическую работу.*

КПД теплового двигателя — это отношение суммарной работы, совершенной двигателем за один цикл к количеству теплоты, подводимой к газу в течение цикла:

$$\eta = \frac{A}{|Q_1|} = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}.$$

## Глава 9. ЖИДКОСТИ И ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

### § 43. Насыщенный и ненасыщенный пар. Влажность воздуха



**Ключевые понятия:** насыщенный пар, ненасыщенный пар, свойства насыщенных паров, свойства ненасыщенных паров, пересыщенный пар, относительная влажность воздуха, абсолютная влажность воздуха, точка росы.

На этом уроке вы: познакомитесь с насыщенным и ненасыщеннымарами, с их свойствами, абсолютной и относительной влажностью; научитесь описывать принципы действия волосного и конденсационного гигрометров, определять относительную влажность воздуха с помощью гигрометра и психрометра, применять формулу для нахождения относительной влажности.

**Насыщенные и ненасыщенные пары.** Когда свободная поверхность жидкости в сосуде граничит с атмосферой, то испарение преобладает над конденсацией и уровень жидкости с течением времени понижается. Происходит это потому, что движущийся воздух уносит пар и уменьшает его плотность над поверхностью жидкости.

Опыт показывает, что уровень жидкости в герметически закрытом сосуде со временем не меняется. Это означает, что в таком сосуде процесс испарения жидкости полностью компенсируется с конденсацией пара, т. е. сколько молекул вылетает из жидкости, столько же в нее возвращается. Иначе говоря, в этом случае число молекул как в жидкости, так и в паре над ней остается неизмененным, хотя между жидкостью и паром происходит непрерывный обмен молекулами. Такое равновесие между жидкостью и ее паром называют *динамическим*.

*Пар, который находится в состоянии динамического равновесия со своей жидкостью, называется насыщенным паром. Пар, который находится над поверхностью жидкости, когда испарение преобладает над конденсацией, и пар при отсутствии жидкости называется ненасыщенным паром.*

Чтобы проверить, зависят ли плотность и давление насыщенного пара от рода вещества, проведем такой опыт. Возьмем одинаковые закрытые колбы с водой, спиртом и эфиром, соединенные с манометрами (рис. 43.1). Кроме воздуха, давление в колбах будут создавать и насыщенные пары налитых жидкостей. Оказывается, что наибольшее давление будет в колбе с эфиром, а наименьшее — в колбе с водой, т. е. большее давление создает насыщенный пар той жидкости, которая быстрее испаряется. Такого рода опыты показали следующее: чем меньше удельная теплота парообразования жидкости, тем быстрее

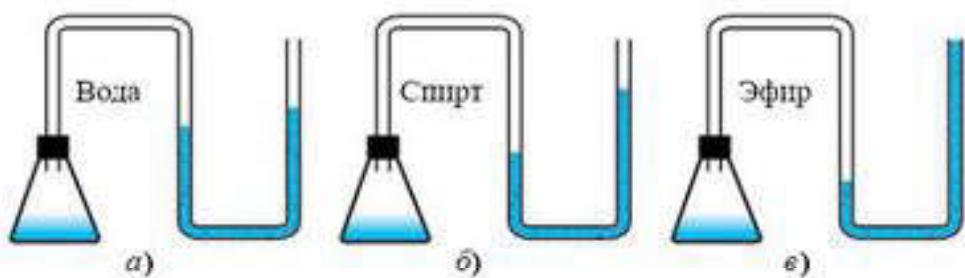


Рис. 43.1

она испаряется и тем больше давление и концентрация ее паров (при одинаковой температуре различных жидкостей).

**Свойства насыщенных паров.** Выясним поведение насыщенного пара при изохорическом процессе. Для этого возьмем герметически закрытый сосуд с манометром. Перед тем как закрыть сосуд, нальем в него жидкость и затем откачаем воздух. Пространство над жидкостью будет заполнено только ее парами. Поместив сосуд в водянную ванну (рис. 43.2), будем нагревать его и записывать температуру и давление в нем насыщенного пара. Закончив нагревание, начнем охлаждать сосуд и снова записывать температуру и давление пара в нем. Сравнив показания манометра при одинаковых температурах, мы увидим, что они одинаковы. Это доказывает, что *давление и плотность насыщенного пара однозначно определяются его температурой*.

Давление насыщенного пара зависит от его природы и быстро возрастает при повышении температуры. Если во время опыта наблюдать за уровнем жидкости в сосуде, то будет видно, что он при нагревании понижается, а при охлаждении повышается. Значит, масса и плотность пара при нагревании возрастают, а при охлаждении убывают. На основании изложенного делаем вывод, что давление насыщенного пара при нагревании увеличивается по двум причинам: во-первых, вследствие увеличения кинетической энергии поступательного движения молекул пара и, во-вторых, из-за увеличения числа молекул в единице объема пара, т. е. из-за увеличения его плотности.

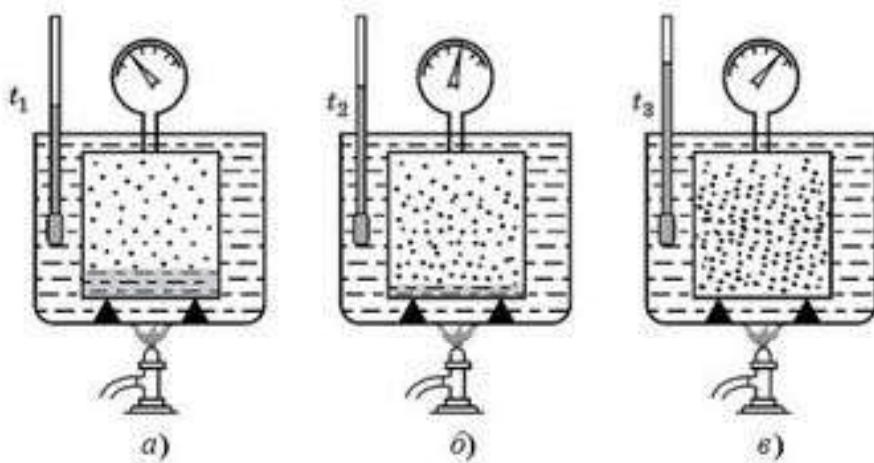


Рис. 43.2

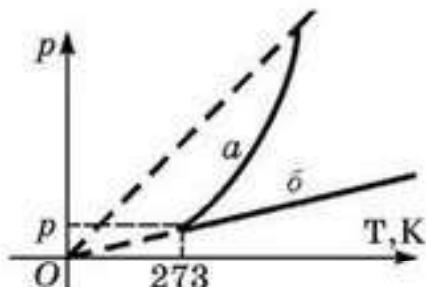


Рис. 43.3

При изохорическом нагревании идеального газа давление увеличивается только по первой причине, поскольку масса и плотность газа остаются постоянными. На рисунке 43.3 изображен типичный график зависимости давления насыщенного пара от температуры (кривая *a*), а ниже для сравнения показан график изохорического процесса для идеального газа, имеющего при 0°C такое же давление, как и пар (прямая *б*).

Из приведенных опытов следует, что закон Шарля не применим к насыщенным парам. В основном это объясняется тем, что масса насыщенного пара при изохорическом процессе изменяется.

Рассмотрим теперь изотермический процесс. Для этого воспользуемся сосудом цилиндрической формы с небольшим количеством жидкости, устроенным так же, как и в предыдущем опыте, но с подвижным поршнем (рис. 43.4, *а*). Если перемещать поршень вниз или вверх (рис. 43.4, *б*, *в*), то можно заметить, что пока в сосуде остается жидкость, давление пара остается постоянным. Это означает, что при постоянной температуре давление насыщенного пара не зависит от объема. Следовательно, закону Бойля — Мариотта насыщенный пар не подчиняется.

Наблюдения за уровнем жидкости в сосуде показывают, что при изотермическом расширении масса насыщенного пара возрастает, а при сжатии — убывает. Учитывая, что давление пара при этом остается неизменным, можно сделать следующие выводы:

1. При изотермическом расширении испаряется ровно столько жидкости, сколько нужно для заполнения насыщенным паром прироста объема сосуда.
2. При изотермическом сжатии конденсируется ровно столько насыщенного пара, сколько его было в отнятом у пара объеме.

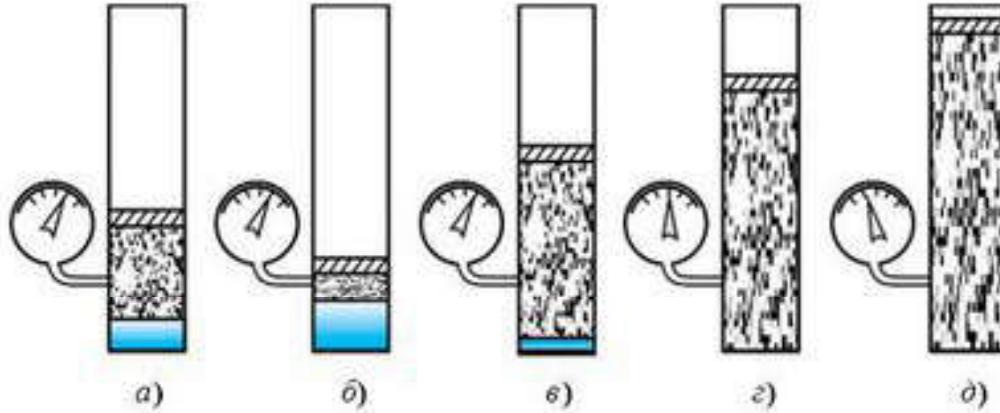


Рис. 43.4

3. Плотность насыщенного пара при изотермическом процессе не изменяется.

4. Давление и плотность насыщенного пара зависят только от температуры и рода вещества.

Из всего изложенного следует, что законы для идеального газа к насыщенным парам неприменимы. Объясняется это в основном тем, что при любом процессе, происходящем с насыщенным паром, масса пара изменяется.

**Свойства ненасыщенных паров.** Если нагревать сосуд с жидкостью, изображенный на рис. 43.2, до тех пор, пока жидкость в нем не исчезнет (рис. 43.2, *в*), то пар станет ненасыщенным. Его плотность при дальнейшем нагревании остается постоянной и давление будет уже не так быстро возрастать с увеличением температуры (рис. 43.3, верхняя часть кривой *а*). Однако пока пар недалек от насыщения, влияние взаимодействия молекул все же заметно, и только при значительном нагревании ненасыщенный пар начнет подчиняться закону Шарля.

При изотермическом расширении (рис. 43.4, *г, д*), описанном выше, явно видно изменение давления пара, когда он становится ненасыщенным. Плотность ненасыщенного пара близка к плотности насыщенного, но велико влияние взаимодействия молекул пара и их собственного объема. При этом зависимость давления пара от его объема расходится с законом Бойля — Мариотта. При малых плотностях ненасыщенный пар подчиняется закону Бойля — Мариотта. Следовательно, к ненасыщенному пару можно применить законы для идеального газа лишь в тех случаях, когда пар далек от насыщения.

Анализируя полученные выводы, легко установить, что насыщенный пар можно превратить в ненасыщенный — либо изохорическим нагреванием, либо изотермическим расширением, либо одновременно и нагреванием, и расширением. Наоборот, ненасыщенный пар всегда можно превратить в насыщенный — либо изохорическим охлаждением, либо изотермическим сжатием, либо одновременно и охлаждением, и сжатием.

Опыт показывает, что если пар не соприкасается с жидкостью, его можно охладить ниже температуры, при которой он становится насыщенным, но жидкость при этом еще не образуется. Такой пар называется *пересыщенным*. Объясняется это тем, что для превращения пара в жидкость нужны *центры конденсации*, которые могли бы стать зародышами капелек жидкости. Ими обычно служат пылинки или ионы; они притягивают к себе молекулы пара, образуя мельчайшие капельки, которые служат центрами дальнейшей конденсации.

Оказывается, что собственный объем молекул пара практически всегда ничтожно мал по сравнению с объемом, занятым паром. Поэтому

если в пространстве находится пар какой-либо жидкости (даже и насыщенный), то это не мешает испаряться в нем другой жидкости. Общее давление в этом случае равно сумме давлений паров обеих жидкостей.

**Относительная влажность воздуха.** Величина, характеризующая содержание водяных паров в различных частях атмосферы Земли, называется **влажностью воздуха**. Для количественной оценки влажности воздуха используют *абсолютную* или *относительную влажность*. Абсолютную влажность воздуха измеряют плотностью водяного пара  $\rho_a$ , находящегося в воздухе, или его давлением  $p_a$ . Более ясное представление о степени влажности воздуха дает относительная влажность  $\Phi$ , которую измеряют числом, показывающим, сколько процентов составляет абсолютная влажность  $\rho_a$  от плотности водяного пара  $\rho_n$ , нужной для насыщения воздуха при имеющейся у него температуре:

$$\Phi = \frac{\rho_a}{\rho_n} \cdot 100\%. \quad (43.1)$$

Таким образом, относительная влажность определяется не только абсолютной влажностью, но и температурой воздуха. При вычислении относительной влажности значения  $\rho_a$  и  $\rho_n$  надо брать из таблиц.

Температура, при которой воздух в процессе своего охлаждения становится насыщенным водяными парами, называется *точкой росы*. При известной точке росы абсолютную влажность воздуха  $\rho_a$  можно найти по таблице, так как она равна плотности насыщенного пара  $\rho_n$  при точке росы. Найдя затем по этой же таблице  $\rho_n$  для данной температуры воздуха, можно по формуле (43.1) вычислить относительную влажность  $\Phi$ .

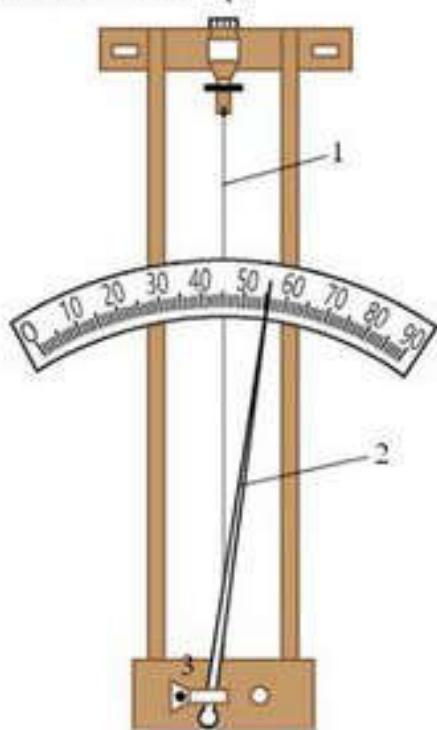


Рис. 43.5

Большинство приборов для определения влажности воздуха называются *гигрометрами* (от греч. *гигрос* — “влажный”) и  *психрометрами* (от греч. *психриа* — “холод”).

Различают гигрометры  *волосной* (рис. 43.5) и  *конденсационный* (рис. 43.6). Принцип действия первого основан на свойстве человеческого (конского) волоса удлиняться при повышении влажности окружающего воздуха. С удлинением волоса (1) меняется угол отклонения стрелки (2) прибора, закрепленной через пружину (3). Действие второго основано на определении точки росы, по которой находят в таблицах абсолютную влажность. Нагнетая в коробку (1) с налитым в нее эфиром с помощью груши (5) воздух, добиваются усиленного испарения эфира. Это приводит

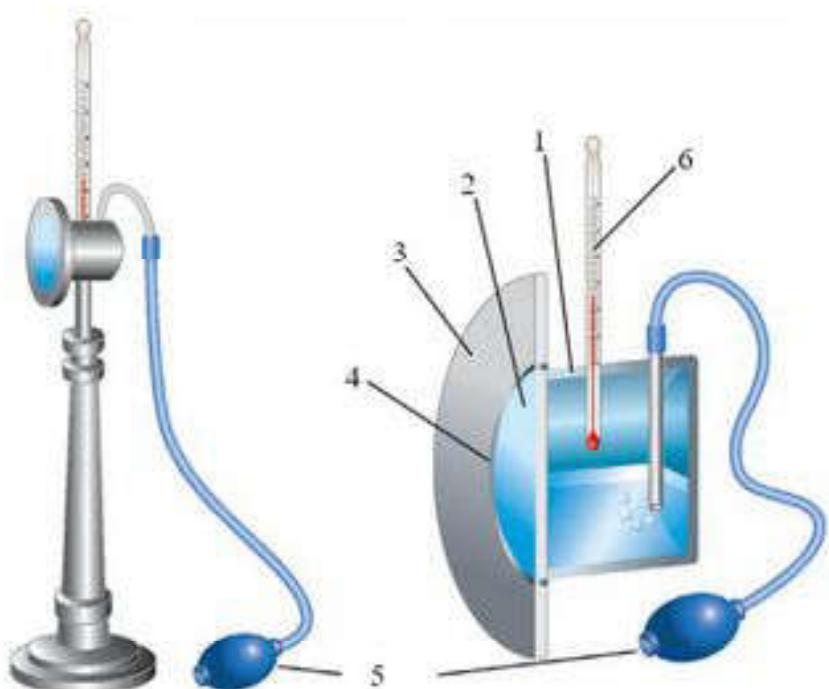


Рис. 43.6

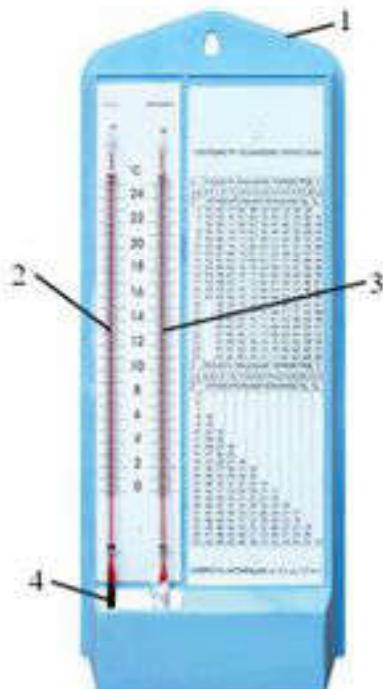


Рис. 43.7

к охлаждению самой коробки и ее лицевой отполированной металлической поверхности (2), на которой будет конденсироваться водяной пар, находящийся в окружающем воздухе. Лицевая поверхность (2) отделена от поверхности (3) контактирующей с воздухом резиновой прокладкой (4), поэтому на поверхности (3) не появляется роса. С помощью термометра (6), укрепленного на корпусе гигрометра, замечают температуру окружающего воздуха и температуру появления росы. Потом по таблице зависимости давления насыщенного водяного пара от температуры находят давления, соответствующие этим температурам. Затем по формуле (43.1) вычисляют относительную влажность воздуха.

*Психрометр* (рис. 43.7) состоит из корпуса 1, на котором закреплены два термометра: сухой 2 и влажный 3; к корпусу прикреплен сосуд с водой 4. Шарик термометра 3 обмотан тканью, конец которой опущен в сосуд с водой. Вода, испаряясь, охлаждает термометр 3. По разности температур термометров с помощью психрометрических таблиц находят относительную влажность воздуха.



### Вопросы для самоконтроля

1. Что понимают под *насыщенными* и *ненасыщенными* *парами*?
2. Каковы свойства насыщенных паров?
3. Подчиняются ли насыщенные пары законам идеального газа? Объясните.
4. В чем особенность ненасыщенных паров?
5. Что такое *абсолютная* и *относительная влажность воздуха*?
6. Как работают гигрометр и психрометр?
7. Чем объяснить, что в сухом воздухе человек выдерживает температуру 100°C и выше?



## Творческая мастерская

**Экспериментируйте**

Определите относительную влажность воздуха с помощью гигрометра и психрометра.

**Объясните**

- Почему давление насыщенного пара увеличивается с ростом температуры, причем быстрее, чем у идеального газа при постоянном объеме?
- Для чего нужно знать влажность воздуха?

**Иследуйте**

Как можно изменить влажность воздуха в помещении?

**Анализируйте**

- Какая влажность воздуха наиболее благоприятна для человека? Ответ обоснуйте.
- При температуре воздуха 15°C относительная влажность равна 55%. Выпадет ли роса, если температура воздуха упадет до 10°C? Приведите расчеты.

**Решайте**

- Температура в комнате 16°C. Относительная влажность воздуха 50%. Найдите абсолютную влажность.

(Ответ:  $6,8 \cdot 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup>)

- Точка росы 7°C, относительная влажность 50%. Какова температура воздуха?

(Ответ: 18°C)

- Какова относительная влажность воздуха в комнате, в каждом кубическом метре которого содержится  $7,7 \cdot 10^{-3}$  кг водяных паров при температуре 15°C?

(Ответ: 61,4%)

- Относительная влажность воздуха в комнате 60%, температура 16°C. До какой температуры надо охладить блестящий металлический предмет, чтобы на его поверхности появилась роса?

(Ответ: 8°C)

- \* В сосуде находится воздух, температура которого 17°C и относительная влажность 70%. Насколько уменьшится влажность воздуха, если его нагреть до 100°C и в два раза уменьшить объем?

(Ответ: 57%)

**Рефлексия**

- На каком уровне усвоен вами материал? Обоснуйте ответ.
- Какие разделы параграфа особенно вас заинтересовали?
- Не задумывались ли вы над тем, какие эксперименты можно провести для подтверждения изученного материала?

## § 44. Фазовые диаграммы. Тройная точка. Критическое состояние вещества



**Ключевые понятия:** фазовая диаграмма, сублимация, тройная точка, критическая точка, критическое состояние, критическая температура.

На этом уроке вы: познакомитесь с фазовыми состояниями вещества и их диаграммами, научитесь читать диаграммы состояний вещества.

**Фазовые диаграммы.** На рисунке 44.1 изображены диаграммы трех фазовых состояний вещества. Равновесному состоянию между жидкостью и ее паром соответствует кривая испарения  $AK$ . Фазовая диаграмма вещества:  $K$  — критическая точка,  $A$  — тройная точка.

Равновесие между твердым и жидким состояниями вещества характеризует кривая плавления  $AB$ . При давлениях и температурах, соответствующих точкам этой кривой, твердое тело и расплав, приведенные в соприкосновение, находятся в динамическом равновесии. Число молекул, переходящих в единицу времени из жидкости в твердое тело, равно числу молекул, переходящих границу раздела между ними в противоположном направлении.

Кривая плавления идет почти вертикально, поскольку температура плавления слабо зависит от давления (на рис. 44.1 она немного отклонена вправо). Этим иллюстрируется повышение температуры плавления с увеличением давления, наблюдаемое у большинства веществ.

Кривая  $CA$  на диаграмме состояний вещества отвечает значениям давления и температуры, при которых устанавливается равновесие между процессами испарения молекул (атомов) твердого тела и конденсации их на поверхность твердого тела. Процесс испарения твердых тел называется *сублимацией*. Конечно, сублимации сопутствует и обратный процесс — кристаллизация из пара. При определенных сочетаниях температуры и давления система “кристалл — пар” находится в динамическом равновесии. С уменьшением температуры кристалла уменьшается и давление его насыщенного пара (см. кривую сублимации  $CA$ ).

**Тройная точка.** Кривые плавления и парообразования пересекаются в точке  $A$ . Эту точку называют *тройной точкой*, так как если при давлении  $p_{tp}$  и температуре  $T_{tp}$  некоторые количества вещества в твердом, жидком и газообразном состояниях находятся в контакте,

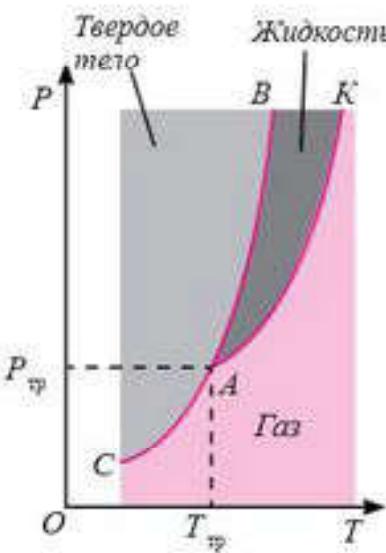


Рис. 44.1

то без подведения или отвода тепла количество вещества, находящегося в каждом из трех состояний, не изменяется.

Из диаграммы состояний вещества видно, что переход вещества при нагревании из твердого состояния в газообразное может совершиться, минуя жидкое состояние. Переход кристалл — жидкость — газ при нормальном атмосферном давлении происходит лишь у тех веществ, у которых давление в тройной точке ниже этого давления. Те же вещества, у которых давление в тройной точке превышает атмосферное, в результате нагревания при атмосферном давлении не плавятся, а переходят в газообразное состояние (сублимируют).

Например, при атмосферном давлении твердая углекислота при нагревании не плавится, а сублимирует. Это объясняется тем, что тройной точке соединения  $\text{CO}_2$  соответствует давление, примерно в пять раз большее нормального атмосферного давления.

Поскольку тройной точке соответствует вполне определенная температура, она может служить опорной (основной) точкой термометрической шкалы. Оказывается, что температура тройной точки воды равна 273,16 К (т. е.  $0,01^\circ\text{C}$ ). Это позволило ввести в Международной системе единиц следующее определение единицы термодинамической (абсолютной) температуры (1 К): Кельвин равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды.

**Критическое состояние.** Вы уже знаете, что для превращения пара в жидкость нужно повышать давление и понижать температуру.

В 1861 г. Д. И. Менделеев установил, что для каждой жидкости должна существовать такая температура, при которой исчезает всякое различие между жидкостью и ее паром. Экспериментально исследовал процесс превращения пара в жидкость (и обратно) при различных давлениях английский химик Томас Эндрюс (1813—1885). Он показал, что такая температура для каждой жидкости действительно существует, и ввел для нее термин — *критическая температура*, который используется и в настоящее время.

*Критической температурой  $t_{kp}$  вещества называется такая температура, при которой плотность жидкости и плотность ее насыщенного пара становятся одинаковыми.*

График изменения плотности воды и ее насыщенного пара в зависимости от температуры показан на рисунке 44.2, а. Поскольку не только плотность, но и давление насыщенного пара однозначно определяются его температурой, можно построить график зависимости давления от температуры  $t$  для насыщенного пара (рис. 44.2, б).

Из рисунка 44.2, а видно, что с повышением температуры горизонтальный участок графика сокращается, стягиваясь в точку  $K$  при критической температуре  $t_{kp}$ . Соответственно уменьшается различие в удельных объемах, а следовательно, и в плотностях жидкости и насы-

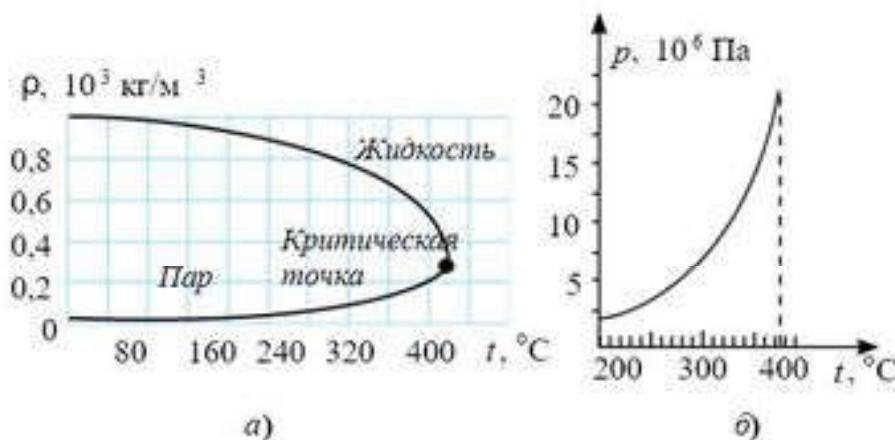


Рис. 44.2

щенного пара. При критической температуре это различие полностью исчезает. Одновременно исчезает всякое различие между жидкостью и паром.

Точка  $K$ , являющаяся пределом, к которому приближаются горизонтальные отрезки графика при стремлении температуры к критическому значению  $t_{kp}$ , именуется *критической точкой*. Состояние, изображаемое точкой  $K$ , называется *критическим состоянием* вещества. Объем  $V_{kp}$ , давление  $p_{kp}$  и температура  $t_{kp}$ , отвечающие критическому состоянию, называются *критическими величинами*.

Давление насыщенного пара растет с температурой, достигая при критической температуре значения  $p_{kp}$ . При температурах выше критической понятие насыщенного пара теряет смысл. Поэтому кривая зависимости давления насыщенного пара от температуры заканчивается в критической точке  $K$ .

При температурах выше критической вещество при любом давлении оказывается однородным. При таких температурах никаким сжатием не может быть осуществлено охлаждение вещества.

Из всего сказанного следует, что принципиальной разницы между газом и паром нет. Обычно *газом* называют *вещество в газообразном состоянии*, когда его температура выше критической, а *паром* — когда температура ниже критической.



### Вопросы для самоконтроля

- Где быстрее закипает вода — в открытом или в закрытом сосуде?
- Что называют *тройной точкой*?
- Что понимают под термином “*критическая температура*”? Кто ввел термин “*критическая температура*”?
- Что называется *сублимацией*? Какой процесс сопутствует сублимации?
- Кто установил *температуру абсолютного кипения*?
- Какое состояние вещества называется *критическим состоянием*?
- Что называется *критической точкой*? Что называют *критическими величинами*?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Перед носиком чайника с кипящей водой поместите стеклянную полоску (держите ее рукавичкой). Какое явление вы наблюдаете? Что появится в тарелке, находящейся под полоской? Почему?

### Экспериментируйте

Отлейте из бутылки газированной воды примерно 3/4 напитка. Закройте крышкой оставшуюся воду. Взболтайтe содержимое бутылки. Что будете наблюдать? Объясните.

### Анализируйте

1. Используя ваши знания по географии, укажите места на Земле и в Казахстане, в частности, где наблюдаются: а) повышенная влажность; б) сухой климат. Почему? Каковы особенности живой природы, характерные для этих мест?

2. Где в повседневной жизни нам приходится сталкиваться с помещениями, где влажность либо высокая, либо низкая? Как с этим бороться?

3. Из-за чего в критическом состоянии жидкость и ее пар имеют одинаковую плотность, а теплота парообразования равна нулю?

4. Почему газ при температуре выше критической не может быть превращен в жидкость?

### Творите

Изготовьте простейший волосяной гигрометр. Для этого липкой лентой прикрепите свой волос к центру зубочистки или спичке. Один конец спички подкрасьте, второй кончик волоса прикрепите к середине карандаша. Карандаш положите на горлышко банки так, чтобы спичка свисала внутрь банки, не доставая дна. В течение недели наблюдайте отклонения спички. Сравните эти отклонения с прогнозом погоды. Связаны ли изменения влажности воздуха с показаниями вашего "тигрометра"?



### Рефлексия

- На каком уровне усвоен вами материал? Обоснуйте ответ.
- Какие разделы параграфа особенно заинтересовали вас?
- Не задумывались ли вы над тем, какие эксперименты можно провести для подтверждения изученного материала?

## § 45. Свойства поверхностного слоя жидкости



**Ключевые понятия:** поверхностный слой жидкости, поверхностное натяжение, сила поверхностного натяжения.

На этом уроке вы: познакомитесь с основными понятиями молекулярной физики, научитесь описывать связь температуры со средней кинетической энергией поступательного движения молекул; описывать модель идеального газа; применять основное уравнение молекулярно-кинетической теории при решении задач.

**Поверхностный слой жидкости.** Выясним, чем отличаются действия молекулярных сил внутри жидкости и на ее поверхности. Среднее значение равнодействующих молекулярных сил притяжения, приложенных к молекуле  $M_1$ , которая находится внутри жидкости (рис. 45.1), близко к нулю. Случайные флуктуации этой равнодействующей заставляют молекулу  $M_1$  совершать лишь хаотическое движение внутри жидкости. Несколько иначе обстоит дело с молекулами  $M_2$  и  $M_3$ , находящимися в поверхностном слое жидкости.

Опишем вокруг молекул *сферы молекулярного действия радиусом  $r_m$*  (порядка  $10^{-9}$  м). Тогда для молекулы  $M_2$  в нижней полусфере окажется много молекул, а в верхней — значительно меньше, так как снизу находится жидкость, а сверху — пар и воздух. Поэтому для молекулы  $M_2$  равнодействующая молекулярных сил притяжения в нижней полусфере  $F_{\infty}$  много больше равнодействующей молекулярных сил в верхней полусфере  $F_n$ . Отметим, что сила  $F_n$  так мала, что ею можно пренебречь. Равнодействующая молекулярных сил притяжения, приложенных к молекуле  $M_3$ , меньше, чем для молекулы  $M_2$ , так как определяется только действием молекул в темно-синей области. Существенно, что равнодействующие для молекул  $M_2$  и  $M_3$  направлены внутрь жидкости перпендикулярно ее поверхности.

Таким образом, все молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, толщиной, равной радиусу молекулярного действия (рис. 45.1), втягиваются внутрь жидкости. Но пространство внутри жидкости занято другими молекулами, поэтому поверхностный слой создает давление на жидкость, которое называют *молекулярным давлением*.

Теоретические расчеты показали, что молекулярное давление очень велико. Например, для воды оно порядка  $11 \cdot 10^8$  Па, для эфира —  $1,4 \cdot 10^8$  Па.

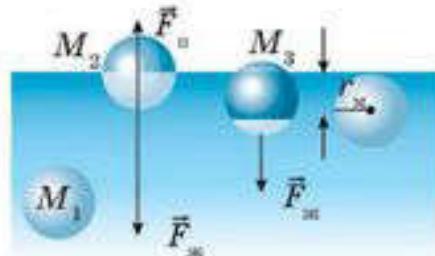


Рис. 45.1

**Поверхностное натяжение.** Поскольку молекулы жидкости, находящиеся в ее поверхностном слое, втягиваются внутрь жидкости, их потенциальная энергия больше, чем у молекул внутри жидкости. К этому выводу можно также прийти, если вспомнить, что потенциальная энергия взаимодействия молекул отрицательна, и учесть, что молекулы в поверхностном слое жидкости взаимодействуют с меньшим числом молекул, чем молекулы внутри жидкости.

Эту дополнительную потенциальную энергию молекул поверхностного слоя жидкости называют *поверхностной энергией*. За счет нее может быть произведена работа, связанная с изменениями свободной поверхности жидкости. Наоборот, для того, чтобы вывести молекулы, находящиеся внутри жидкости, на ее поверхность, нужно преодолеть противодействие молекулярных сил. То есть произвести работу, которая нужна для увеличения поверхностной энергии  $\Delta E$  прямо пропорционально изменению площади свободной поверхности жидкости  $\Delta S$ :

$$\Delta W = \sigma \Delta S. \quad (45.1)$$

Так как  $\Delta W = A$ , то имеем

$$A = \sigma \Delta S. \quad (45.2)$$

Итак, работа молекулярных сил  $A$  при уменьшении площади свободной поверхности прямо пропорциональна  $\Delta S$ . Но эта работа должна еще зависеть от рода жидкости и внешних условий, например, от температуры. Эту зависимость и выражает коэффициент  $\sigma$ .

*Величина  $\sigma$ , характеризующая зависимость работы молекулярных сил при изменении площади свободной поверхности жидкости от рода жидкости и внешних условий, называется коэффициентом поверхностного натяжения жидкости (или просто поверхностным натяжением).* Он показывает, какую работу должны совершить молекулярные силы, чтобы уменьшить площадь свободной поверхности жидкости на единицу :

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}. \quad (45.3)$$

Выведем единицу измерения поверхностного натяжения  $\sigma$  в СИ:

$$\sigma = 1 \text{ Дж/1 м}^2 = 1 \text{ Н/м.}$$

Так как всякая система самопроизвольно переходит в состояние, при котором ее потенциальная энергия минимальна, то жидкость должна самопроизвольно переходить в такое состояние, при котором площадь ее свободной поверхности имеет наименьшее значение. Это можно показать с помощью следующего опыта.

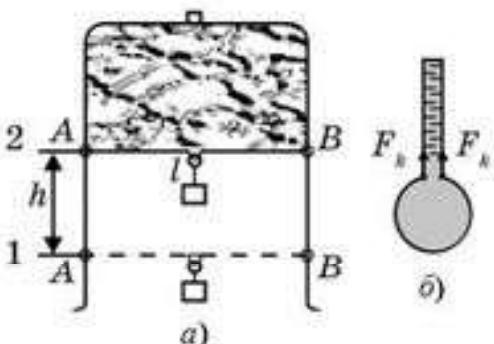


Рис. 45.2

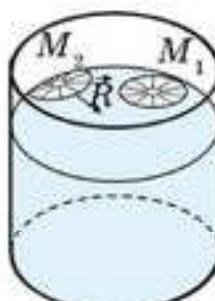


Рис. 45.3

На проволоке, изогнутой в виде буквы П, укрепляют подвижную перемычку  $AB$  (рис. 45.2, а). Полученную таким образом рамку затягивают мыльной пленкой, опуская рамку в мыльный раствор. После вынимания рамки из раствора перемычка  $AB$  перемещается вверх, т.е. молекулярные силы действительно уменьшают площадь свободной поверхности жидкости. Поскольку при одном и том же объеме наименьшая площадь поверхности имеется у шара, жидкость в состоянии невесомости принимает его форму. По этой же причине маленькие капли жидкости имеют шарообразную форму (рис. 45.2, б).

**Сила поверхностного натяжения.** Молекула  $M_1$ , которая расположена на поверхности жидкости (рис. 45.3), взаимодействует не только с молекулами, находящимися внутри жидкости, но и с молекулами на поверхности жидкости, расположенными в пределах сферы молекулярного действия. Для молекулы  $M_1$ , равнодействующая  $R$  молекулярных сил, направленных вдоль поверхности жидкости, равна нулю, а для молекулы  $M_2$ , расположенной у края поверхности, сила  $R$  отлична от нуля. Из рисунка 45.3 видно, что сила  $R$  направлена по нормали — к границе свободной поверхности и по касательной — к самой поверхности.

Молекулярные силы, направленные вдоль поверхности жидкости, действуют на любую замкнутую линию на свободной поверхности жидкости по нормали к этой линии таким образом, что стремятся сократить площадь поверхности жидкости, ограниченную замкнутой линией. Это можно показать на следующем опыте.

На проволочном кольце укрепляется нитка длиной  $l$  (рис. 45.4, а). Если затянуть кольцо мыльной пленкой, то нитка свободно расположится на этой пленке, так как молекулярные силы будут стремиться сократить площадь поверхности, ограниченную как верхним замкнутым контуром, так и нижним. Порвем мыльную пленку с нижней стороны нитки. Тогда молекулярные силы сократят поверхность, ограниченную верхним контуром, и натянут нитку (рис. 45.4, б).

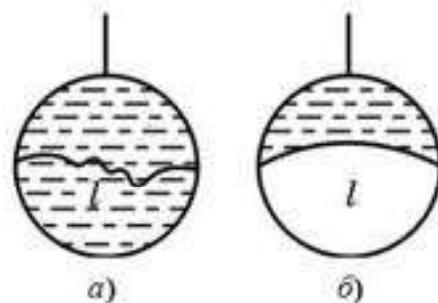


Рис. 45.4

*Сила  $F_n$ , обусловленная взаимодействием молекул жидкости, вызывающая сокращение площади ее свободной поверхности и направленная по касательной к этой поверхности, называется силой поверхностного натяжения.*

Покажем, что сила поверхностного натяжения  $F_n$ , действующая на перемычку (рис. 45.2, а), пропорциональна ее длине  $l$ . Работа, совершаемая силами поверхностного натяжения при перемещении поперечины  $l$  из положения 1 в положение 2, выражается формулой  $A = \sigma\Delta S$ . При этом суммарное сокращение площади  $\Delta S$  свободной поверхности жидкости равно  $2hl$ , а так как свободных поверхностей две, то  $A = 2\sigma hl$ .

С другой стороны, работу  $A$  можно найти, умножив силу на путь. Поскольку в нашем примере у поверхности пленки две линии соприкосновения с перемычкой (рис. 45.2, б), то общая сила равна  $2F_n$  и  $A = 2 F_n h$ . Таким образом,  $2F_n h = 2 \cdot \sigma hl$ , или

$$F_n = \sigma l. \quad (45.4)$$

Теперь

$$\sigma = \frac{F_n}{l}. \quad (45.5)$$

Отсюда следует, что *коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  определяется силой поверхностного натяжения, действующей на единицу длины границы свободной поверхности жидкости.*

Следует помнить, что  $1 \text{ Дж/м}^2 = 1 \text{ Н} \cdot \text{м/м}^2 = 1 \text{ Н/м}$ .

Теперь легко понять, почему жидкость принимает форму, при которой площадь ее свободной поверхности оказывается наименьшей: силы молекулярного давления втягивают молекулы с поверхности внутрь жидкости, а силы поверхностного натяжения сокращают площадь свободной поверхности, т. е. закрывают образовавшиеся "окна" на этой поверхности.

Итак, поверхностный слой жидкости всегда находится в состоянии натяжения. Однако это состояние нельзя сравнивать с натяжением упругой растянутой пленки. Упругие силы возрастают по мере увеличения площади растянутой пленки, а силы поверхностного натяжения от площади поверхности не зависят. Сила  $F_n$  в положениях 1 и 2 на рисунке 45.4 одинакова, поскольку число молекул в единице площади свободной поверхности остается одинаковым.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какие процессы происходят в поверхностном слое жидкости?
2. Что такое *свободная энергия*?
3. Каков физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?
4. Что называется *силой поверхностного натяжения*? Какова ее единица измерения?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Швейную иголку, аккуратно взяв за края, положите на поверхность воды. Объясните явление.

### Экспериментируйте

1. На поверхность стола капните капельку воды. Пронаблюдайте, какую форму она примет, если: а) поверхность стола сухая; б) часть поверхности смазана маслом. Объясните явление.

2. Капните жиром на кусок ткани. Попробуйте вывести жирное пятно с помощью бензина. Как вы будете это делать: начиная с центра пятна; или с его краев? Результат опыта объясните.

3. На поверхность воды, налитой в три широкие неглубокие тарелки, поместите мелкие куски пенопласта, спичку, кусок картона. Прикоснитесь к центру тарелки: а) в первой тарелке — мылом; б) во второй — сахаром рафинадом; в) в третью насыпьте немного перца. Объясните поведение тел, находящихся на поверхности воды.

### Объясните

Почему с помощью утюга можно вывести пятно жира с костюма? Как это сделать?

### Решайте

1. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром 0,14 м, если процесс раздувания изотермический?

(Ответ: 5 мДж)

2. На поверхность воды положили рамку со сторонами 6 см и 8 см. Какую силу нужно приложить, чтобы оторвать рамку от поверхности воды, если масса рамки 2 г?

(Ответ: 61 мН)

3. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения воды, если с помощью пипетки, имеющей кончик диаметром 0,4 мм, можно дозировать воду с точностью до 10 мг?

(Ответ: 77 мН/м)

4. Каким усилием можно оторвать тонкое металлическое кольцо от мыльного раствора, если диаметр кольца 15,6 см, масса 7 г и кольцо соприкасается с раствором по окружности?

(Ответ: 109 мН)

\*5. Рассчитайте, сколько воды можно унести в решете радиусом 10 см, если тонкие нити решета протянуты на расстоянии 1 мм друг от друга. Нити водой не смачиваются.

(Ответ: 460 г)

### Рефлексия

- На каком уровне усвоен вами материал? Обоснуйте ответ.
- Какие разделы параграфа особенно заинтересовали вас?
- Не задумывались ли вы над тем, какие эксперименты можно провести для подтверждения изученного материала?

## § 46. Смачивание. Капиллярные явления



**Ключевые понятия:** смачивающая жидкость, краевой угол, несмачивающая жидкость, лапласовое давление, капиллярность, капиллярные явления.

На этом уроке вы: познакомитесь со смачивающим и несмачивающим свойствами жидкостей, с капиллярными явлениями и их ролью в природе и технике, научитесь применять формулу, выражющую лапласове давление при решении задач.

**Смачивание. Краевой угол.** Если опустить стеклянную палочку в ртуть и затем вынуть ее, то ртути на ней не окажется. Но если эту же палочку опустить в воду, а затем вытащить, на ее конце остается капля воды. Этот опыт показывает, что молекулы ртути притягиваются друг к другу сильнее, чем к молекулам стекла, а молекулы воды притягиваются друг к другу слабее, чем к молекулам стекла.

Если молекулы жидкости притягиваются друг к другу слабее, чем к молекулам твердого вещества, то жидкость называют *смачивающей это вещество*. Например, вода смачивает чистое стекло и не смачивает парафин. Если молекулы жидкости притягиваются друг к другу сильнее, чем к молекулам твердого вещества, то жидкость называют *несмачивающей это вещество*. Ртуть не смачивает стекло, однако она смачивает чистые медь и цинк.

Расположим горизонтально плоскую пластинку из какого-либо твердого вещества и капнем на нее исследуемую жидкость. Тогда капля расположится либо так, как показано на рис. 46.1, а, либо так, как показано на рис. 46.1, б. В первом случае жидкость смачивает твердое вещество, а во втором — нет. Отмеченный на рис. 46.1 угол  $\theta$  называют *краевым углом*. Он образуется плоской поверхностью твердого тела и плоскостью, касательной к свободной поверхности жидкости, проходящей через точку  $A$  (рис. 46.1), где граничат твердое тело, жидкость и газ. Внутри краевого угла всегда находится жидкость. Для смачивающих жидкостей краевой угол острый, а для несмачивающих — тупой.

Он образуется плоской поверхностью твердого тела и плоскостью, касательной к свободной поверхности жидкости, проходящей через точку  $A$  (рис. 46.1), где граничат твердое тело, жидкость и газ. Внутри краевого угла всегда находится жидкость. Для смачивающих жидкостей краевой угол острый, а для несмачивающих — тупой. Чтобы действие силы тяжести не искажало краевой угол, каплю надо брать как можно меньше.

Поскольку краевой угол  $\theta$  сохраняется при вертикальном положении твердой поверхности, то смачивающая жидкость у краев сосуда, в который она налита, приподнимается (рис. 46.2, а), а несмачивающая — опускается (рис. 46.2, б).

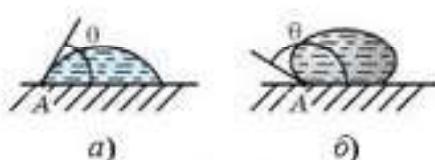


Рис. 46.1

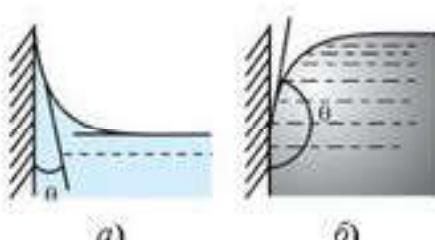


Рис. 46.2

**Давление, создаваемое искривленной поверхностью жидкости.** Искривление поверхности жидкости у краев сосуда легко обнаружить на опыте. Особенно отчетливо это видно в узких трубках, где искривляется вся свободная поверхность жидкости. В трубке с круглым сечением эта поверхность представляет собой часть поверхности сферы и называется *мениском* (от греч. *менискос* — “лунный серп”). У смачивающей жидкости мениск вогнутый, а у несмачивающей — выпуклый (рис. 46.3, *a*, *b*).

Так как площадь поверхности мениска больше, чем площадь внутреннего сечения трубы, то под действием молекулярных сил искривленная поверхность жидкости стремится выпрямиться и этим создает дополнительное давление  $p_a$ , которое при смачивании (вогнутый мениск) направлено от жидкости, а при несмачивании (выпуклый мениск) — внутрь жидкости. Это давление определил французский ученый (астроном, математик и физик) Пьер Лаплас (1749—1827), поэтому его часто называют *лапласовым давлением*.

Для сферической формы свободной поверхности жидкости с радиусом  $R$  это давление выражается формулой:

$$p_a = \frac{2\sigma}{R}. \quad (46.1)$$

**Капиллярные явления.** Искривление поверхности жидкости в узких трубках приводит к кажущемуся нарушению закона сообщающихся сосудов. Если опустить в воду узкую стеклянную трубку (рис. 46.4, *a*), то вода втягивается в трубку, и ее уровень устанавливается на высоте  $h$  над уровнем воды вне трубы. Объясняется это тем, что лапласово давление  $p_a$  в трубке направлено вверх. Оно и втягивает воду вверх до тех пор, пока не окажется уравновешенным гидростатическим давлением  $p_t$ , столба воды в трубке высотой  $h$ , равным  $p_t = \rho gh$ . Поскольку  $p_a = \frac{2\sigma}{R}$ , то при  $p_a = p$  имеем  $\frac{2\sigma}{R} = \rho gh$ , откуда

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}. \quad (46.2)$$

При полном смачивании ( $\theta = 0$ ) мениск в узкой трубке имеет форму полусфера, и радиус сферической поверхности  $R$  равен внутреннему радиусу трубы  $r$ . Тогда

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gr}. \quad (46.3)$$

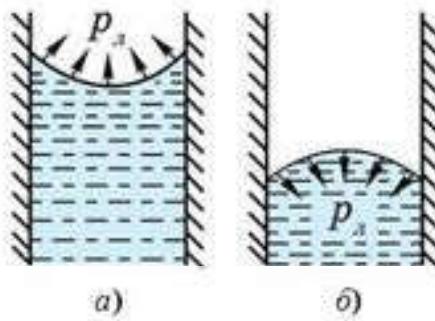


Рис. 46.3

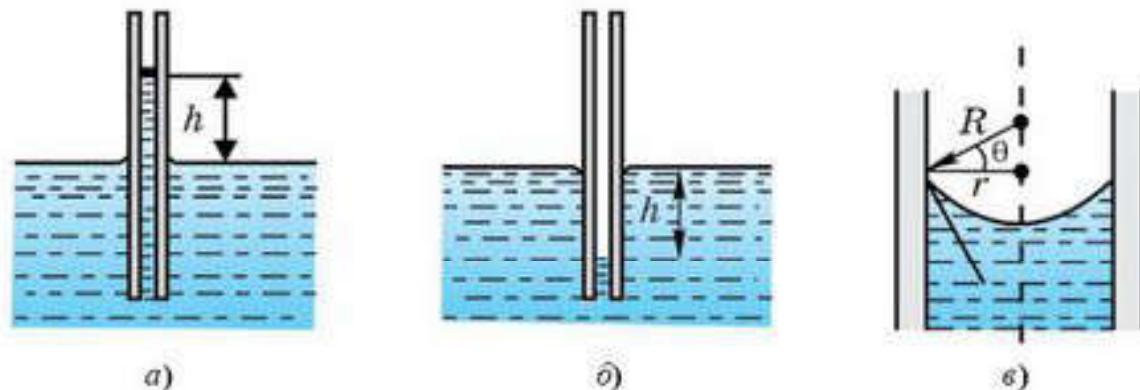


Рис. 46.4

При неполном смачивании ( $\theta \neq 0$ ) радиус мениска  $R = \frac{r}{\cos\theta}$  (рис. 46.4, *в*) и

$$h = \frac{2\sigma \cdot \cos\theta}{\rho gr}. \quad (46.4)$$

Из (рис. 46.4, *а, б*) видно, что высота  $h$  тем больше, чем меньше внутренний радиус трубы  $r$ . Подъем воды особенно значителен в трубках, внутренний диаметр которых соизмерим с диаметром волоса (или еще меньше); поэтому такие трубы называют *капиллярами* (от греч. *καπιλλαρις* — “волосной, тонкий”). Смачивающая жидкость в капиллярах поднимается вверх (рис. 46.4, *а*), а несмачивающая — опускается вниз (рис. 46.4, *б*). Явления, обусловленные втягиванием смачивающих жидкостей в капилляры или выталкиванием несмачивающих жидкостей из капилляров, называются *капиллярными явлениями*.

Капиллярные явления играют большую роль в природе и технике. Множество мельчайших капилляров имеется в растениях. По ним влага из почвы поднимается до вершин деревьев и через листья испаряется в атмосферу. В почве имеются капилляры, и чем они ~~更深~~更深, тем плотнее почва. Вода по этим капиллярам поднимается до поверхности и быстро испаряется, а земля становится сухой. Ранняя весенняя вспашка земли разрушает капилляры, т. е. сохраняет подпочвенную влагу.

В технике также необходимо учитывать капиллярные явления.



### Вопросы для самоконтроля

1. Каков механизм смачивания или несмачивания жидкостью твердого тела?
2. Что называется лапласовым давлением? Как оно направлено?
3. Как объяснить капиллярные явления?
4. Какие примеры капиллярных явлений вам известны?
5. Каковы преимущества осенней и весенней вспашки?
6. Почему считается, что вода — синоним жизни?



## Творческая мастерская

### Экспериментируйте

Положите в воду кусок мела. Из него во всех направлениях начнут выходить пузырьки. Объясните это явление.

### Объясните

- Если вечером образуется туман, ночью заморозков не будет. Почему?
- Весной землю пашут и боронуют. Объясните, почему это способствует сохранению влаги в почве.
- Почему сухие дрова горят лучше, чем сырье?

### Исследуйте

Опустите в воду конец узкой полоски промокательной бумаги и измерьте, на какую максимальную высоту поднимется вода. По высоте подъема воды оцените диаметр капиллярных каналов волокон бумаги.

### Решайте

- Для определения коэффициента поверхностного натяжения воды была использована пипетка с диаметром выходного отверстия  $d = 2 \text{ мм}$ . Оказалось, что  $n = 40$  капель имеют массу  $m = 1,9 \text{ г}$ . По этим данным каким получится коэффициент поверхностного натяжения  $s$ ?

(Ответ:  $74 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$ )

- В двух капиллярных трубках разного диаметра, опущенных в воду, установилась разность уровней  $\Delta h_1 = 2,6$ . При опускании этих же трубок в спирт разность уровней оказалась  $\Delta h_2 = 1 \text{ см}$ . Зная коэффициент поверхностного натяжения воды  $\sigma_1 = 73 \text{ мН/м}$ , найти коэффициент поверхностного натяжения спирта  $\sigma_2$ .

(Ответ:  $22 \text{ мН/н}$ )

- На какую высоту  $h$  поднимается вода между параллельными пластинами, находящимися на расстоянии  $d = 0,2 \text{ мм}$  друг от друга? Коэффициент поверхностного натяжения воды  $\sigma = 73 \text{ мН/м}$ .

(Ответ:  $7,3 \text{ см}$ )

### Рефлексия

- На каком уровне усвоен вами материал? Обоснуйте ответ.
- Какие разделы параграфа особенно заинтересовали вас?
- Не задумывались ли вы над тем, какие эксперименты можно провести для подтверждения изученного материала?

## § 47. Кристаллические и аморфные тела



**Ключевые понятия:** аморфные тела, кристаллы, монокристаллы, поликристаллы, анизотропия кристаллов, виды кристаллических структур.

На этом уроке вы: познакомитесь с кристаллическими и аморфными телами и их свойствами; научитесь различать структуры кристаллических и аморфных тел на примере различных твердых тел; описывать влияние дефектов решетки в кристаллах на свойства твердых тел.

**Сходства и отличия.** В физике твердыми обычно называют только кристаллические тела. Аморфные тела, хотя и могут быть твердыми в обыденном смысле, рассматриваются как очень вязкие жидкости. Они не имеют определенной температуры плавления, при нагревании постепенно размягчаются, вязкость их уменьшается. Кристаллические тела имеют определенную температуру плавления, неизменную при постоянном давлении. Свойства аморфных тел одинаковы по всем направлениям: *аморфные тела изотропны*. Свойства кристаллов неодинаковы по различным направлениям: *кристаллы анизотропны*. Скорость распространения света, коэффициенты теплопроводности, модуль упругости и многие другие физические свойства кристалла зависят от их направления в нем.

**Аморфные тела.** В отличие от кристаллических тел, которые характеризуются дальним порядком, т. е. правильной повторяемостью расположения атомов на больших расстояниях, аморфные тела, подобно жидкостям, обладают лишь ближним порядком. Некоторые вещества могут находиться и в кристаллическом, и в аморфном состояниях. Пример такого вещества — двуокись кремния  $\text{SiO}_2$ .

Особенно сильно отличаются кристаллические и аморфные тела по своим тепловым свойствам. Кристаллические тела обладают вполне определенной температурой плавления, а аморфные тела ее не имеют. При нагревании аморфное тело постепенно размягчается, его молекулы все легче и легче меняют “своих ближайших соседей”, вязкость его уменьшается, и при достаточно высокой температуре оно может вести себя как маловязкая жидкость. Следовательно, *твёрдые аморфные тела можно рассматривать как очень вязкие жидкости*. Они *полностью изотропны*.

Многие вещества могут быть переведены из аморфного состояния в кристаллическое, и наоборот. Так, обычное аморфное стекло после выдержки при определенной температуре “расстеклевывается” — превращается в мелкие кристаллки и становится мутным, непрозрачным.

**Кристаллы.** Обычно вещество называют *твёрдым*, если оно сохраняет свою форму и свой объем. Однако это лишь внешние признаки, характеризующие твердое состояние вещества. С физической точки

зрения наличие этих признаков не дает возможности четко разграничить твердое и жидкое состояния вещества.

При изучении твердых веществ было обнаружено, что многие твердые тела в природе имеют гладкие плоские поверхности, расположенные под определенными углами, а иногда и форму правильных многогранников. Такие твердые тела называют **моноокристаллами** (от греч. *моно* — “один”). Чаще всего они имеют очень маленькие размеры, хотя, например, моноокристаллы горного хрусталя иногда бывают размером с человеческий рост.

Изучение внутреннего строения кристаллов с помощью рентгеновского излучения позволило установить, что частицы в кристаллах (молекулы, атомы, ионы) имеют правильное расположение, т. е. образуют **кристаллическую (пространственную) решетку**. Точки в кристаллической решетке, соответствующие наиболее устойчивому положению равновесия частиц твердого тела, называются **узлами решетки**.

**Правильное расположение частиц в узлах решетки кристалла называют дальним порядком в расположении частиц.**

Итак, в физике под **твёрдыми телами** подразумевают только такие вещества, у которых имеется **кристаллическое строение**. Иначе говоря, у твердого тела обязательно должен быть дальний порядок в расположении его частиц.

**Пространственная решетка.** Правильное расположение частиц в решетке кристалла является причиной **анизотропии кристаллов**: зависимость каких-либо свойств кристаллов от направления.

У многих кристаллов очень ярко выражена зависимость механической прочности кристалла от направления. Например, слюда легко расщепляется на пластинки, каменная соль раскалывается на кубики и т. д. Особенно заметна эта зависимость у графита. В каждом слое кристалла графита атомы углерода расположены в вершинах правильных шестиугольников (рис. 47.1), а расстояние между соседними слоями в 2,5 раза больше, чем расстояние между ближайшими атомами углерода в каждом слое. Поэтому слои в кристалле графита легко сдвигаются относительно друг друга. Соскальзыванием слоев графита мы пользуемся, когда пишем карандашом. Это же свойство графита позволяет применять его как смазочный материал (особенно часто его используют при высоких температурах).

Если на поверхность кристалла кварца нанести слой воска и коснуться концом сильно нагретой проволоки середины грани кристалла

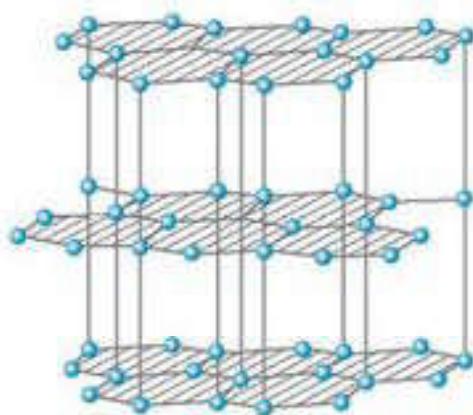


Рис. 47.1

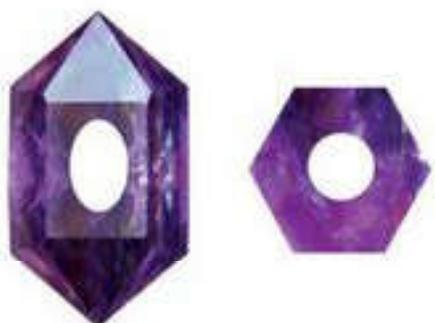


Рис. 47.2

(рис. 47.2), то воск расплывается по эллипсу. Значит, теплопроводность кристалла кварца зависит от направления. Опыты показывают зависимость от направления и многих других свойств кристаллов.

Анизотропией обладают только монокристаллы. Большинство твердых веществ имеют *поликристаллическое строение* (от греч. *поли* — “много”), т. е. они состоят из

множества очень мелких кристалликов, иногда различных только в микроскоп. Поскольку эти кристаллики относительно друг друга расположены хаотично, твердое тело в целом является изотропным, т. е. имеет одинаковые свойства по всем направлениям, хотя каждый отдельный кристаллик обладает анизотропией. Аморфные тела тоже изотропны, так как у них нет правильной пространственной решетки. Различие между поликристаллическими и аморфными телами в этом отношении заключается в том, что у поликристаллических тел всегда можно выделить достаточно малую часть тела, в которой обнаружится анизотропия, а аморфные вещества изотропны при любых размерах тела или его части.

Опыт показал, что идеального дальнего порядка в расположении частиц твердого вещества на практике никогда не встречается. Любые отступления от идеального порядка в кристалле называют *дефектами пространственной решетки*. Одним из важнейших дефектов решетки является нарушение правильного расположения частиц кристалла в каждый момент времени, обусловленное тепловым движением этих частиц.

Дефекты решетки в кристаллах сильно влияют на многие свойства твердых тел, например, на прочность, пластичность, электрическую проводимость и т. д.

**Виды кристаллических структур.** Различные типы кристаллов и возможное расположение узлов в пространственной решетке изучает *кристаллография*. В физике кристаллические структуры рассматривают не с точки зрения их геометрии, а по характеру сил, действующих между частицами кристалла, т. е. по типу связей между частицами, находящимися в узлах решетки кристалла. Различают четыре типичные кристаллические структуры: *ионную*, *атомную*, *молекулярную* и *металлическую*. Выясним, в чем заключается сущность различия между этими структурами.

*Атомная кристаллическая структура* характеризуется наличием нейтральных атомов в узлах решетки, между которыми имеется ковалентная связь. *Ковалентной* называется такая связь, при которой каждые два соседних атома удерживаются рядом силами притяжения, возникающими при взаимном обмене двумя валентными

электронами между этими атомами. Оба валентных электрона (по одному от каждого атома) обобществляются, т. е. принадлежат обоим атомам одновременно, и большую часть времени проводят между атомами, связывая их в молекулу (рис. 47.3, а, б). Примером такого рода молекул являются молекулы  $H_2$ ,  $N_2$  и т. п. Ковалентная связь также соединяет в молекулы разные атомы:  $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $SO_2$ ,  $CH_4$ ,  $SiO_2$  и т. д.

*Молекулярная кристаллическая структура* отличается пространственной решеткой, в узлах которой находятся нейтральные молекулы вещества. Силами, удерживающими молекулы в узлах этой решетки, являются силы межмолекулярного взаимодействия.

*Металлическая кристаллическая структура* (рис. 47.4) отличается наличием в узлах решетки положительно заряженных ионов металла. У атомов всех металлов *валентные электроны*, т. е. наиболее удаленные от ядра, слабо связаны с атомами. Электронные облака таких периферийных электронов перекрывают сразу много атомов в кристаллической решетке металла. Это означает, что валентные электроны в кристаллической решетке металла не могут принадлежать одному и даже двум атомам, а обобществляются сразу многими атомами. Такие электроны практически могут беспрепятственно двигаться между атомами.

В первом приближении хаотическое движение свободных электронов в металле можно считать подобным движению молекул идеального газа. Поэтому *совокупность свободных электронов в металле иногда называют электронным газом и при расчетах применяют к нему формулы, выведенные для идеального газа*. Существованием электронного газа в металлах объясняются как высокая теплопроводность, так и высокая электрическая проводимость всех металлов.

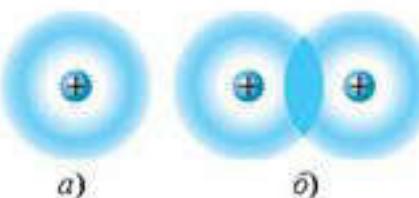


Рис. 47.3

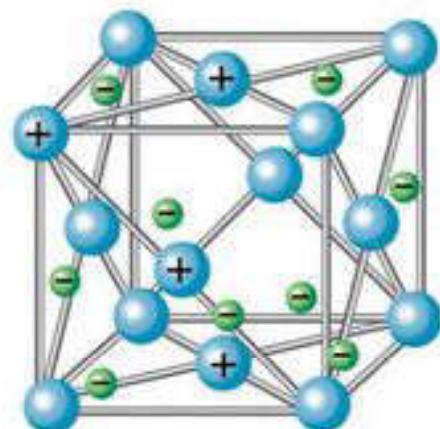


Рис. 47.4



### Вопросы для самоконтроля

- Назовите свойства аморфных тел. Приведите примеры аморфных тел.
- Назовите свойства кристаллов. Приведите примеры кристаллических тел.
- Что называют монокристаллами?
- Какие точки в кристаллической решетке называются *узлами решетки*? Как они расположены?
- Какие дефекты кристаллических решеток вы знаете?
- Какие тела имеют *поликристаллическое строение*?
- Какие виды кристаллических структур вы знаете?



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Рассмотрите под сильной лупой изломы разных металлов: чугуна, меди и т. п. Найдите в них грани мелких кристаллов, составляющих данный кусок металла.

### Экспериментируйте

Приготовьте дома насыщенный раствор поваренной соли. Профильтруйте его и поставьте на несколько дней в теплое место. Из образовавшихся на дне сосуда кристаллов выберите наиболее крупный и прозрачный. Раствор еще раз профильтруйте и положите в него один выбранный кристалл для дальнейшего выращивания. Полученный через несколько дней кристалл принесите для демонстрации на урок физики.

### Объясните

1. В чем заключаются сходство и различие кристаллических и аморфных тел?
2. Сколько типов кристаллических структур различают? Опишите каждый из них.
3. Почему металлы хорошо проводят электрический ток и тепло?
4. Где применяются кристаллы на практике?
5. Какое влияние на свойства кристаллов оказывают дефекты в строении кристаллической решетки?
6. Какими способами повышают прочность кристаллических тел?
7. Почему в мороз снег скрипит под ногами?

### Анализируйте

1. Какие опыты доказывают правильность представлений об упорядоченном расположении частиц в кристалле?
2. Для чего выращивают искусственные кристаллы?
3. Скорость роста кристалла различна по разным направлениям. О чем говорит этот факт?

### Рефлексия

1. На каком уровне усвоен вами материал? Обоснуйте ответ.
2. Какие разделы параграфа особенно заинтересовали вас?
3. Не задумывались ли вы над тем, какие эксперименты можно провести для подтверждения изученного материала?

## § 48. Механические свойства твердых тел



**Ключевые понятия:** деформация, абсолютная и относительная деформации, механическое напряжение, упругая и пластическая деформации.

На этом уроке вы: познакомитесь с видами деформации, модулем упругости, модулем Юнга; научитесь определять модуль Юнга при упругой деформации, применять формулы закона Гука, энергию упруго деформированного тела при решении задач.

**Виды деформации.** Изменение формы или объема тела под действием приложенных сил называется **деформацией**.

Если к торцам стержня приложить силы  $F_1$  и  $F_2$ , направленные вдоль его оси, но в противоположные стороны, то он будет или растягиваться, или сжиматься. Пунктиром отмечены начальные размеры тела. Увеличение длины тела под действием сил, растягивающих его в одном направлении, называется **деформацией продольного растяжения** (рис. 48.1, а). Уменьшение длины тела под действием сил, сжимающих его в одном направлении, называется **деформацией продольного сжатия** (рис. 48.1, б). При этих деформациях одновременно происходит небольшое изменение площади поперечного сечения тела.

Увеличение объема тела под действием сил, растягивающих его по всем направлениям, называется **деформацией всестороннего растяжения**. Уменьшение объема тела под действием сил, сжимающих его по всем направлениям, называется **деформацией всестороннего сжатия**.

Если закрепить один конец стержня, а к свободному концу приложить силу  $F$ , перпендикулярную оси (рис. 48.2, а), то стержень изгибается. Стержень на двух опорах под действием поперечной силы  $F$ , приложенной между опорами, прогибается (рис. 48.2, б). **Изгиб стержня под действием сил, перпендикулярных его оси, называется деформацией поперечного изгиба.** При изгибе выпуклая сторона стержня удлиняется (растягивается), а вогнутая — укорачивается (сжимается).

Прикладывая к торцам стержня две пары сил, поворачивающих торцы в противоположные стороны (рис. 48.3), можно обнаружить скручивание стержня. При этом

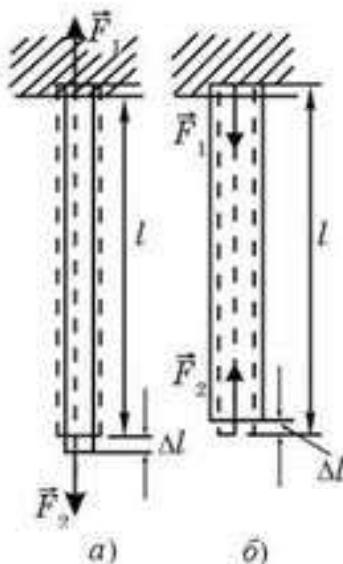


Рис. 48.1

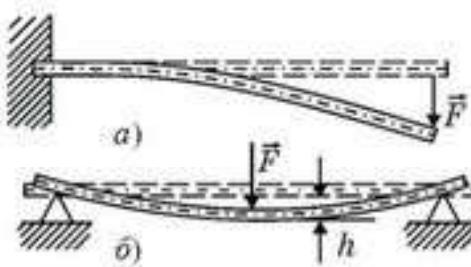


Рис. 48.2

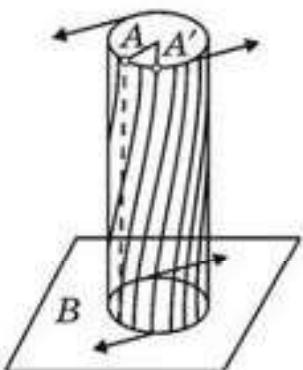


Рис. 48.3

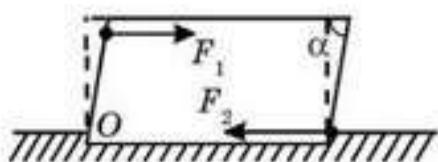


Рис. 48.4

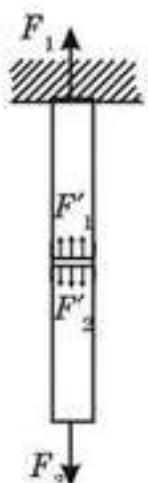


Рис. 48.5

происходит поворот верхних слоев стержня относительно нижних. Поворот параллельных слоев тела относительно друг друга под действием двух пар сил называется **деформацией кручения**.

Закрепим брускок и приложим к нему силу  $F_1$ , стремящуюся его сдвинуть (рис. 48.4). В месте закрепления бруска возникает такая же по модулю и обратная по направлению сила  $F_2$ . Действие этих сил вызовет перекос бруска на некоторый угол  $\alpha$ . При этом верхние слои бруска сдвигаются относительно нижних. Сдвиг параллельных слоев тела относительно друг друга под действием сил, параллельных этим слоям, называется **деформацией сдвига**.

Каждая из описанных выше деформаций может быть большой или маленькой. Любой из них можно оценивать **абсолютной деформацией**  $\Delta a$  — числовое изменение какого-либо размера тела под действием сил. Например, при одностороннем растяжении (сжатии) тела абсолютной деформацией является изменение длины тела  $\Delta l$  (рис. 48.5), при всестороннем растяжении (сжатии) — изменение объема  $\Delta V$  и т. д.

Однако более наглядной оценкой изменения объема или формы тела под действием приложенных сил является **относительная деформация**  $\varepsilon$  (греч. эпсилон). **Относительной деформацией** называется физическая величина, показывающая, какую часть от первоначального размера тела  $a$  составляет абсолютная деформация  $\Delta a$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a}. \quad (48.1)$$

Например, при одностороннем растяжении (сжатии) получим:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (48.2)$$

При сдвиге относительной деформацией служит  $\operatorname{tg} \alpha$  (рис. 48.4):

$$\varepsilon = \operatorname{tg} \alpha. \quad (48.3)$$

**Механическое напряжение.** Выделим мысленно в деформированном стержне, изображенном на рисунке 48.1, *а*, тонкий слой, перпендикулярный оси стержня (рис. 48.5). Он разделит стержень на две части. Поскольку все части стержня находятся в равновесии, верхняя часть

действует на выделенный слой с силой  $F'_1$ , равной  $F_1$  (если пренебречь весом стержня), а нижняя часть — с силой  $F'_2$ , равной  $F_2$ . Эти силы, возникающие внутри деформируемого тела, называются *внутренними силами*. Они вызывают деформацию каждого элемента тела (в нашем примере — растяжение).

Если стержень однородный и внешние силы  $F_1$  и  $F_2$  действуют по оси стержня, то внутренние силы  $F'_1$  и  $F'_2$  распределены по площади поперечного сечения  $S$  равномерно. Величина, характеризующая действие внутренних сил в деформированном твердом теле, называется *механическим напряжением*.

Механическое напряжение характеризуется внутренней силой, действующей на единицу площади сечения деформированного тела:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (48.4)$$

Выведем единицу механического напряжения  $\sigma$  в СИ:

$$[\sigma] = [F/S] = 1 \text{ Н}/1 \text{ м}^2 = 1 \text{ Н}/\text{м}^2 = 1 \text{ Па}.$$

В СИ за единицу механического напряжения принимается *такое механическое напряжение в материале, при котором на площадь сечения 1 м<sup>2</sup> действует внутренняя сила 1 Н*.

**Упругость, пластичность, хрупкость и твердость.** Свойство деформированных тел принимать свою первоначальную форму и свой объем после прекращения действия внешних сил называется *упругостью*. Деформация тела, которая исчезает после снятия внешних нагрузок на это тело, называется *упругой деформацией*.

Опыт показывает, что тело можно деформировать настолько, что оно не восстановит свою прежнюю форму, когда внешние воздействия на него исчезнут. Свойство тел сохранять деформацию после снятия внешних нагрузок называют *пластичностью*. Остаточная деформация тела, которая сохраняется после снятия внешних нагрузок на тело, называется *пластической деформацией*.

Упругость (пластичность) тел в основном определяется материалом, из которого они сделаны. Например, сталь и резина упруги, а медь и воск пластичны. Деление материалов на упругие и пластичные условно, так как каждый материал в большинстве случаев обладает одновременно и пластичностью, и упругостью. Например, стальную пружину можно растянуть так, что она уже не сожмется. С другой стороны, медная спираль при небольших растяжениях пружинит (т. е. сжимается, если ее отпустить). Опыт показывает, что обычно при постепенном увеличении нагрузок на материал в теле сначала возникают упругие деформации, а затем появляются пластические деформации. Кроме того, свойства материала сильно зависят от внешних условий. Например, обычно пластичный свинец при низких температурах становится упрямым, а упругая сталь при очень больших давлениях или высоких температурах становится пластичной.

Важными механическими свойствами материалов, которые приходится учитывать в машиностроении, являются хрупкость и твердость. **Хрупкими** (например, стекло, кирпич, керамика) называются такие материалы, которые при относительно небольших нагрузках упруго деформируются, а при увеличении внешней нагрузки разрушаются прежде, чем у них появится остаточная деформация.

Твердость материала можно определить различными способами. Обычно более **твёрдым** считается тот материал, который оставляет царапины на поверхности другого материала. Очень твёрдым материалом является алмаз. Из него изготавливают стеклорезы.

**Закон Гука. Модуль упругости.** Связь между упругими деформациями и внутренними силами в материале впервые была установлена английским ученым Р. Гуком. **Закон Гука** формулируется так: *механическое напряжение в упруго деформированном теле прямо пропорционально относительной деформации этого тела:*

$$\sigma = k\epsilon. \quad (48.5)$$

Закон Гука — это экспериментальный закон.

Величина  $k$ , характеризующая зависимость механического напряжения в материале от рода последнего и от внешних условий, называется **модулем упругости**. Модуль упругости измеряется механическим напряжением, которое должно возникнуть в материале при относительной упругой деформации, равной единице.

Единицей модуля упругости в СИ является **1 Па (паскаль)**.

Рассмотрим в качестве примера применение закона Гука к деформации одностороннего растяжения или сжатия. Формула (48.5) для этого случая принимает вид:

$$\sigma_x = E\epsilon, \text{ или } \sigma_x = E \frac{\Delta l}{l}, \quad (48.6)$$

где  $E$  — модуль упругости для этого вида деформации; его называют **модуль Юнга**. Модуль Юнга измеряется нормальным напряжением, которое должно возникнуть в материале при относительной деформации, равной единице, т. е. при увеличении длины образца вдвое ( $\Delta l = l$ ). Числовое значение модуля Юнга рассчитывают экспериментально и заносят в таблицу.

Поскольку  $\sigma_x = \frac{F}{S}$ , из (48.6) получаем:  $\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$ , откуда  $F = \frac{E \cdot S}{l} \Delta l$ .

Величину  $\frac{E \cdot S}{l} = k$  назвали **коэффициентом упругости тела**, или его **жесткостью**. По третьему закону Ньютона  $F_{\text{упр}} = -F$ , т. е.

$$F_y = -k\Delta l \text{ (закон Гука).} \quad (48.7)$$

**Наибольшее напряжение в материале, после исчезновения которого форма и объем тела восстанавливаются, называется пределом упругости.** Формулы (48.5) и (48.7) справедливы, когда не перейден

предел упругости. При достижении предела упругости в теле возникают пластические деформации. В этом случае может наступить момент, когда при одной и той же нагрузке деформация начнет возрастать, и материал разрушается. Нагрузку, при которой в материале возникает наибольшее возможное механическое напряжение, называют разрушающей.

При постройке машин и сооружений всегда создают запас прочности. Запасом прочности называется величина, показывающая, во сколько раз фактическая максимальная нагрузка в самом напряженном месте конструкции меньше, чем разрушающая нагрузка.

**Энергия упругодеформированного тела.** Для того, чтобы упруго деформировать тело, нужно совершить работу. За счет этой работы деформированное тело приобретает потенциальную энергию  $E_u$  и само может совершить работу  $A$ . В пределах упругой деформации можно считать, что  $E_u = A$ .

Из выражения (48.7) следует, что сила  $F$ , растягивающая или сжимающая стержень (рис. 48.6), пропорциональна абсолютной деформации  $\Delta l$ :

$$F = k\Delta l. \quad (48.8)$$

График этой зависимости показывает, что работа  $A$ , затраченная на растяжение или сжатие стержня на  $\Delta l$ , численно будет равна площади треугольника  $AOB$  (рис. 48.6), т. е.

$$A = \frac{F\Delta l}{2}, \quad W_u = \frac{F\Delta l}{2}. \quad (48.9)$$

Так как при упругой деформации  $W_u = A$ , то, подставив значение силы  $F$  из формулы (48.8), получим:

$$W_u = \frac{k(\Delta l)^2}{2}. \quad (48.10)$$

Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела прямо пропорциональна квадрату абсолютной деформации.



### Вопросы для самоконтроля

1. Какие виды деформации вы знаете? Приведите примеры.
2. Что называют абсолютной и относительной деформациями?
3. Что называется механическим напряжением?
4. Какие свойства материалов вы знаете?
5. Какая величина называется модулем упругости? Чем измеряется модуль упругости? Что является единицей модуля упругости?
6. Сформулируйте Закон Гука.
7. Что называется пределом упругости?

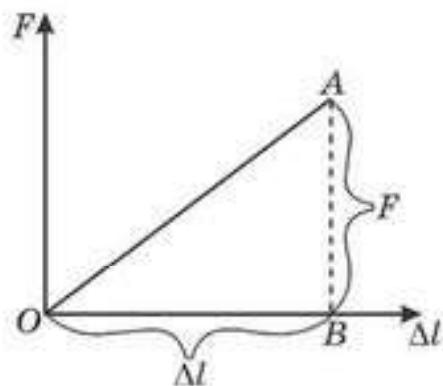


Рис. 48.6

## Примеры решения задач

**1.** Температура воздуха в комнате  $20^{\circ}\text{C}$ . Точка росы  $12^{\circ}\text{C}$ . Какова абсолютная и относительная влажность воздуха и какое количество водяного пара находится в комнате, объем которой  $100 \text{ м}^3$ ?

**Дано:**

$$t_1 = 20^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 12^{\circ}\text{C}$$

$$V = 100 \text{ м}^3$$

$$\rho = ? \text{ кг/м}^3$$

$$\phi = ?$$

**Решение.** Из таблицы находим, что при  $t_2 = 12^{\circ}\text{C}$  абсолютная влажность  $\rho = 10,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ . Для насыщения воздуха при  $20^{\circ}\text{C}$  необходимо количество водяного пара  $\rho_n = 17,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ . Отсюда относительная влажность

$$\phi = \frac{\rho}{\rho_n} = \frac{10,7 \cdot 10^{-3}}{17,3 \cdot 10^{-3}} = 0,62; \quad \phi = 62\%.$$

Количество пара, находящегося в воздухе,  $m = \rho V$ .

Следовательно,  $m = 10,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3 \cdot 100 \text{ м}^3 = 1,07 \text{ кг}$ .

**2.** Точка росы  $5^{\circ}\text{C}$ . Сколько водяного пара может испариться в  $1,0 \text{ м}^3$  воздуха, температура которого  $23^{\circ}\text{C}$ ?

**Дано:**

$$t_1 = 5^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 23^{\circ}\text{C}$$

$$V = 1 \text{ м}^3$$

$$\Delta m = ?$$

**Решение.** Для определения количества водяного пара, который может испариться в  $1 \text{ м}^3$  воздуха, надо знать массу водяного пара  $m_1$ , уже имеющегося в воздухе, и массу водяного пара  $m_2$ , который мог бы насыщать этот воздух при температуре  $t_1$ :

$$\Delta m = m_2 - m_1 = (\rho_2 - \rho_1)V = \Delta\rho V.$$

Из таблицы зависимости плотности насыщенного пара от температуры находим, что при  $t_1 = 5^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho_1 = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ ; при  $t_2 = 23^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho_2 = 20,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ , тогда  $\Delta\rho = 13,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ . Отсюда  $\Delta m = 13,8 \text{ г}$  — такое количество водяного пара может испариться в  $1 \text{ м}^3$  воздуха при температуре  $23^{\circ}\text{C}$ .

**3.** При температуре  $10^{\circ}\text{C}$  относительная влажность  $80\%$ . Как изменится относительная влажность, если повысить температуру до  $20^{\circ}\text{C}$ ?

**Дано:**

$$t_1 = 10^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 20^{\circ}\text{C}$$

$$\phi_1 = 0,8$$

$$\phi_2 = ?$$

**Решение.** Из формулы  $\phi_1 = \frac{\rho}{\rho_n}$  находим, что  $\rho = \phi_1 \cdot \rho_n$ . По таблице зависимости плотности насыщенного пара от температуры устанавливаем: при  $t_1 = 10^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho_n = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ , то

$$\rho = 9,4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 = 7,52 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3.$$

При  $t_2 = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho_{n_2} = 17,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ , поэтому  $\phi_2 = \frac{\rho}{\rho_{n_2}}$ ;

$$\phi_2 = \frac{7,52 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{17,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0,43; \quad \phi_2 = 43\%.$$

Относительная влажность уменьшится на  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = 37\%$ .

**4.** Какую энергию необходимо затратить на образование поверхности мыльного пузыря радиусом  $r = 6 \text{ см}$  при постоянной температуре?

Дано:

$$r = 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\sigma = 0,04 \text{ Н/м}$$

$W = ?$

*Решение.* Энергия, затрачиваемая на образование поверхности пузыря,  $W = \sigma S$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения мыльной пленки;  $S$  — сумма площадей внутренней и внешней поверхности сферической пленки.

Так как пленка тонкая, то радиус внешней и внутренней поверхности одинаков, т. е.  $S = 2 \cdot 4\pi r^2$  или  $S = 8\pi r^2$ . Таким образом,  $W = 8\pi r^2 \cdot \sigma$ .

$$W = 8 \cdot 3,14 \cdot 0,04 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 36 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 3,6 \text{ мДж.}$$

**5.** При слиянии мелких капель воды одинакового размера в одну большую каплю радиусом 4 мм освобождается энергия 14 мДж. Определите радиус малой капли.

Дано:

$$R = 4 \text{ мм} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta W = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$$

$$\sigma = 0,073 \text{ Н/м}$$

$r = ?$

*Решение.* Количество энергии, выделяемое в результате уменьшения поверхности при слиянии капель:  $\Delta W = \sigma(S_2 - S_1)$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения воды;  $S_2 = 4\pi R^2 n$  — общая поверхность всех  $n$  малых капель;  $S_1 = 4\pi r^2$  — поверхность большой капли.

Из соотношения (сумма объемов малых капель равна объему большой капли)  $\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot n = \frac{4}{3}\pi R^3$  найдем число малых капель  $n$ :  $n = \frac{R^3}{r^3}$ . Подставляя соответственно значение для  $\Delta W$ , получим:

$$\Delta W = 4\pi R^2 \left( \frac{R}{r} - 1 \right) \cdot \sigma,$$

откуда

$$r = \frac{4\pi R^3 \sigma}{\Delta W + 4\pi R^2 \sigma}; \quad r = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 64 \cdot 10^{-9} \cdot 0,073}{1,4 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 3,14 \cdot 16 \cdot 10^{-6} \cdot 0,073} \approx 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

6. При пропускании через пипетку  $4 \text{ см}^3$  жидкого масла получено 304 капли. Диаметр отверстия кончика пипетки 1,2 мм, плотность масла  $0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Найдите коэффициент поверхностного натяжения масла.

Дано:

$$V = 4 \text{ см}^3 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$n = 304$$

$$d = 1,2 \text{ мм} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\sigma — ?$$

*Решение.* При вытекании жидкости из пипетки перед отрывом капли образуется "шейка", по которой и проходит разрыв поверхности пленки (рис. 48.7). Считая диаметр кончика пипетки равным диаметру шейки  $d$ , получим:  $F_n = mg$ , так как  $F = \sigma \cdot l = \sigma \cdot \pi d$ , то  $m_0 g = \sigma \rho d$ .

Массу капли  $m_0$  найдем так:

$$m_0 = \frac{m}{n} = \frac{\rho V}{n},$$

где  $V$  — объем вытекающего масла;  $n$  — число капель;  $m$  — масса вытекающей жидкости;  $\rho$  — ее плотность. Таким образом,



Рис. 48.7  $\sigma = \frac{m_0 g}{\pi d}$ , или  $\sigma = \frac{\rho g V}{\pi d n}$ ;  $\sigma = \frac{0,9 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 304} = 0,03 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ .

7. В бензол опущен капилляр с внутренним диаметром 0,4 мм. Определите вес бензола, вошедшего в капилляр.

Дано:

$$r = 0,2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\sigma = 0,03 \text{ Н/м}$$

$$P — ?$$

*Решение.* Вес бензола, вошедшего в капилляр,  $P = mg = \rho V = \rho g \pi r^2 h$ , где  $m$  — масса вошедшего в капилляр бензола;  $r$  — внутренний радиус капилляра. Высота поднятия бензола в капилляре:  $h = \frac{2\sigma}{\rho gr}$ .

Подставив значение  $h$  в выражение для  $P$ , получим  $P = 2\pi\sigma r$ :

$$P = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,03 \approx 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н.}$$



## Творческая мастерская

### Наблюдайте

Рассмотрите, как изменится удлинение, если, не меняя нагрузки, проволоку заменить другой из такого же материала, имеющей вдвое большие длину и диаметр.

### Исследуйте

1. Испытайте различие в прогибах, которое получается, если нагрузить одним и тем же грузом тетрадь, положенную на две опоры плашмя, и ту же тетрадь, свернутую трубкой.
2. Проверьте на твердость имеющиеся под рукой материалы (сталь, свинец, стекло, дерево и т. п.) и расположите их в ряд по убывающей твердости.

### Творите

Придумайте задачу практического содержания на определение запаса прочности материала.

### Решайте

1. Какие силы надо приложить к концам стальной проволоки длиной 4 м и сечением  $0,5 \text{ mm}^2$  для удлинения ее на 2 мм?

(Ответ: 52,5 Н)

2. Во сколько раз изменится абсолютное удлинение проволоки, если, не меняя нагрузку, заменить проволоку другой — из того же материала, но имеющей вдвое большую длину и в два раза больший диаметр?

(Ответ: удлинение уменьшится в 2 раза)

3. К алюминиевой проволоке длиной 2 м и площадью поперечного сечения  $4 \text{ mm}^2$  подвесили груз, под действием которого она удлинилась на 1 мм. Определите силу упругости, возникающую в проволоке. Модуль упругости алюминия  $7,1 \cdot 10^{10}$  Па.

(Ответ: 142 Н)

4. Найдите максимальную высоту здания из кирпича, если предел прочности кирпича на сжатие  $1,5 \cdot 10^7$  Па, плотность кирпича  $1,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , а необходимый запас прочности равен 6.

(Ответ: 250 м)

### Рефлексия

1. На каком уровне усвоен вами материал? Обоснуйте ответ.
2. Какие разделы параграфа особенно вас заинтересовали?
3. Не задумывались ли вы над тем, какие эксперименты можно провести для подтверждения изученного материала?



Вещество в природе может находиться в пяти агрегатных состояниях (фазах): *твердом, жидким, газообразном, плазменном и нейтронном*.

*Атмосферный воздух представляет собой смесь различных газов и водяного пара.* Для количественной оценки влажности воздуха введены *абсолютная и относительная влажность*. Под *относительной влажностью* понимают физическую величину, показывающую, сколько процентов составляет *абсолютная влажность от плотности насыщенного водяного пара при этой же температуре*:  $\Phi = \frac{p}{p_n} 100\%$ , или  $\Phi = \frac{p}{p_n} 100\%$ , где  $p$  — парциальное давление водяного пара;  $p_n$  — давление насыщенного пара при этой же температуре. Большое значение уровень влажности имеет в библиотеках, книгохранилищах, музеях, овоще- и зернохранилищах, метеорологии для прогнозирования погоды.

Влажность воздуха измеряют с помощью *гигрометров и психрометров*.

Для вещества, находящегося в жидкой фазе, характерно отсутствие кристаллической решетки, наличие поверхностного слоя с избыточной энергией, равной  $\Delta W = \sigma S$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного напряжения;  $S$  — площадь поверхностного слоя.

Вдоль поверхности жидкости действуют силы поверхностного напряжения, стремящиеся сократить эту поверхность  $F = \sigma l$ , где  $l$  — длина свободной поверхности жидкости. Из-за действия сил поверхностного напряжения на границе жидкости и твердого тела возникает явление смачивания или несмачивания, что приводит к искривлению поверхности жидкости на границе с твердым телом (образуется мениск). Над искривленной поверхностью жидкости возникает дополнительное давление, которое называется *давлением Лапласа*:  $p_\mu = \frac{2\sigma}{R}$ .

Из-за явления смачивания или несмачивания жидкость в узких трубках (капиллярах) будет подниматься или опускаться на высоту  $h = \frac{2\sigma \cos\theta}{pgR}$ , где  $\theta$  — краевой угол.

Под действием внешней силы твердые тела *деформируются*. Деформации бывают *упругие и пластичные*.

Упругие деформации подчиняются закону Гука: механическое напряжение в упругодеформированном теле прямо пропорционально относительной деформации этого тела:

$$\sigma = E \varepsilon,$$

или сила упругости, возникающая в теле, прямо пропорциональна абсолютной деформации тела:

$$F_{up} = -k \Delta l.$$



## Лабораторная работа № 1

### Определение ускорения тела, движущегося по наклонной плоскости

**Приборы и материалы:** шарик, желоб лабораторный, секундомер, линейка, металлический цилиндр.

*Ход работы :*

#### 1. Подготовка приборов и материалов.

1.1 Определите цену деления линейки.

1.2 Определите абсолютную погрешность измерения длины с помощью линейки.

1.3 Проделайте те же действия с секундомером.

1.4 Соберите установку, как показано на рисунке 1.

1.5 Желоб расположите так, чтобы время движения шарика по нему было не менее трех секунд.

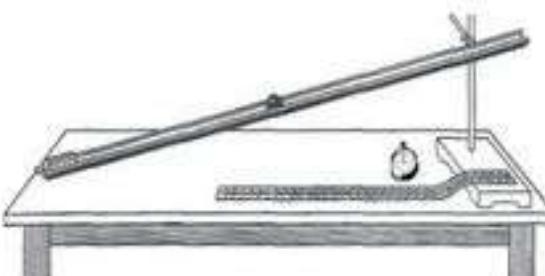


Рис. 1

#### 2. Определение характера движения тела. Наблюдение прямолинейного равноускоренного движения тела.

2.1 На желобе отметьте перемещения шарика за одну, две, три секунды. Для этого сделайте несколько пусков шарика, и, передвигая металлический цилиндр, добейтесь движения шарика в течение одной, двух и трех секунд.

2.2 Определите модули перемещения шарика за первую, вторую и третью секунды.

2.3 Сравните модули перемещения шарика за равные промежутки времени.

2.4 Ответьте на вопросы:

а) Равномерно или неравномерно двигался шарик по наклонному желобу?

б) На основании чего вы сделали такой вывод?

#### 3. Определение модуля средней скорости тела при прямолинейном неравномерном движении.

3.1 Измерьте время движения шарика по желобу.

3.2 Измерьте модуль перемещения шарика относительно желоба.

3.3 Вычислите модуль средней скорости шарика.

3.4 Вычислите абсолютную и относительную погрешность определения модуля средней скорости шарика.

3.5 Запишите данные в таблицу.

#### 4. Определение ускорения тела, движущегося по наклонной плоскости.

- 4.1 Измерьте время движения шарика по желобу.
- 4.2 Измерьте модуль перемещения шарика относительно желоба.
- 4.3 Вычислите модуль средней скорости шарика.
- 4.4 Вычислите абсолютную и относительную погрешность определения модуля средней скорости шарика.
- 4.5 Запишите данные в таблицу.

#### 5. Сделайте выводы.

### Лабораторная работа № 2

#### Исследование зависимости дальности полета тела от угла бросания

*Оборудование* : 1) пистолет баллистический лабораторный; 2) лента измерительная с сантиметровыми делениями; 3) два-три листа писчей и один лист копировальной бумаги; 4) липкая лента.

#### Теория

При стрельбе на горизонтальной поверхности под различными углами к горизонту дальность полета снаряда выражается формулой

$$l = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Из этой формулы следует, что при изменении угла вылета снаряда от  $90^\circ$  до  $0^\circ$  дальность его падения сначала увеличивается от нуля до некоторого максимального значения, а затем снова уменьшается до нуля. Дальность падения снаряда максимальна, когда произведение  $\cos \alpha \sin \alpha$  наибольшее. Эту зависимость в данной работе следует проверить на опыте с помощью баллистического пистолета, изображенного на рисунке 2.

Пистолет представляет собой спиральную пружину 1 со стержнем вдоль оси, укрепленную на скобе 2 с угломером 3. На стержень наса-

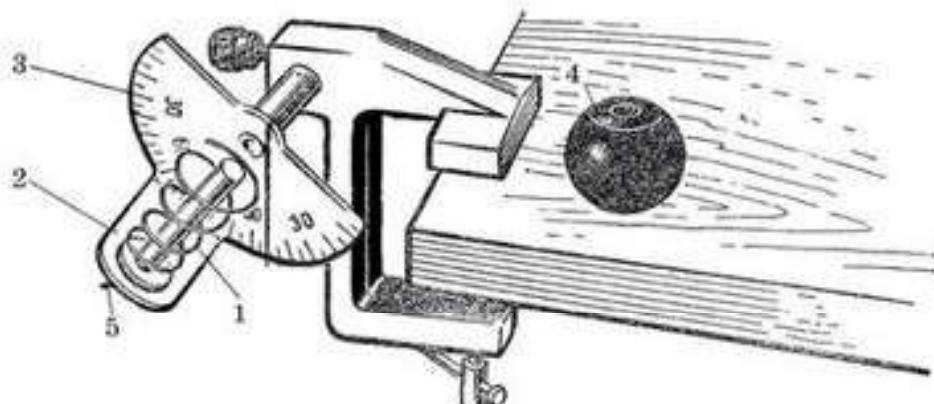


Рис. 2

живается специальный шарик 4, в котором имеется сквозной канал. При насаживании шарика пружину сжимают и зацепляют шарик за спусковой крючок в основании стержня. Если нажать на выступающую часть 5 спускового крючка, то шарик освобождается и под действием пружины движется вдоль стержня в заданном направлении.

Модуль скорости вылета шарика  $v_0$  следует принять одинаковым для всех опытов.

На столе в месте падения шарика надо закрепить двумя кусочками липкой ленты полосу бумаги, а сверху положить листок копировальной бумаги. При падении шарика на бумаге остается хорошо заметный след.

#### *Ход работы:*

1. Начертите в тетради таблицу для записи результатов измерений и вычислений (табл. 1).

Таблица 1

Угол вылета шарика $\alpha^\circ$ .	20	30	40	45	50	60	70
Средняя дальность полета шарика $l$ , см							

2. Ознакомьтесь с устройством и действием баллистического пистолета.

3. На краю стола закрепите струбчину с баллистическим пистолетом и установите пистолет с помощью угломера под углом  $45^\circ$ . Не накладывая бумагу, произведите пробный выстрел и заметьте приблизительно место падения шарика. Закрепите на столе полосу бумаги так, чтобы при стрельбе под углом  $45^\circ$  шарик падал у ее дальнего конца, и наложите копировальную бумагу (для фиксации выстрелов).

4. Установливая пистолет под углом  $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ$ , сделайте по три-четыре выстрела в каждом положении. Следы падения шарика обведите карандашом и рядом отметьте углы бросания.

5. Поверните пистолет немного в сторону, устанавливая его под углом  $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ , и снова произведите по три-четыре выстрела. Возле каждого следа падения шарика опять запишите значение угла бросания.

6. Измерьте среднюю дальность падения шарика для каждого угла. Результаты измерений запишите в таблицу.

### *Лабораторная работа № 3*

#### *Изучение движения тела, скатывающегося по наклонному желобу*

*Оборудование:* 1) штатив; 2) лоток дугообразный; 3) шары, разные по диаметру и массе; 4) линейка измерительная; 5) отвес; 6) бумага копировальная.

## Теория

Момент инерции шара можно определить, зная кинетическую энергию вращающегося тела и его угловую скорость:

$$W_{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2}, \quad J = \frac{2W_{\text{вр}}}{\omega^2}. \quad (1)$$

Шар в точке *A* (рис. 3) обладает потенциальной энергией  $mgh$  относительно горизонтального уровня *B*. При скатывании шара по желобу его потенциальная энергия преобразуется в кинетическую энергию поступательного движения тела  $W_n$  и кинетическую энергию вращательного движения тела  $W_{\text{вр}}$ . Для шара в точке *B* выполняется уравнение:

$$mgh = W_n + W_{\text{вр}}.$$

Отсюда

$$W_{\text{вр}} = mgh - \frac{mv^2}{2}, \quad J = \frac{2W_{\text{вр}}}{\omega^2} = \frac{m(2gh - v^2)}{\omega^2},$$

где  $v$  — линейная скорость центра масс шара;  $\omega$  — угловая скорость его вращения в точке *B*. Так как линейная скорость центра масс относительно желоба и линейная скорость максимально удаленных от оси вращения точек на поверхности шара относительно центра масс равны между собой, то можно записать:

$$\omega = \frac{v}{R},$$

где  $R$  — радиус шара.

Тогда для момента инерции шара получим выражение:

$$J = mR^2 \left( \frac{2gh}{v^2} - 1 \right). \quad (2)$$

Линейную скорость центра масс шара  $v$  в точке *B* можно определить, зная дальность  $l$  и время  $t$  полета шара до поверхности стола:

$$v = \frac{l}{t}.$$

Время полета найдем из соотношения:

$$H = \frac{gt^2}{2},$$

откуда

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

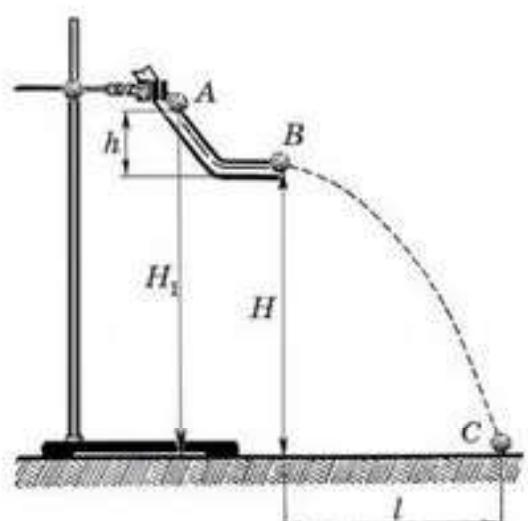


Рис. 3

Следовательно,

$$v = \sqrt{\frac{l}{2\frac{H}{g}}}. \quad (3)$$

Подставим значения из формулы (13.3) в (13.2) и получим:

$$J = \frac{mR^2(4hH - l^2)}{l^2}. \quad (4)$$

Таким образом, для определения момента инерции шара необходимо измерить высоту  $H$  горизонтального участка лотка над поверхностью стола, высоту  $h$  шара над горизонтальным участком лотка в начале скатывания и расстояние  $l$  по горизонтали, которое пролетает шар при падении с высоты  $H$ . Место падения шара на стол можно отмечать с помощью листа копировальной бумаги, накладываемой на лист белой бумаги.

Ход работы продумайте сами. В отчете опишите последовательность своих действий и сделайте выводы.

#### *Лабораторная работа № 4*

#### *Сложение сил, направленных под углом друг к другу*

*Оборудование* : штативы 2 шт., динамометры — 3 шт., два штатива с муфтой и лапкой, два подвижных блока, нитка, набор грузов

#### *Теория работы*

Если на тело действуют несколько сил, то можно найти их сумму, сложив их векторно:  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .

Проще всего найти сумму сил, если они действуют вдоль одной прямой. В этом случае сумма сил будет равна либо сумме сил (силы направлены в одну сторону), либо их разности (силы направлены в противоположные стороны):

$$F = F_1 + F_2 \text{ или } F = F_1 - F_2.$$

Если же силы направлены под углом, то их сумму находят, используя правило сложения векторов либо правило треугольника, либо правило параллелограмма (рис. 4).

#### *Ход работы*

1. Возьмите два любых грузика из набора грузов и с помощью динамометра измерьте вес каждого из них.
2. Подвесьте оба грузика к динамометру и определите их общий вес.
3. Сделайте вывод о соотношении результирующей силы и весов каждого грузика.

4. Соберите установку (см. рис. 4). Для этого укрепите в штативах подвижные блоки, перекиньте через них нить с закрепленными на ее концах одинаковыми грузами по 100 г, а к середине нити прикрепите динамометр. Позади установки укрепите картон.

5. Добейтесь равновесия.

6. На картоне карандашом отметьте расположение нити.

7. Выберите масштаб и начертите расположение сил, действующих на нить в точке прикрепления динамометра.

8. Найдите векторную сумму сил  $F_1$  и  $F_2$  и убедитесь, что она представляет собой вектор, противоположный вектору  $F$ . Для этого спроектируйте векторы сил  $F_1$  и  $F_2$  на вертикальную ось и найдите сумму проекций этих сил:  $F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \alpha$ . Сравните ее с вектором результирующей силы  $F$ .

9. Значения  $\cos \alpha = \frac{a}{\ell_1}$ , а  $\cos \alpha = \frac{a}{\ell_2}$  (см. рис. 4).

10. Сделайте вывод.

11. Измените точку подвеса динамометра, сместив ее вправо. Снова добейтесь равновесия, стараясь избежать проскальзывания динамометра.

12. Повторите расчеты, указанные в пунктах 7—9.

13. Еще раз перенесите точку подвеса динамометра и проведите новые расчеты.

14. Подвесив к левой нити груз вдвое большей массы, чем к правому концу нити, повторите опыты и расчеты.

15. Сделайте выводы.

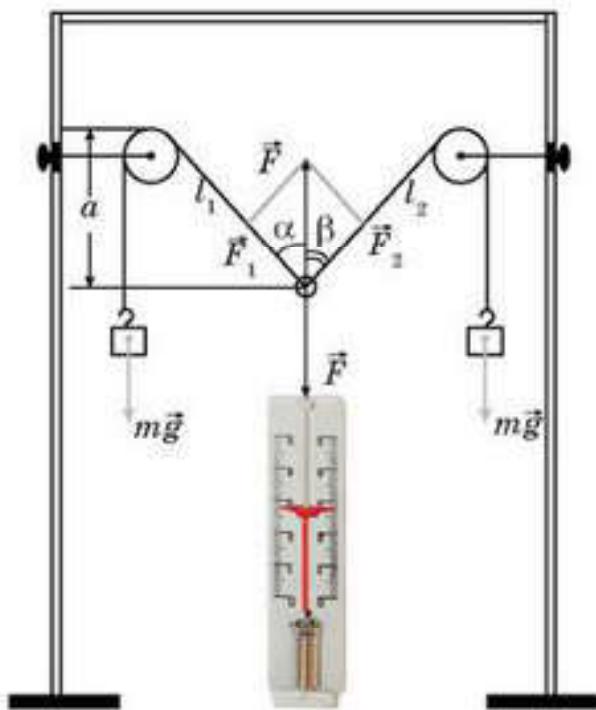


Рис. 4

## Лабораторная работа № 5

### Исследование зависимости скорости шарика от его радиуса при движении в вязкой жидкости

**Цель работы:** найти зависимость скорости шарика, исследовать зависимость скорости равномерного падения шарика в вязкой жидкости от радиуса шарика

**Оборудование:** сосуд с водой высотой 50—70 см, лента измерительная, секундомер, пластилин

#### Теория работы

Возьмем пластилиновый шарик и опустим его в воду. Он начнет падать сначала ускоренно, а затем сила внутреннего трения жидкости, которая быстро возрастет, уравновесит вес шарика в жидкости и шарик будет падать равномерно. Движение шарика происходит под действием трех сил: силы тяжести, силы Архимеда и силы внутреннего трения (см. рис. 5). Запишем второй закон Ньютона для случая равномерного движения шарика:  $mg - F_A - F_c = 0$ , так как

$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$ , а  $F_A = \rho_0 g \frac{4}{3} \pi R^3$  и  $F_c = 6 \pi R n \eta u$ , то получим, что скорость равномерного движения шарика связана с его радиусом так:

$$u = \frac{2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} R^2. \quad (1)$$

В этих формулах  $\rho$  и  $\rho_0$  — плотности вещества шарика и жидкости, соответственно,  $\eta$  — коэффициент вязкости,  $R$  — радиус шарика,  $u$  — скорость равномерного движения шарика.

#### Ход работы

1. Определите плотность пластилина методом гидростатического взвешивания:

$$\rho = \rho_0 \frac{P_1 - P_2}{R}. \quad (2)$$

2. Постройте график зависимости скорости движения пластилинового шарика в воде от квадрата радиуса, используя формулу (1), справочные данные (плотность воды  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$  и ее динамическая вязкость  $\eta = 1,002 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ) и плотность пластилина, которую определили экспериментально (должна получиться линейная зависимость).

3. Пластилиновый шарик опустите в воду и когда он пройдет 10 см, засеките время, за которое он пройдет оставшееся до дна расстояние (см. рис.).

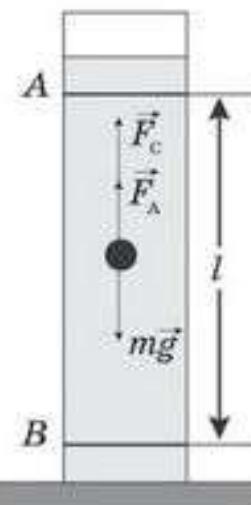


Рис. 5

4. Определите скорость равномерного движения шарика в воде по формуле  $u = \frac{l}{t_{cp}}$ . Проведите опыт 5—7 раз и возьмите среднее время падения  $t_{cp} = \frac{t_{\max} + t_{\min}}{2}$ .
5. Меняя несколько раз радиус шарика, определите каждый раз скорость шарика в воде (как описано в пунктах 3 и 4).
6. Постройте экспериментальный график зависимости скорости движения пластилинового шарика в воде от квадрата радиуса и сравните его с теоретическим графиком.
7. Используя графики, определите погрешность эксперимента
8. Сравните данные теоретических расчетов с экспериментальными и определите их расхождение:  $\varepsilon = \left( \frac{u_{\tau}}{u_s} - 1 \right) 100\%$ .
9. Сделайте выводы из эксперимента.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
Роль физики в современном мире .....	5
Погрешности физических величин. Обработка результатов измерений .....	7

### Раздел I. МЕХАНИКА

#### **Глава 1. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ**

§ 1. Основные понятия и уравнения кинематики равноускоренного движения тела .....	10
§ 2. Прямолинейное движение .....	18
§ 3. Свободное падение тел. Ускорение свободного падения .....	28
§ 4. Криволинейное движение. Движение по окружности .....	37
§ 5. Вращательное движение .....	39

#### **Глава 2. ДИНАМИКА**

§ 6. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета .....	47
§ 7. Масса тел. Сила. Второй закон Ньютона .....	51
§ 8. Третий закон Ньютона .....	56
§ 9. Сила упругости. Закон Гука. Сила реакции опоры .....	59
§ 10. Сила трения. Закон Кулона—Амонтонса .....	64
§ 11. Сила Архимеда .....	69
§ 12. Сила всемирного тяготения. Сила тяжести .....	72
§ 13. Вес тела. Невесомость и перегрузки .....	78
§ 14. Момент инерции абсолютно твердого тела .....	85
§ 15. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения .....	93

#### **Глава 3. СТАТИКА**

§ 16. Равновесие тел. Условие равновесия тел. Центр масс и центр тяжести .....	99
--	----

#### **Глава 4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ**

§ 17. Импульс тела и импульс силы. Закон сохранения импульса .....	109
§ 18. Реактивное движение .....	114
§ 19. Работа. Энергия. Теорема о кинетической энергии. Мощность .....	118
§ 20. Потенциальная энергия. Закон сохранения и превращения энергии .....	124

#### **Глава 5. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ**

§ 21. Давление в жидкости. Элементы гидростатики .....	134
§ 22. Уравнение неразрывности .....	138
§ 23. Уравнение Бернулли .....	141
§ 24. Вязкость. Ламинарное и турбулентное течения жидкостей .....	146
§ 25. Движение тел в жидкостях и газах. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Формула Стокса .....	148

### Раздел II. ТЕПЛОВАЯ ФИЗИКА

#### **Глава 6. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГАЗОВ**

§ 26. Основные положения молекулярно-кинетической теории газов и ее опытное обоснование .....	153
---	-----

§ 27. Силы взаимодействия молекул .....	161
§ 28. Термодинамические системы и термодинамические параметры. Равновесное и неравновесное состояния термодинамических систем .....	165
§ 29. Температура — как мера средней кинетической энергии теплового движения частиц вещества .....	167
§ 30. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов .....	172
<b>Глава 7. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ</b>	
§ 31. Уравнение состояния идеального газа .....	179
§ 32. Изопроцессы. Графики изопроцессов. Закон Дальтона .....	182
<b>Глава 8. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ</b>	
§ 33. Внутренняя энергия .....	191
§ 34. Работа, совершаемая при термодинамических процессах .....	197
§ 35. Количество теплоты. Способы изменения внутренней энергии. Теплоемкость .....	202
§ 36. Первый закон термодинамики .....	206
§ 37. Применение первого закона термодинамики к изопроцессам .....	209
§ 38. Адиабатный процесс .....	213
§ 39. Тепловые двигатели. Коэффициент полезного действия тепловых двигателей .....	216
§ 40. Цикл Карно. КПД цикла Карно .....	219
§ 41. Обратимые и необратимые процессы. Энтропия. Второй закон термодинамики .....	222
§ 42. Применение тепловых двигателей .....	226
<b>Глава 9. ЖИДКОСТИ И ТВЕРДЫЕ ТЕЛА</b>	
§ 43. Насыщенный и ненасыщенный пар. Влажность воздуха .....	234
§ 44. Фазовые диаграммы. Тройная точка. Критическое состояние вещества .....	241
§ 45. Свойства поверхностного слоя жидкости .....	245
§ 46. Смачивание. Капиллярные явления .....	250
§ 47. Кристаллические и аморфные тела .....	254
§ 48. Механические свойства твердых тел .....	259
Лабораторная работа № 1. Определение ускорения тела, движущегося по наклонной плоскости .....	269
Лабораторная работа № 2. Исследование зависимости дальности полета тела от угла бросания .....	270
Лабораторная работа № 3. Изучение движения тела, скатывающегося по наклонному желобу .....	271
Лабораторная работа № 4. Сложение сил, направленных под углом друг к другу .....	273
Лабораторная работа № 5. Исследование зависимости скорости шарика от его радиуса при движении в вязкой жидкости .....	275

*Учебное издание*

**Кронгарт Борис Аркадьевич  
Казахбаева Данагуль Мукажановна  
Имамбеков Оиласын  
Кыстаубаев Талгат Зайнулланович**

**ФИЗИКА**

**Часть 1**

**Учебник для 10 классов  
естественно-математического направления  
общеобразовательных школ**

**Редактор *К. Амирхова*  
Худож. редактор *А. Станова*  
Техн. редактор *Л. Садыкова*  
Корректор *Е. Дремкова*  
Компьютерная верстка *И. Алмабаевой***

**Государственная лицензия № 0000001 выдана издательству  
Министерством образования и науки Республики Казахстан  
7 июля 2003 года**



ИБ № 5875

Подписано в печать 30.05.19. Формат 70×100<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная.  
Гарнитура "SchoolBook Kza". Печать офсетная. Усл.-печ. л. 22,58 + 0,32 форзац.  
Усл. кр.-отт. 92,32. Уч.-изд. л. 15,56 + 0,54 форзац.  
Тираж 60 000 экз. Заказ №

**Издательство "Мектеп", 050009, г. Алматы, пр. Абая, 143**

**Факс: 8(727) 394-37-58, 394-42-30**

**Тел.: 8(727) 394-42-34**

**E-mail: mekter@mail.ru**

**Web-site: www.mekter.kz**

